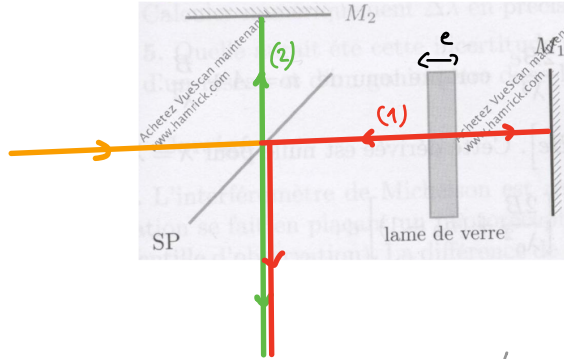


Exercice 1

En partant d'une situation en lame d'air à faces parallèles, un expérimentateur règle l'interféromètre de Michelson au contact optique. Il place ensuite une lame de mica d'épaisseur e devant le miroir M_1 parallèlement à ce dernier. L'indice du mica est $n_0 = 1,526$. Dans quel sens doit-on translater M_1 pour retrouver le contact optique? Donner l'expression littérale du déplacement d permettant de retrouver le contact optique en fonction de e et n_0 (l'indice de l'air est égal, avec 4 chiffres significatifs, à 1,000). L'expérimentateur a déplacé M_1 de $0,050 \pm 0,005$ mm (en valeur absolue) pour retrouver le contact optique. Calculer numériquement l'épaisseur e de la lame de mica et l'incertitude sur cette grandeur.



La lame de verre, d'indice supérieur à l'air, introduit un supplément de chemin optique pour l'onde (1) égal à $\Delta s_{\text{sup}} = 2e(n_0 - 1)$ donc si on veut revenir au contact optique en déplaçant M_1 , il faut que ce déplacement réduise le chemin optique de (1) de la même quantité Δs_{sup} . On raisonne en considérant l'incidence normale, on a alors $d = 2d$ du au déplacement de M_1 , il faut donc $2d = 2e(n_0 - 1)$, et donc $d = e(n_0 - 1)$. Le déplacement doit être fait vers la gauche (rapprocher M_1 de la séparatrice).

4.4 : $e = 0,035$ mm

$$\Delta e = e \sqrt{\left(\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta n_0}{n_0}\right)^2} = 0,01 \text{ mm} \quad (\Delta d = 0,05 \text{ mm et } \Delta n_0 = 0,001)$$

Exercice 2

1. Décrire sommairement l'interféromètre de Michelson. Faire le schéma lors d'une utilisation en "lame d'air" d'épaisseur e et en donner les caractéristiques (on note i l'angle que fait le rayon incident avec l'axe du miroir translatable M_1).

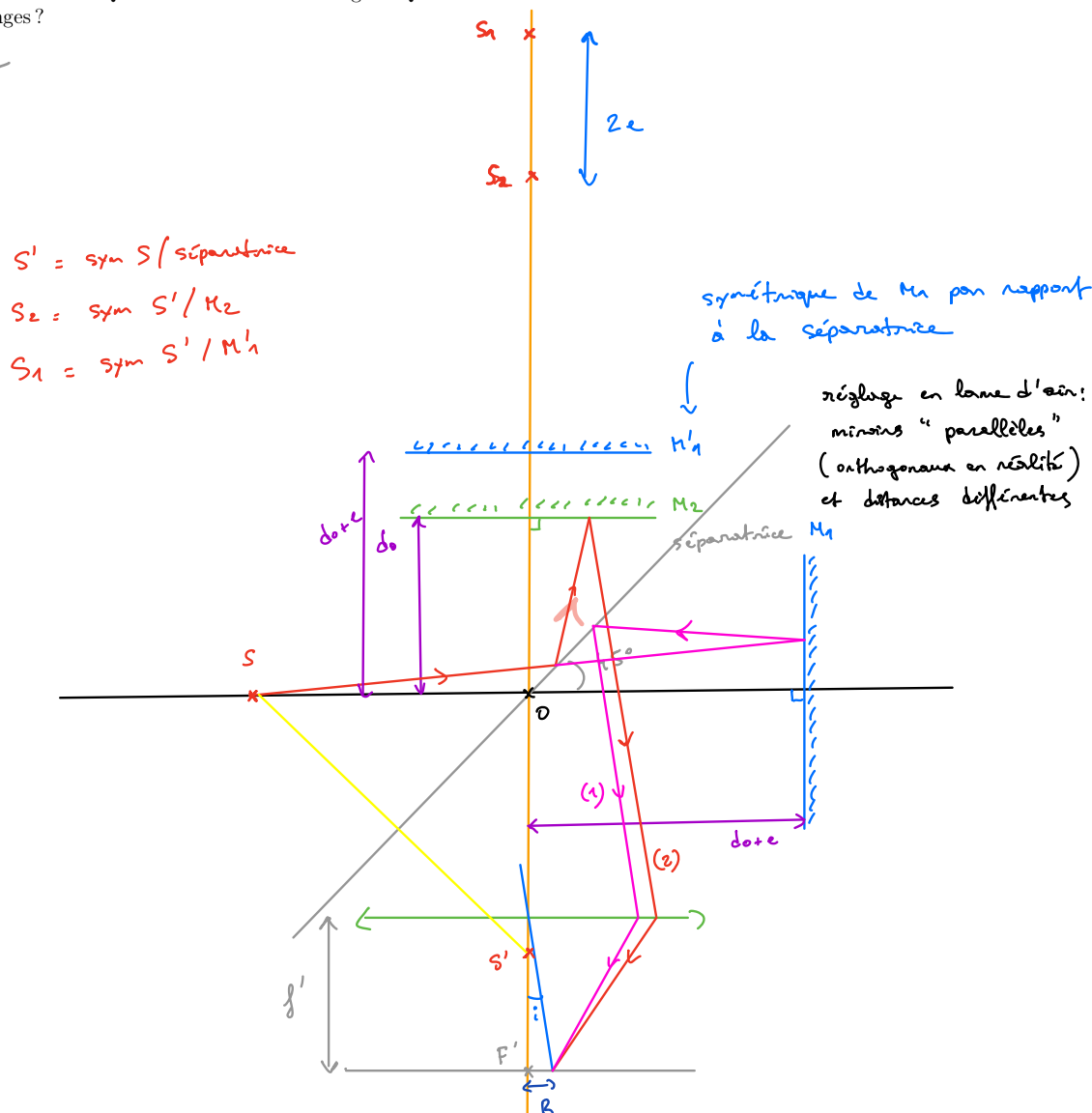
Quelle est dans ce cas la différence de marche δ en fonction de i ? Quelle est la forme des franges? Quel lien existe-t-il entre la taille de la source et la localisation des franges?

