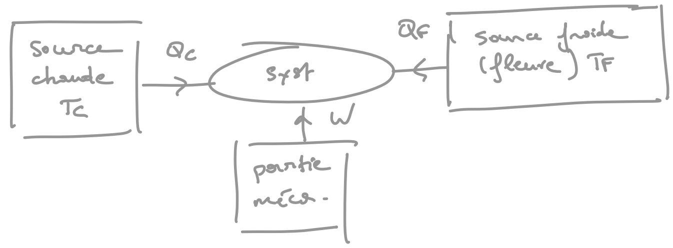
Exercice 1

Dans une centrale nucléaire, l'énergie dégagée par la fission des atomes est utilisée pour chauffer l'eau qui constitue l'agent thermique d'une turbine à vapeur ; cette turbine entraîne un alternateur qui produit du courant électrique.
Le cœur du réacteur forme donc la source chaude de cette machine thermique, et l'on construit en général la centrale près d'un fleuve pour disposer d'une source froide. Le but de l'exercice est de déterminer l'élévation de température du fleuve qui en résulte.
Une centrale nucléaire fournit une puissance de 1000MW. Elle est installée au bord d'un fleuve dont la température est 300K et de débit $D=400\,m^3.s^{-1}$. La température de la source chaude est 700K. En admettant que le rendement de l'installation est égal à 60% du rendement de Carnot correspondant, Quelle est l'élévation de température du fleuve?
On rappelle la chaleur massique de l'eau : $C=4{,}19\,kJ.kg^{-1}K^{-1}$



On raisonne sur une seconde de fonctionnement : la puissance fournie par la centrale correspond à la puissance fournie par le système à la partie mécanique (on peut a priori considérer que c'est la puissance électrique fournie par la centrale, mais le rendement de conversion d'énergie mécanique en énergie électrique d'un alternateur est proche de 1).

On a donc (sur une seconde) $W = -1000\ MJ$

Le rendement est 60% du rendement de Carnot, donc $\rho = 0{,}6\left(1 - \frac{T_F}{T_C}\right)$
$= 0{,}34$

Or, par définition $\rho = \frac{|W|}{Q_C}$,

donc $Q_C = \frac{|W|}{\rho}$ d'où $Q_C = 2950\ MJ$

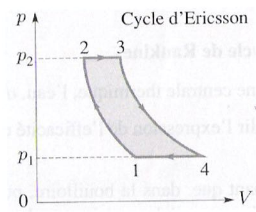
On en déduit, puisque en moyenne pour un fonctionnement cyclique $W + Q_C + Q_F = 0$,

$Q_F = -W - Q_C$ d'où $Q_F = -1950\ MJ$

L'énergie transférée au fleuve par seconde est donc $|Q_F| = 1950\ MJ$, et en 1 s la masse d'eau débitée est $m = 4.10^5\ kg$ (la masse volumique de l'eau étant de $1\ kg.m^{-3}$), ce qui donne une capacité thermique $C = mc = 1670\ MJ.K^{-1}$, et donc comme du point de vue de ces $400\ m^3$ d'eau on a $C\Delta T = |Q_F|$, $\Delta T = \frac{|Q_F|}{C}$

On trouve ainsi $\Delta T \simeq 1{,}17\ K$.

Exercice 2



On fait subir à une mole d'air, que l'on considérera comme un gaz parfait, les évolutions représentées ci-contre (deux sont isobares et deux isothermes).
On donne p_1=1 bar ; p_2=50 bar ; T_1=300K (source froide) et T_3=1000 K (source chaude)

1. Quel est le signe de W_{tot} ? (travail total reçu par le système au cours d'un cycle)
2. Préciser sans calcul le signe de ΔU, W et Q au cours de chaque évolution
3. Calculer Q_C (chaleur reçue de la source chaude en un cycle), Q_F (chaleur reçue de la source froide en un cycle) et W_{tot}
4. Calculer le rendement d'un moteur fonctionnant selon ce cycle
5. Comparer avec le rendement d'un moteur fonctionnant selon le cycle de carnot (avec les mêmes T_F et T_C).

