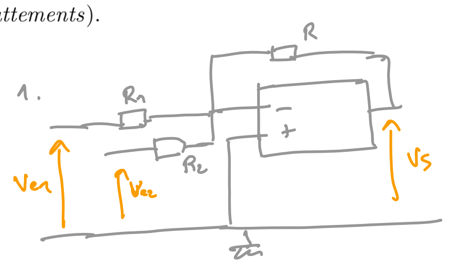
Exercice 1

1. Donner le schéma d'un montage sommateur à 2 entrées. Etablir la relation entre la tension de sortie et les tensions d'entrée. et cas où $R_1 = R_2 = R$

2. On propose en entrées 2 tensions sinusoidales de même amplitude et de fréquences différentes mais proches. Donner l'allure du signal de sortie en mettant en évidence deux échelles temporelles (ce phénomène est qualifié de *battements*).

1.



$V_s = -R\left(\frac{V_{e1}}{R_1} + \frac{V_{e2}}{R_2}\right)$. cf cours.

Si $R_1 = R_2 = R$: $V_s = -(V_{e1} + V_{e2})$

2. $V_{e1} = V_m \cos(\omega_1 t)$

$V_{e2} = V_m \cos(\omega_2 t)$

donc $V_s = V_m\left(\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t)\right)$

Or, $\cos(\omega_1 t) + \cos(\omega_2 t) = 2\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cdot \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$

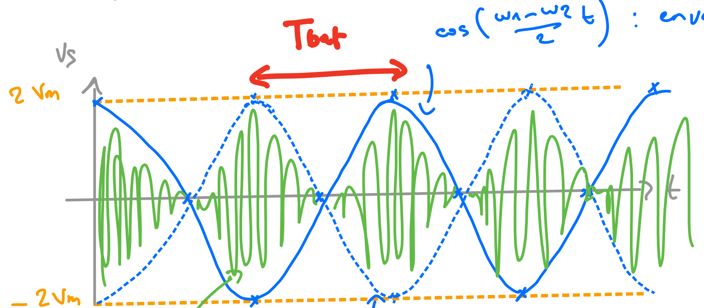
donc $\boxed{V_s = -2V_m \cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)}$

Si ω_1 et ω_2 sont proches, $|\omega_1 - \omega_2| \ll \omega_1 + \omega_2$.

Donc $\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$ varie beaucoup plus lentement que $\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$.

V_s a l'allure suivante:

$\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$: enveloppe



le terme en $\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$ ("cos lent") est l'enveloppe, celui en $\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$ ("cos rapide") décrit les oscillations à l'intérieur de l'enveloppe.

oscillations rapides associées à $\cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right)$ à l'intérieur de l'enveloppe

Symétrique (/ axe abscisses) de $\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$

Ce phénomène est appelé battements.

La période des battements est associée à un "paquet" d'oscillations, donc correspond à 1/2 période de $\cos\left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t\right)$. Donc $T_{bat} = \frac{1}{2} \frac{2\pi}{\frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2}} = \frac{2\pi}{|\omega_1 - \omega_2|}$

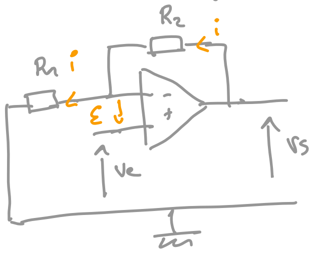
D'où $f_{bat} = \frac{|\omega_1 - \omega_2|}{2} = |f_1 - f_2|$

Exercice 2

On considère un montage amplificateur non-inverseur.
1. Déterminer le gain $\beta = \mathrm{v_s}/\mathrm{v_e}$ en faisant l'approximation $\varepsilon \simeq 0$
2. Reprendre cette question mais en considérant que $\mathrm{V_S} = \mu\varepsilon$ avec $\mu = 10^5$
3. Exprimer l'écart relatif en fonction de β et μ
4. A partir de quelle valeur de β est-il supérieur à 1% ?

1. Vu en cours : $\frac{V_s}{V_e} = 1 + \frac{R_2}{R_1}$ donc $\beta = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

2.



