TD physique 15

Ondes em milieux

Exercice 1

On s'intéresse à la propagation d'une onde électromagnétique dans l'ionosphère(au delà de $80km$ d'altitude). L'onde est considérée comme plane, progressive, monochromatique et polarisée rectilignement, avec une longueur d'onde dans le vide de $12m$.

On décrit l'ionosphère comme un plasma peu dense qui contient en densité $n_V = 2,5.10^{12}m^{-3}$ des ions positifs de charge $+e$ et de masse m_+et des électrons. On considérera que la masse des ions est grande devant celle des électrons. Ces différentes particules subissent la seule force de Lorentz associée à la propagation de l'onde (ni "frottement fluide", ni rappel élastique).

1. Pourquoi est-il généralement pertinent de négliger l'action du champ magnétique devant celle du champ électrique ?
2. Etablir l'équation de dispersion associée à la propagation de l'onde.
3. Justifier le fait que l'onde se propage dans l'ionosphère.
4. Calculer la vitesse de phase, la vitesse de groupe, l'indice du milieu et la longueur d'onde.

Exercice 2

On s'intéresse à la propagation d'ondes électromagnétiques centimétriques (pour les applications numériques, on prendra $\lambda = 1$ cm) dans le cuivre.

Pour décrire le comportement du métal, on utilisera le modèle de drude : Les électrons libres subissent, du fait des interactions avec les ions et les autres électrons du métal, une force « de frottement » proportionnelle à leur vitesse. Par ailleurs, on considère que le cuivre n'a aucune propriété diélectrique ni magnétique.

1. Ecrire l'équation du mouvement des électrons du métal sous l'action d'un champ électrique. Introduire une constante τ ayant la dimension d'un temps. Quelle est sa signification ?
2. Donner l'expression de γ_0, conductivité du métal en régime continu, en fonction de τ, e, m_e et n (nombre d'électrons libres par unité de volume)
3. On donne, pour le cuivre, $\rho = 9000$ kg/m^3 et $\mathrm{M_{Cu}} = 63,5$ g/mol. En déduire n, en considérant que chaque atome de cuivre donne, en moyenne, un électron libre. On donne $\gamma_0 = 6.10^7$ S/m. En déduire la valeur de τ.
4. En considérant un régime sinusoidal forcé pour le mouvement des électrons, sous l'action d'un champ $\vec{E}$ variant sinusoidalement au cours du temps, donner l'expression de la conductivité complexe pour une fréquence ω quelconque. Quelle approximation peut-on faire, compte tenu du domaine de fréquences envisagé ?
5. Ecrire les équations de maxwell dans le métal. En déduire l'équation de propagation pour $\vec{E}$ et $\vec{B}$ et la relation de dispersion liant $\underline{k}$ et ω.
6. Comparer numériquement les termes $\mu_0\gamma\omega$ et ω^2/c^2 qui interviennent dans cette relation. Quelle approximation peut-on faire ? Préciser quel terme cela revient à négliger dans les équations de maxwell.
7. En déduire l'expression de $\underline{k}$. Introduire une grandeur δ homogène à une longueur, préciser sa signification et donner sa valeur numérique.
8. Ecrire l'expression de $\underline{\vec{E}}$ pour une onde plane monochromatique se propageant dans le sens de $\vec{e}_{\mathbf{x}}$ et polarisée rectilignement selon $\vec{e}_{\mathbf{y}}$. En déduire l'expression de $\underline{\vec{B}}$ et préciser son déphasage par rapport au champ électrique.
9. Ecrire l'expression du vecteur de poynting et calculer sa valeur moyenne. En déduire la puissance dissipée en moyenne dans un volume de surface S et compris entre $x = 0$ et $x = 1$
10. Montrer que la puissance par unité de volume dissipée par effet joule dans le métal s'écrit $\vec{j}.\vec{E}$. Retrouver le résultat précédent.

Exercice 3

Une onde em plane, harmonique de pulsation ω se propage dans un plasma constitué d'ions positifs et d'électrons. La densité d'électrons, notée n*, vaut 6.10^{14} m^{-3}. On considérera que seuls les électrons contribuent à la conduction.

1. Montrer que la conductivité (complexe) du plasma peut s'écrire $-i\varepsilon_0\omega_\mathrm{p}^2/\omega$, donner l'expression de ω_p et calculer la valeur numérique de f_p.
2. Déterminer la relation de dispersion du plasma pour une fréquence supérieure à f_p.
3. En déduire l'expression de la vitesse de groupe v_g et calculer sa valeur numérique pour $f = 2f_p$
4. Etablir l'expression de la densité volumique moyenne d'énergie électromagnétique, ainsi que de la densité volumique moyenne d'énergie cinétique associée au mouvement des électrons en fonction de l'amplitude du champ électrique.
5. Montrer que la valeur moyenne (temporelle) du vecteur de poynting est égale au produit de la vitesse de groupe par la densité volumique moyenne d'énergie (électromagnétique + cinétique).