1. $W_{tot} < 0$ (cycle moteur) car le cycle tourne dans le sens horaire.

Rappel : $|W_{tot}|$ est donné par l'aire du cycle dans le diagramme (P,V)

Pour chaque évolution, $W = \int_{V_i}^{V_f} -P\,dV$ = − Aire sous la courbe (en allant dans le sens de l'évolution)

$W_{12} = \int_{V_1}^{V_2} -P\,dV > 0$

$W_{23} = \int_{V_2}^{V_3} -P\,dV < 0$

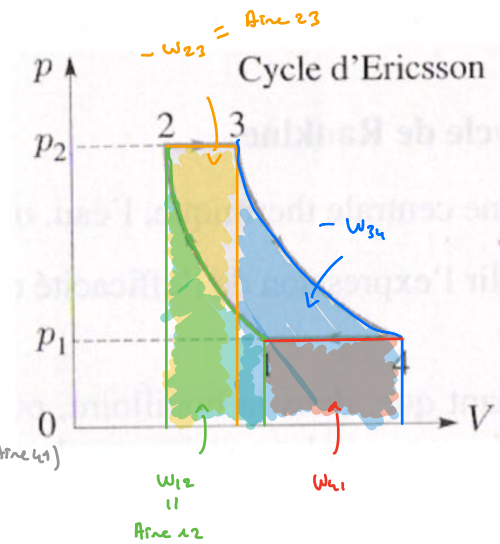
$W_{34} = \int_{V_3}^{V_4} -P\,dV < 0$

$W_{41} = \int_{V_4}^{V_1} -P\,dV > 0$

$W_{tot} = \underbrace{W_{12}}_{\text{Aire }12} + \underbrace{W_{23}}_{-\text{Aire }23} + \underbrace{W_{34}}_{-\text{Aire }34} + \underbrace{W_{41}}_{\text{Aire }41}$

$= -(\text{Aire }23 + \text{Aire }34 - \text{Aire }12 - \text{Aire }41)$

$= -$ aire du cycle



2.

	iso-T 1 → 2	iso-P 2 → 3	iso-T 3 → 4	iso-P 1 → 4
W	> 0	< 0	< 0	> 0
Q	< 0	> 0	> 0	< 0
ΔU	= 0	> 0	= 0	< 0

Déjà vu pour W.
Pour les isothermes, $\Delta U = C_v \Delta T = 0$
$\Rightarrow Q = -W$
Pour les isobares, $\Delta U = C_v \Delta T$ et
$Q = \Delta H = C_p \Delta T$

valeurs de P, V, T pour les 4 états :

	1	2	3	4
P(bar)	1	50	50	1
V(L)	25	0,5	1,7	83
T(K)	300	300	1000	1000

On calcule en utilisant la loi des gaz parfaits (n = 1 mole).

3. $Q_C = Q_{23} + Q_{34} = C_p(T_3 - T_2) + nRT\ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)$