$V_s = (R_1 + R_2)\, i$

et $R_1 i = V_e - \varepsilon = V_e - \frac{V_s}{\mu}$

d'où $V_s = \frac{R_1 + R_2}{R_1}\left(V_e - V_s/\mu\right) = \beta\left(V_e - V_s/\mu\right)$

soit $V_s\left(1 + \beta/\mu\right) = \beta V_e$

et donc $\boxed{\frac{V_s}{V_e} = \frac{\beta}{1 + \beta/\mu}}$

On voit que tant que $\beta << \mu$, $1 + \beta/\mu \simeq 1$ et $\frac{V_S}{V_e} \simeq \beta$

3. $\beta = 1 + \frac{R_2}{R_1}$

$\beta' = \frac{\beta}{1 + \beta/\mu}$

Écart relatif : $\Delta = \frac{\beta - \beta'}{\beta'}$ $(\beta' < \beta)$

$$= \frac{\cancel{\beta} - \frac{\cancel{\beta}}{1+\beta/\mu}}{\frac{\cancel{\beta}}{1+\beta/\mu}} = \frac{1 + \beta/\mu - 1}{1} = \beta/\mu$$

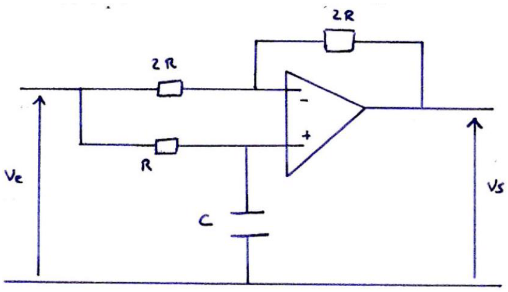
cela confirme ce qui précède : si $\beta << \mu$, l'écart relatif entre β et β' est très faible

4. $\Delta = 0{,}01$ (1% ...) donne $\beta/\mu = 0{,}01$ et $\mu = 10^5$, donc $\beta = 10^3$

Avec $\mu = 10^5$, l'approximation (" μ infini ") est correcte à 1% près jusqu'à $\beta = 1000$.

Exercice 3

Dans le montage ci-dessous, l'ALI est considéré comme idéal et fonctionne en régime linéaire.
1. Donner l'expression de la fonction de transfert
2. En déduire les expressions du gain et du déphasage
3. Tracer la courbe $\varphi(\omega)$. Quelle est l'utilité de ce montage ?



1. Millman entrée $-$: $V^- = \dfrac{Ve/2R + Vs/2R}{1/2R + 1/2R} = \dfrac{Ve + Vs}{2}$

Millman entrée $+$: $V^+ = \dfrac{Ve/R}{1/R + jC\omega} = \dfrac{Ve}{1 + jRC\omega}$

grandeurs complexes

Or $V^+ = V^-$ (régime linéaire) d'où :

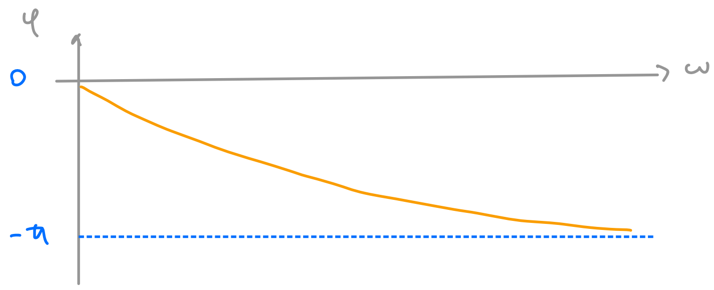
$\dfrac{Ve + Vs}{2} = \dfrac{Ve}{1 + jRC\omega}$ soit $Ve(1 + jRC\omega) + Vs(1 + jRC\omega) = 2\,Ve$

soit $Vs(1 + jRC\omega) = Ve(1 - jRC\omega)$

on en déduit $\boxed{\underline{H} = \dfrac{1 - jRC\omega}{1 + jRC\omega}}$

2. $G = |\underline{H}| = \dfrac{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}}{\sqrt{1 + (RC\omega)^2}} = 1$ et $\phi = \arg(\underline{H}) = -2\arctan(RC\omega)$

3. Ce n'est pas un filtre ($G = 1$ pour toutes les fréquences), seule la phase est modifiée : c'est un montage déphaseur.

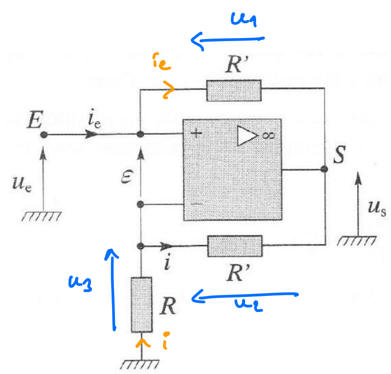


Exercice 4

On s'intéresse au dipôle représenté ci-contre (il faut considérer qu'il s'agit d'un dipôle entre le point E et la masse) où l'ALI est considéré comme idéal.