Exercice 4

A suffisamment basse fréquence, un métal est localement neutre et sa conductivité γ est réelle. On peut y négliger le courant de déplacement devant le courant de conduction.

1. Etablir l'équation de propagation vérifiée par le champ électrique dans le métal.
2. Le métal est illimité dans l'espace. On envisage une onde dont le champ électrique s'écrit, en complexe :

$$\underline{\vec{E}} = E_0 e^{i(\omega t - \underline{k} z)} \overrightarrow{e_x}$$

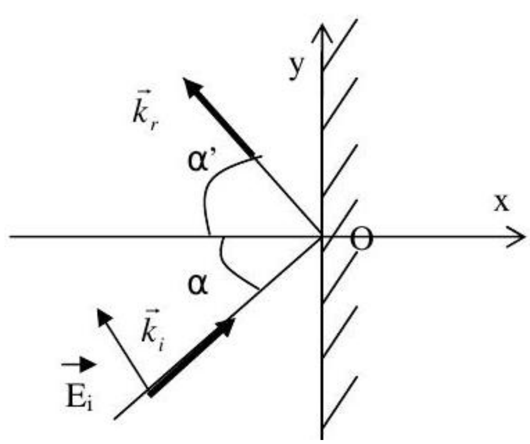
où E_0 est une constante réelle positive. Etablir la relation de dispersion en faisant intervenir une distance caractéristique notée δ. Donner l'expression du champ électrique. Quelle est la signification physique de δ?

3. Etablir l'expression du champ magnétique $\vec{B}$ de l'onde. Les champ $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont-ils en phase ?
4. Etablir l'expression du vecteur de Poynting moyenné en temps.
5. On raisonne sur un volume parallélépipédique d'épaisseur dz, d'extensions L selon x et l selon y. Déterminer l'expression de la puissance $\mathcal{P}$ (moyennée en temps) cédée à ce volume de métal par l'onde (effet Joule).
6. En réalisant un bilan énergétique sur le volume, vérifier la cohérence des résultats des deux questions précédentes.

Exercice 5

On considère une onde électromagnétique plane monochromatique qui se propage dans l'air qui sera traité comme le vide. Cette onde se réfléchit sur un conducteur parfait sous une incidence α avec la normale sortante au conducteur.

Le champ électrique de l'onde incidente est contenu dans le plan de figure : l'onde est polarisée rectilignement et d'amplitude E_0. On admettra que le vecteur d'onde et le champ électrique associés à l'onde réfléchie sont également dans le plan de la figure.



1. Ecrire les expressions de $\vec{k}_i, \vec{E}_i$ et $\vec{B}_i$. On notera k la norme du vecteur d'onde et E_0 l'amplitude du champ électrique.

2. Rappeler pourquoi l'onde réfléchie est de même fréquence que l'onde incidente. Que peut-on en déduire sur la longueur d'onde de l'onde réfléchie ? Sur la norme du vecteur d'onde lors de la réflexion ?

La réflexion s'opère sans dissipation. Que peut-on en déduire sur les amplitudes des champs électrique et magnétique réfléchis ?

3. Donner les expressions de $\vec{k}_r$ et $\vec{E}_r$ en faisant apparaitre α', k et E_0.

4. En utilisant les relations de passage sur la surface du métal, montrer que $\alpha' = \alpha$

5. Déterminer le champ électrique de l'onde réfléchie puis son champ magnétique.

Exercice 6

On considère un guide d'onde à section rectangulaire de dimensions a (selon (Ox)) et b (selon (Oy)). Les parois du guide d'onde sont considérées comme un métal parfait. Attention, il ne s'agit pas ici d'une onde plane !

On envisage la propagation d'une onde électromagnétique selon un mode transverse électrique dans lequel le champ électrique est selon (Oy). On écrira donc, à priori :

$$\vec{E} = E(x,y) \exp\left(i\left(\omega t - k_z z\right)\right) \vec{e}_y$$

1. Montrer que l'amplitude du champ ne dépend pas de y
2. Montrer que $E(x)$ est de la forme $E_0 \sin(k_x x)$
3. En considérant les conditions aux limites, donner les valeurs possibles pour k_x
4. Déterminer la fréquence de coupure
5. Donner l'expression du champ magnétique dans le guide d'onde
6. Déterminer les charges de surface sur les faces (xz) et les courants de surface sur les faces (yz)