A.N : $Q_C = 53$ kJ

$Q_F = Q_{12} + Q_{41} = nRT\ln(V_2/V_1) + C_p(T_1 - T_4)$

A.N : $Q_F = -30$ kJ

$W_{tot} = -Q_C - Q_F \Rightarrow W_{tot} = -23$ kJ

4 et 5. $\rho = -\frac{W_{tot}}{Q_C}$ A.N : $\rho = 0{,}43$

$\rho_c = 1 - \frac{T_F}{T_C}$ A.N : $\rho_c = 0{,}7$

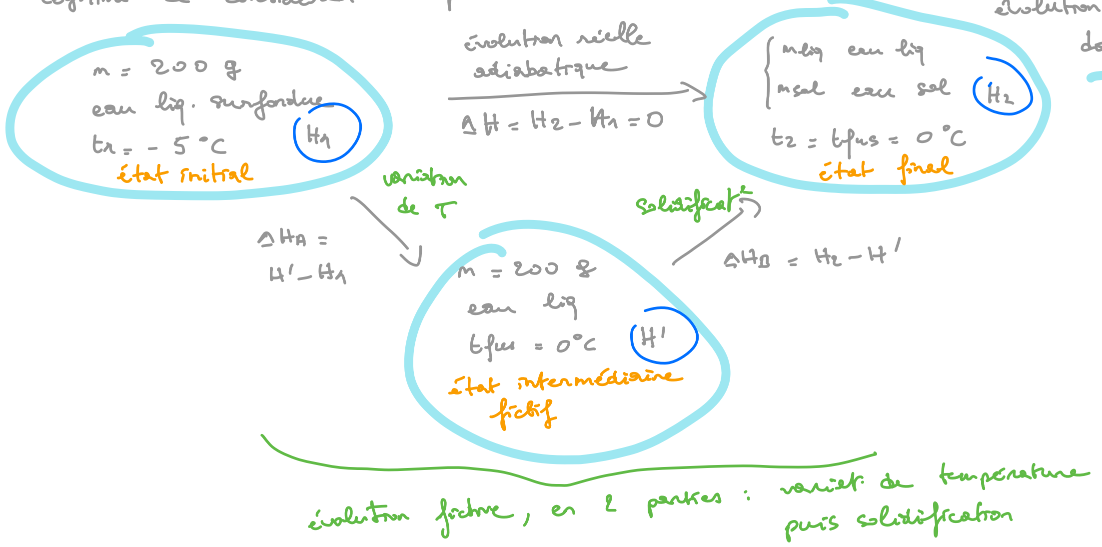
on a bien $\rho < \rho_c$ ...

Exercice 3

1. On considère 200g d'eau surfondue à une température de -5°C et sous une pression de 1 bar. On fait brusquement cesser la surfusion en introduisant un petit morceau de glace.
   A quelle température se trouve le mélange dans la situation finale ? Quelle est la proportion d'eau solidifiée ?
   Calculer la variation d'entropie. Données : $c_{liq} = 4{,}2$ kJ.K^{-1}.kg^{-1} et $l_{fus} = 333$ kJ.kg^{-1}

2. Un kg de fréon initialement sous forme de liquide saturant à la température T_1 passe dans un détendeur parfaitement calorifugé et ne comportant pas de pièces mobiles. Le mélange liquide-gaz qui en ressort est à la température T_2. On donne : $T_1 = 300$ K ; $T_2 = 240$ K ; $c_{liq} = 0{,}92$ kJ.K^{-1}.kg^{-1} et $l_{vap}(T_2) = 168$ kJ.kg^{-1}
   Calculer le pourcentage de fréon vaporisé au cours de la détente.
   Calculer la variation d'entropie du fréon lors de cette détente.

1. La solidification à partir d'un état de surfusion est "très rapide", il est légitime de considérer le processus comme adiabatique. Or, $\Delta H = Q$ pour une évolution isobare, donc $\Delta H = 0$.



Comme H est une fonction d'état, ΔH est le même pour l'évolution réelle et pour l'évolution fictive choisie.

$\Delta H = \Delta H_A + \Delta H_B$ avec $\Delta H_A = m\, c_{liq}(t_{fus} - t_1)$ et $\Delta H_B = -\, m_{sol}\, l_{fus}$ la variation d'enthalpie pour la solidification est l'opposé de celle pour la fusion

Donc $\Delta H = 0$ (adiabatique) donne $m\, c_{liq}(t_{fus} - t_1) - m_{sol}\, l_{fus} = 0$

et donc $m_{sol} = \dfrac{m\, c_{liq}(t_{fus} - t_1)}{l_{fus}}$ A.N : $m_{sol} = 0{,}0125$ kg