1. Tracer la caractéristique de ce dipôle.

2. On ajoute une bobine (L,r) en série avec un condensateur C entre E et la masse. Quelle est en théorie la valeur maximale de r permettant d'obtenir des oscillations entretenues ? Quelle est la fréquence des oscillations ?



1. On cherche à relier i_e et u_e.

On remarque que le courant qui circule dans R' "en haut" est égal à i_e (car $i^+ = 0$).

On est en régime linéaire, $\varepsilon = 0$,

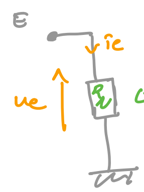
donc $u_2 = u_1$

donc $R' i_e = R' i$ et donc $i = i_e$

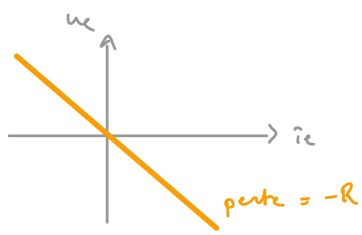
Comme $i^- = 0$, on retrouve le courant i dans R. D'où $u_3 = -R i = -R i_e$

Enfin, on voit que $u_e = u_3$. Donc, finalement, $\boxed{u_e = -R i_e}$

On a $u_e = -R i_e$ en convention récepteur :

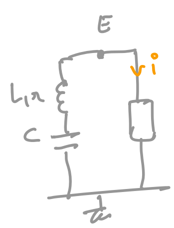


l'ensemble pris entre E et la masse.



On qualifie ce montage de résistance négative. Il fournit de l'énergie au circuit.

2.



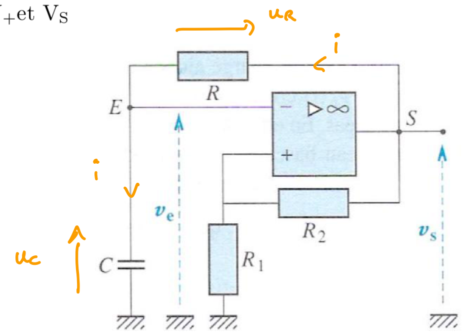
La résistance r consomme la puissance $r i^2$. Le montage résistance négative fournit la puissance $R i^2$. Il faut $r < R$.

La fréquence des oscillations est (proche de) la fréquence propre $f_0 = \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Exercice 5

Dans le montage représenté ci-contre, l'ALI est considéré comme idéal et fonctionne en régime saturé. On considère que, initialement, le condensateur est déchargé et que $V_S = +V_{sat.}$. On prendra $R_1 = R_2$.

1. Donner la relation entre V_S et V_+
2. Expliquer qualitativement (mais précisément) ce qui va se passer
3. Donner l'expression de la période du phénomène obtenu
4. Tracer une allure de V_+et V_S



1. pont diviseur de tension : $V^+ = \frac{R_1}{R_1+R_2} V_S$

2. Initialement $u_C = 0$ (condensateur déchargé) et $V_S = +V_{sat}$

Donc $u_R = +V_{sat}$ et $i = \frac{V_{sat}}{R}$.

Le condensateur va se charger, $u_C \nearrow$.

cela dure jusqu'à ce que $V^- = u_C$ atteigne la valeur $\frac{R_1 V_{sat}}{R_1+R_2}$,

alors l'AO bascule en saturation basse, i change de sens

et le condensateur se décharge puis se charge dans l'autre sens.

On bascule à nouveau lorsque u_C passe en dessous de $-\frac{R_1 V_{sat}}{R_1+R_2}$ etc...

3 et 4.

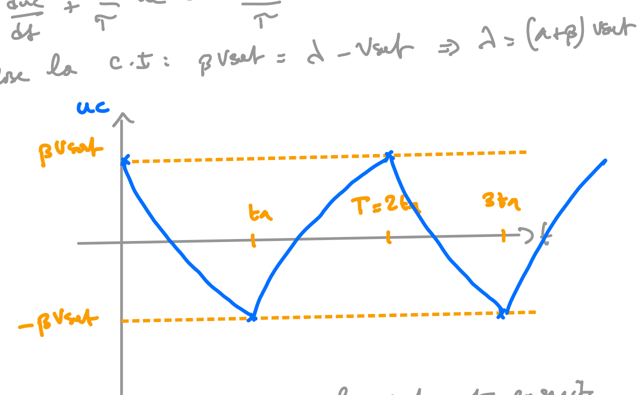
On part de $\begin{cases} V_S = -V_{sat} \\ u_C = \frac{R_1 V_{sat}}{R_1+R_2} \end{cases}$ c'est à dire juste après le 1er basculement évoqué précédemment. On note $\beta = \frac{R_1}{R_1+R_2}$.