La proportion d'eau solidifiée est $x_{sol} = \dfrac{m_{sol}}{m}$, donc $x_{sol} = 0{,}063$ (6,3%)

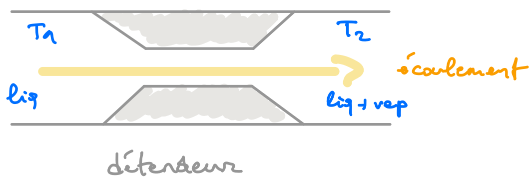
Pour calculer la variation d'entropie, on utilise la même décomposition avec l'état intermédiaire fictif : $\Delta S = \Delta S_A + \Delta S_B$

avec $\Delta S_A = m\, c_{liq} \ln\left(\dfrac{T_{fus}}{T_1}\right)$ et $\Delta S_B = -\dfrac{m_{sol}\, l_{fus}}{T_{fus}}$

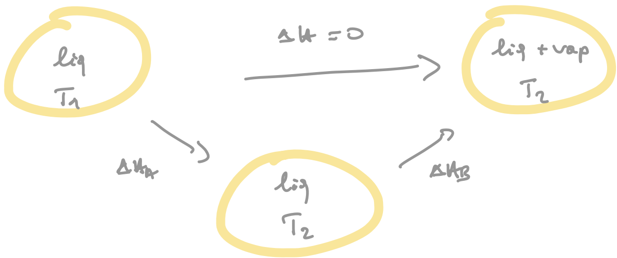
A.N : $\Delta S = 31{,}2 - 15{,}2 = 16$ J.K^{-1}

2. A la traversée du détendeur, $\Delta H = W_u + Q$

or $Q = 0$ (calorifugé) et $W_u = 0$ (pas de pièces mobiles) donc $\Delta H = 0$ (détente type Joules Thomson)



On utilise là encore le "truc" de l'état fictif :



$\Delta H_A = m\, c_{liq} (T_2 - T_1)$

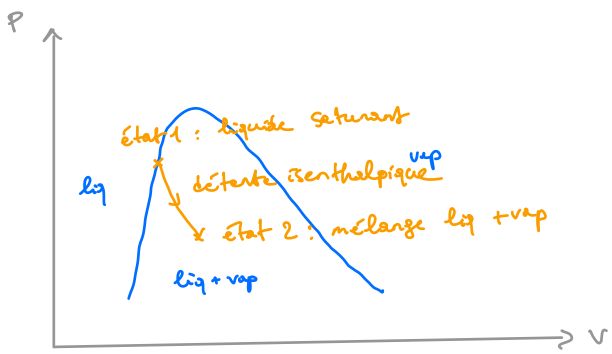
$\Delta H_B = \underbrace{m_{vap}}_{x_{vap}\, m}\, \ell_{vap}(T_2)$

donc $\Delta H = 0$ donne $m\, c_{liq}(T_2 - T_1) + x_{vap}\, m\, \ell_{vap}(T_2) = 0$

et donc $x_{vap} = \dfrac{c_{liq}(T_1 - T_2)}{\ell_{vap}(T_2)}$

A.N : $x_{vap} = 0{,}33$

donc 33%



On calcule ΔS en utilisant la même décomposition avec un état intermédiaire fictif :

$$\Delta S = m\, c_{liq} \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + x_{vap}\, m\, \frac{\ell_{vap}(T_2)}{T_2}$$

A.N : $\Delta S = 26\ J.K^{-1}$

Exercice 4

On s'intéresse à l'écoulement du gaz dans une tuyère. On considère cet écoulement comme permanent, adiabatique, unidimensionnel et isentropique. On cherche à relier la vitesse du gaz v(x) à la section de la tuyère s(x). A l'entrée de la tuyère en x=0 on note s_0 la section, P_0 la pression, T_0 la température, ρ_0 la masse volumique et v_0 la vitesse. On assimile l'air à un gaz parfait diatomique.

1. Donner l'expression du débit massique du gaz. En déduire une relation entre s(x), v(x) et ρ(x).
2. A partir d'un bilan d'enthalpie entre le gaz en x=0 et en x, donner l'expression de la température en x en fonction de la vitesse en x (on néglige l'énergie cinétique en x = 0)
3. Donner, compte tenu de l'hypothèse d'évolution isentropique, l'expression de la masse volumique en x en fonction de la température en x.
4. En déduire l'expression de la masse volumique en fonction de la vitesse : $\rho(x)=\rho_0\,(1-v(x)^2/2c_pT_0)^{5/2}$
5. En déduire l'expression de s en fonction de v.
6. Calculer numériquement le facteur $2c_pT_0$ pour T_0=300K.

1. $D_m = \iint_S \rho \vec{v}\,\vec{dS} = \rho S v$ car ρ et $\vec{v}$ sont uniformes sur S, et $\vec{v} \perp S$.

Donc $D_m = \rho(x)\, S(x)\, v(x)$

2. $\Delta(h + e_c) = w_u + q$ avec $q = 0$ (écoulement adiabatique) et $w_u = 0$ (pas de pièces mobiles dans la tuyère)

Donc $\Delta(h+e_c) = 0$, soit $\underbrace{e_{c0}}_{\text{négligé}} + h_0 = e_c(x) + h(x)$

Or, $h = c_p T$ donc $c_p T_0 = \frac{1}{2} v(x)^2 + c_p T(x)$

Soit $T(x) = T_0 - \frac{1}{2c_p} v(x)^2$

3. On utilise la loi de Laplace : $TV^{\gamma-1} = c^{te}$. C'est valable aussi avec le volume massique v, qui est l'inverse de la masse volumique ρ.

Donc $T \cdot \rho^{1-\gamma} = c^{te}$, d'où $T_0\, \rho_0^{1-\gamma} = T(x)\, \rho(x)^{1-\gamma}$

et donc $\rho(x) = \rho_0 \left(\frac{T_0}{T(x)}\right)^{\frac{1}{1-\gamma}} = \rho_0 \left(\frac{T(x)}{T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}}$ et $\frac{1}{\gamma-1} = \frac{1}{7/5-1} = \frac{1}{2/5} = 5/2$

donc $\rho(x) = \rho_0 \left(\frac{T(x)}{T_0}\right)^{5/2}$

4. On obtient $\rho(x) = \rho_0 \left(1 - \frac{v(x)^2}{2 c_p T_0}\right)^{5/2}$ directement en combinant les résultats des deux questions précédentes

5. $s(x) = \frac{D_m}{\rho(x)\, v(x)}$ donc $s(x) = \frac{D_m}{\rho_0} \frac{1}{v(x)} \left(1 - \frac{v(x)^2}{2 c_p T_0}\right)^{5/2}$

6. Pour un gaz parfait diatomique, $C_p = 7/2\, nR$, donc $c_p = \frac{C_p}{m} = 7/2 \frac{n}{m} R = 7/2 \frac{R}{M}$

Pour l'air, $M \simeq 29$ g/mol donc $c_p \simeq 1\ kJ.K^{-1}.kg^{-1}$

$2 c_p T_0 \simeq 600\ kJ.kg^{-1}$

Exercice 5

Du diazote s'écoule en régime stationnaire dans une conduite horizontale avec un débit massique de 4 kg.s^{-1} ; au cours de cet écoulement il reçoit de l'énergie par un transfert thermique (combustion du carburant) et en cède mécaniquement (turbine). On considère qu'il subit une détente isotherme à la température T_0 = 600 K de p_1=6 bar à p_1=3 bar en fournissant à une turbine une puissance mécanique de 200 kW. Les vitesses en entrée et en sortie sont respectivement de 50 et 250 m.s^{-1}.