$u_C + u_R = V_S = -V_{sat}$ (loi des mailles)

donc $u_C + RC\frac{du_C}{dt} = -V_{sat}$, soit $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{\tau}u_C = -\frac{V_{sat}}{\tau}$ avec $\tau = RC$

solution : $u_C = \lambda e^{-t/\tau} - V_{sat}$ et on utilise la C.I. : $\beta V_{sat} = \lambda - V_{sat} \Rightarrow \lambda = (1+\beta)V_{sat}$

donc $\boxed{u_C = (1+\beta)V_{sat}\, e^{-t/\tau} - V_{sat}}$



Le basculement vers $+V_{sat}$ sera atteint pour $u_C = -\beta V_{sat}$

donc $-\beta \cancel{V_{sat}} = (1+\beta)\cancel{V_{sat}}\, e^{-t_1/\tau} - \cancel{V_{sat}}$

soit $e^{-t_1/\tau} = \frac{1-\beta}{1+\beta}$

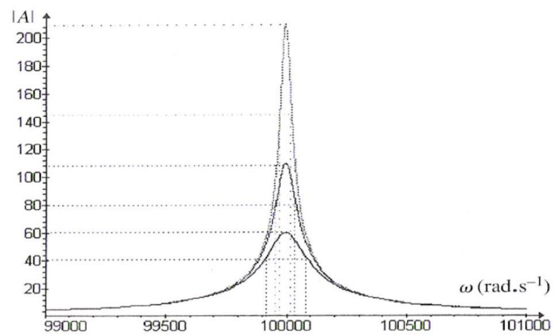
et donc $t_1 = \tau \ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)$

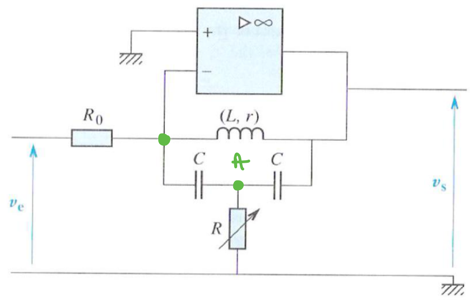
c'est le même principe, dans l'autre sens, après le basculement et ensuite on recommence ... la périodicité vaut $T = 2t_1$ soit $\boxed{T = 2RC\ln\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) = \underline{2RC\ln(3)}}$ si $R_1 = R_2$

Exercice 6

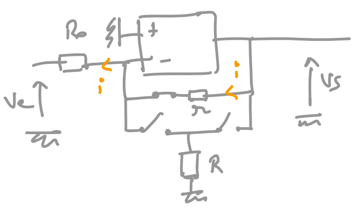
On considère le filtre actif (c'est à dire comportant un composant actif, en l'occurrence un ALI) dont le schéma est donné ci-dessous.

1. Etudier de manière qualitative le comportement HF et BF.
2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}$
3. Montrer que $\underline{H}$ devient infinie si $R = L/(2rC)$
4. On donne ci-dessous des tracés de $G(\omega)$ pour $r = 10\Omega, L = 10\text{mH}, R_0 = 10\text{k}\Omega$ et $C = 20\text{nF}$. R vaut successivement 1,05; 1,1 et 1,2 fois la valeur critique précédente. Calculer, dans chaque cas, le facteur de qualité.

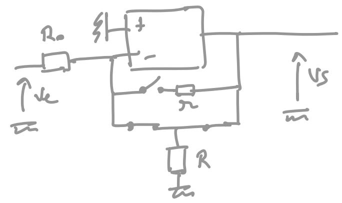




1. En BF :



En HF :



$V_s = V^- = V^+ = 0$

$V_s = ri$ et $V_e = -R_0 i \Rightarrow V_s = -\frac{r}{R_0} V_e$

mais $\frac{r}{R_0} = 10^{-3} \Rightarrow V_s \simeq 0$

comportement passe bande à priori

2. Millman entrée − : $V^- = \dfrac{\frac{V_e}{R_0} + \frac{V_s}{jL\omega + r} + jC\omega V_A}{\frac{1}{R_0} + \frac{1}{jL\omega + r} + jC\omega} = \dfrac{V_e(jL\omega + r) + R_0 V_s + R_0(jL\omega + r)jC\omega V_A}{jL\omega + r + R_0 + jC\omega R_0(jL\omega + r)}$

Millman point A : $V_A = \dfrac{jC\omega V^- + jC\omega V_s + 0}{2jC\omega + \frac{1}{R}} = \dfrac{jRC\omega(V^- + V_s)}{1 + 2jRC\omega}$