1. Calculer le transfert thermique reçu par le gaz en une seconde.
2. Calculer la variation d'entropie par unité de masse entre l'entrée et la sortie.
3. Calculer l'entropie créée par unité de temps au sein du gaz. On raisonne en considérant que l'échange thermique se fait avec un thermostat à 600 K.

1. $Dm \, \Delta(h + ec) = P_{th} + P_u$

$\Delta h = 0$ car $h = c_p T$ et $T = c^{ste}$, $\Delta ec = \frac{1}{2}(v_2^2 - v_1^2)$

D'où $P_{th} = \frac{Dm}{2}(v_2^2 - v_1^2) - P_u$

A.N : $P_{th} = 320$ kW

2. En g^l pour un gp, $\Delta s = c_p \ln(T_2/T_1) - \frac{R}{M}\ln(P_2/P_1)$

Donc, comme $T_2 = T_1$, $\Delta s = -\frac{R}{M}\ln(P_2/P_1)$

A.N : $\Delta s = 206$ J.K^{-1}.kg^{-1}

3. $Dm \, \Delta s = \underline{\frac{P_{th}}{T_0}} + ps_{créée}$

$\rightarrow$ entropie créée par u. de temps

$\rightarrow$ entropie échangée par u. de temps. On raisonne en termes d'échange avec un thermostat à la température T_0.

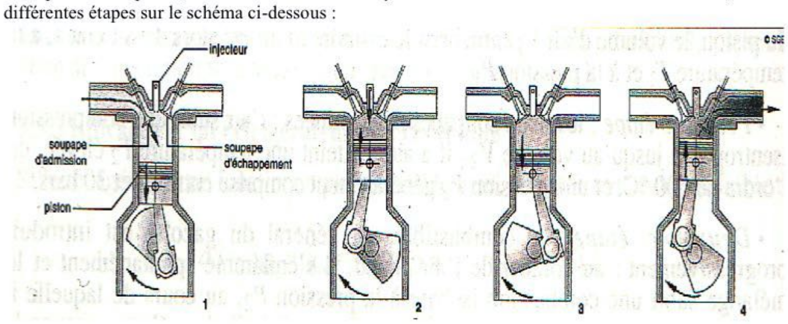
D'où $ps_{créée} = Dm \, \Delta s - \frac{P_{th}}{T_0}$ A.N : $ps_{créée} = 291$ J.K^{-1}.s^{-1}

Exercice 6

Un moteur à combustion interne de type Diesel fonctionne selon le principe réalisé suivant :

- 1^er temps : Soupape d'admission ouverte, soupape d'échappement fermée, de l'air est admis dans le cylindre dans les conditions de température de pression T_1, P_1 correspondant à l'état A. Le volume maximum du cylindre est V_1.
- 2^ème temps : soupapes fermées, l'air est comprimé isentropiquement de l'état A (P_1, T_1, V_1) à l'état B (T_2, P_2, V_2).
- 3^ème temps : soupapes fermées, le combustible est introduit, il s'enflamme spontanément au contact de l'air chaud, ce qui produit une combustion isobare jusqu'à un volume V'_2. L'air est dans l'état C (T'_2, V'_2, P_2). Cette combustion est suivie d'une détente isentropique jusqu'à l'état D (T_3, V_1, P_3).
- 4^ème temps : soupape d'admission fermée, la soupape d'échappement s'ouvre ce qui provoque une brusque chute de pression jusqu'à l'état A (P_1, T_1, V_1), le piston restant immobile.

Pour plus de simplicité, on considèrera un seul cylindre dont le volume offert varie entre V_1, et V_2. On peut visualiser les différentes étapes sur le schéma ci-dessous :



On donne :
La cylindrée : V_1-V_2=1769cm^3
Le rapport volumique : $a=V_1/V_2=23$ (taux de compression)
La consommation : c=5,2L pour 100km à une vitesse de 120km.h-1 , correspondant à 4600 tours par minute.
Le carburant est le gazole de masse volumique μ=800kg.m^{-3} et son pouvoir thermique (énergie libérée lors de la combustion, par u de masse K=45kJ.g^{-1}.
On prendra $P_1=10^5$Pa, on négligera la variation de composition chimique de l'air que l'on assimilera à un gaz parfait de coefficient γ=1,4.