Or, $V^- = 0$. On a donc : $\begin{cases} V_e(jL\omega + r) + R_0 V_s + jR_0 C\omega(jL\omega + r)V_A = 0 \\ V_A = \dfrac{jRC\omega V_s}{1 + 2jRC\omega} \end{cases}$

$\dfrac{R_0 + 2jR_0 RC\omega - rR_0 RC^2\omega^2 - jR_0 RC^2 L\omega^3}{1 + 2jRC\omega}$

D'où $V_e(jL\omega + r) + V_s\left(R_0 - \dfrac{R_0 R(C\omega)^2(jL\omega + r)}{1 + 2jRC\omega}\right) = 0$

et donc $\boxed{\underline{H} = -\dfrac{(jL\omega + r)(1 + 2jRC\omega)}{(R_0 - rR_0 RC^2\omega^2) + j(2R_0 RC\omega - R_0 RC^2 L\omega^3)}}$

3 - $\underline{H}$ devient infinie si $1 - rRC^2\omega^2 = 0$ et $2 - LC\omega^2 = 0$

soit $\begin{cases} rRC^2\omega^2 = 1 \\ LC\omega^2 = 2 \end{cases} \Rightarrow \dfrac{L\cancel{C\omega^2}}{rRC^{\cancel{2}}\cancel{\omega^2}} = 2$ et donc $R = \dfrac{L}{2rC}$

4. Pour chaque graphe,

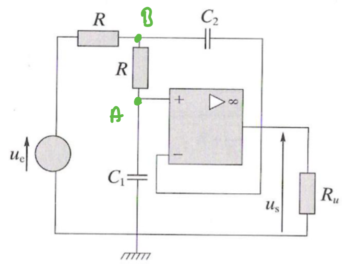
$Q = \dfrac{\omega_0}{\Delta\omega}$.

On trouve respectivement 600 ; 1000 et 1700.

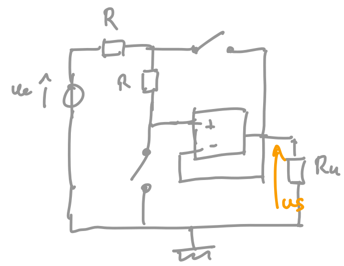
Exercice 7

Dans le montage ci-dessous, l'amplificateur opérationnel est considéré comme idéal et fonctionne en régime linéaire. Le générateur délivre une tension u_e sinusoidale.

1. Déterminer qualitativement le comportement de ce filtre
2. Donner l'expression de la fonction de transfert



1. En BF :

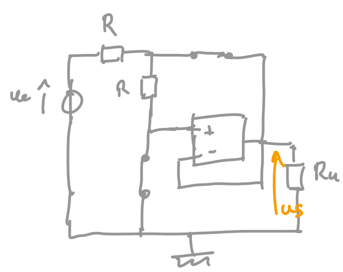


les courants dans les 2 résistances R sont nuls, donc les tensions à leurs bornes aussi.

On en déduit que $V^+ = u_e$

Comme $V^+ = V^-$ (régime linéaire) et $u_s = V^-$, on a donc $u_s = u_e$

En HF :



$V^+ = 0$ (relié à la masse) et $u_s = V^- = V^+$ donc $u_s = 0$

filtre passe bas

2. Millman au point A : $V_A = \dfrac{V_B/R}{\frac{1}{R} + jC_1\omega} = \dfrac{V_B}{1+jRC_1\omega}$

il s'agit des grandeurs complexes.

Millman au point B : $V_B = \dfrac{u_e/R + V_A/R + jC_2\omega\, u_s}{\frac{2}{R} + jC_2\omega} = \dfrac{u_e + V_A + jRC_2\omega\, u_s}{2+jRC_2\omega}$

Or, $V_A = V^+ = V^- = u_s$

On élimine V_B entre les 2 équations : $u_s(1+jRC_1\omega) = \dfrac{u_e + u_s + jRC_2\omega\, u_s}{2+jRC_2\omega}$

Soit $u_s\left[\underbrace{(1+jRC_1\omega)(2+jRC_2\omega) - 1 - jRC_2\omega}\right] = u_e$

$2 + \cancel{jRC_2\omega} + 2jRC_1\omega - R^2C_1C_2\omega^2 - 1 - \cancel{jRC_2\omega}$

$= 1 - R^2C_1C_2\omega^2 + 2jRC_1\omega$

Donc $\underline{H} = \dfrac{u_s}{u_e}$ donne : $\boxed{\underline{H} = \dfrac{1}{1 - R^2C_1C_2\omega^2 + 2jRC_1\omega}}$

passe bas du 2e ordre, c'est cohérent avec l'analyse qualitative.