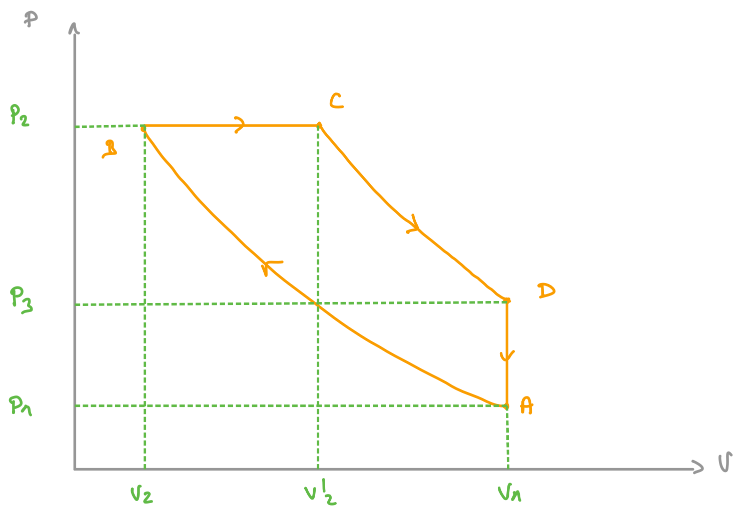
a. Représenter le cycle de transformations subies par l'air dans le diagramme (P, V).
b. On note $b=V_1/V'_2$ le rapport de détente. Montrer que le rendement de moteur est égale à :

$$\eta = 1 - \frac{a^{-\gamma} - b^{-\gamma}}{\gamma(a^{-1} - b^{-1})}$$

c. Soit Q l'énergie dégagée par la combustion, montrer que : $b = \dfrac{a}{1 + \dfrac{\gamma - 1}{\gamma} a^{1-\gamma} \dfrac{Q}{P_1 V_1}}$

d. Calculer Q, b et η. *Rep : Q=1,63kJ , b=13,4 , η=0,68* .
e. Déterminer la puissance du moteur dans les conditions précisées par cette étude. Rep : *P=42kW*

a - c'est un cycle moteur (sens horaire), $W < 0$.



b. $Q_C = Q_{BC} = H_C - H_B = C_p(T_C - T_B)$ (isobare)

$Q_F = Q_{DA} = U_A - U_D = C_V(T_A - T_D)$ (isochore)

On, $W = -Q_C - Q_F$ donc $\rho = \frac{-W}{Q_C} = \frac{Q_C + Q_F}{Q_C} = 1 + \frac{Q_F}{Q_C}$

D'où $\rho = 1 + \frac{C_V(T_A - T_D)}{C_p(T_C - T_B)} = 1 + \frac{C_V(T_1 - T_3)}{C_p(T'_2 - T_2)} = 1 + \frac{T_1 - T_3}{\gamma(T'_2 - T_2)}$ car $C_p = \gamma C_V$

La loi de Laplace, sous forme $TV^{\gamma-1} = c^{ste}$ pour les adiabatiques réversibles donne :

$C \to D$: $T'_2 V_2'^{\,\gamma-1} = T_3 V_1^{\gamma-1}$ $\Rightarrow$ $T'_2 = T_3\left(\frac{V_1}{V'_2}\right)^{\gamma-1} = T_3\, b^{\gamma-1}$ $\qquad b = \frac{V_1}{V'_2}$: rapport de détente

$A \to B$: $T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$ $\Rightarrow$ $T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} = T_1\, a^{\gamma-1}$ $\qquad a = \frac{V_1}{V_2}$: taux de compression

Et $B \to C$ est isobare, donc $\frac{T_2}{V_2} = \frac{T'_2}{V'_2}$

$\Rightarrow T'_2 = T_2 \frac{V'_2}{V_1} \cdot \frac{V_1}{V_2} = T_2 \frac{a}{b}$

et $T_1 = \frac{T_2}{a^{\gamma-1}} = T_2\, a^{1-\gamma}$, $T_3 = \frac{T'_2}{b^{\gamma-1}} = T_2 \frac{a}{b} \cdot b^{1-\gamma} = T_2\, a\, b^{-\gamma}$

On rassemble tous ces résultats :

$$\rho = 1 + \frac{T_2\, a^{1-\gamma} - T_2\, a\, b^{-\gamma}}{\gamma\left(T_2 \frac{a}{b} - T_2\right)} = 1 + \frac{a^{-\gamma} - b^{-\gamma}}{\gamma(1/b - 1/a)}$$

on a divisé numérateur et dénominateur par $a T_2$.

Donc, finalement : $\boxed{\rho = 1 - \frac{a^{-\gamma} - b^{-\gamma}}{\gamma(1/a - 1/b)}}$

c. On note donc $Q_C = Q$.

$Q = C_p(T'_2 - T_2) = C_p T_2 (a/b - 1)$ avec $C_p = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1}$ $\qquad \alpha = \frac{a}{b} - 1$

On, $T_2 = T_1\, a^{\gamma-1}$ et $T_1 = \frac{P_1 V_1}{nR}$ $\qquad$ donc $\frac{a}{b} = 1 + \alpha$

D'où $Q = \frac{\gamma \cancel{nR}}{\gamma - 1} \frac{P_1 V_1}{\cancel{nR}}\, a^{\gamma-1}\left(\frac{a}{b} - 1\right)$, donc $\frac{(\gamma-1)\, Q\, a^{1-\gamma}}{\gamma P_1 V_1} = \frac{a}{b} - 1$ $\qquad$ donc $b = \frac{a}{1+\alpha}$

et donc $\boxed{b = \frac{a}{1 + \frac{(\gamma-1)\, Q\, a^{1-\gamma}}{\gamma P_1 V_1}}}$

d. En 100 km l'énergie libérée par la combustion du carburant est $E = c\,\mu\, h$ $\qquad E = 187200$ kJ

On, pendant ces 100 km, le moteur effectue $N = \frac{d}{v}\Omega$ tours $\qquad N = 230000$ tours

d : distance ; Ω : nombre de tours / u. de temps ; v : vitesse (120 km/h)

Enfin, il y a une combustion tous les 2 tours, donc $E = \frac{N}{2} Q$

On en déduit $Q = \frac{2\, c\, \mu\, h\, v}{d\, \Omega}$ $\qquad$ A.N : $Q = 1{,}63$ kJ

Par ailleurs, $V_1 - V_2 = V_0$ ($V_0 = 1769\ cm^3$) et $\frac{V_1}{V_2} = a$ ($a = 23$)

donc $V_1\left(1 - \frac{1}{a}\right) = V_0 \Rightarrow V_1 = \frac{a V_0}{a-1}$ A.N : $V_1 = 1849\ cm^3 \simeq 1{,}85.10^{-3}\ m^3$

Il ne reste qu'à calculer b et ρ avec les résultats établis en b et c :

$\boxed{\begin{array}{l} b = 13{,}4 \\ \rho = 0{,}68 \end{array}}$

e. Par seconde il y a $\frac{4600}{60} = 76{,}7$ tours et donc 38,3 combustions (une combustion tous les 2 tours)

donc une énergie libérée par les combustions de 62,5 kJ,

et donc une énergie mécanique de 42,5 kJ (on multiplie par le rendement).

$P = 42{,}5\ kW$ (environ 58 "chevaux")