2. Déterminer le rayon r_k du k^{ime} anneau brillant compté à partir du centre (que l'on suppose brillant, c'est à dire que l'ordre est entier au centre) en fonction de k, λ_0, e et f' , la distance focale de la lentille de projection, et commenter le résultat.

3. Faire le schéma de l'interféromètre de Michelson lors d'une utilisation en "coin d'air" d'angle a éclairé par une source quasi ponctuelle.

Quelle est dans ce cas la différence de marche δ en fonction de x où x est l'abscisse par rapport à l'arête des deux miroirs? Quelle est la forme des franges? Quel lien existe-t-il entre la taille de la source et la localisation des franges?

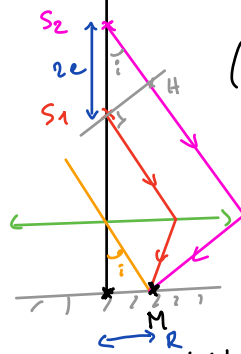
1-



En raisonnant avec les sources équivalentes S_1 et S_2 , on voit que la différence de marche est égale à $\delta = 2e \cos(i)$ (figure page suivante). Les franges sont des cercles concentriques (anneaux). Avec une source étendue les franges sont localisées à l'infini.

2- On utilise directement le schéma équivalent avec S_1 et S_2 .

$$\cos(i) = \frac{S_2 H}{2e}$$



$$\delta = S_2 H = 2e \cos(i)$$

$$(\cos(S_1 M) = (H M)) \rightarrow \text{Max}$$

$$\phi = \frac{2\pi \delta}{\lambda_0}$$

$$\tan(i) = \frac{R}{f'}$$

Frange brillante au centre :

au centre, $i=0$, donc $\cos(i)=1$

! l'ordre au centre n'est pas nul, il est maximal!

le déphasage au centre est multiple de 2π (ondes en phase).

$$\text{donc } 2e \times \frac{2\pi}{\lambda_0} = p \cdot 2\pi, \quad p \text{ entier}$$

$$\text{soit } \frac{2e}{\lambda_0} = p, \quad p \text{ entier}$$

On note $p_0 = \frac{2e}{\lambda_0}$ l'ordre au centre (supposé entier réel)

k^{ème} anneau brillant ?

$$k=0 : p = p_0$$

$$k=1 : p = p_0 - 1$$

$$\text{etc ... } p = p_0 - k$$

$$\text{donc } \frac{2e \cos(i)}{\lambda_0} = p_0 - k = \frac{2e}{\lambda_0} - k$$

On continue avec des petits angles pour i :

$$R = f' \tan(i) \approx f' i$$

$$\text{et } \cos(i) \approx 1 - \frac{i^2}{2}$$

$$\text{donc } \frac{2e}{\lambda_0} \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = \frac{2e}{\lambda_0} - k$$

$$\text{soit } \frac{e i^2}{\lambda_0} = k$$

$$\text{d'où } i = \sqrt{\frac{k \lambda_0}{e}}$$

$$\text{et } R = f' \sqrt{\frac{k \lambda_0}{e}}$$

Les rayons des anneaux augmente lorsque l'on s'approche du contact optique (i.e lorsque $e \downarrow$).

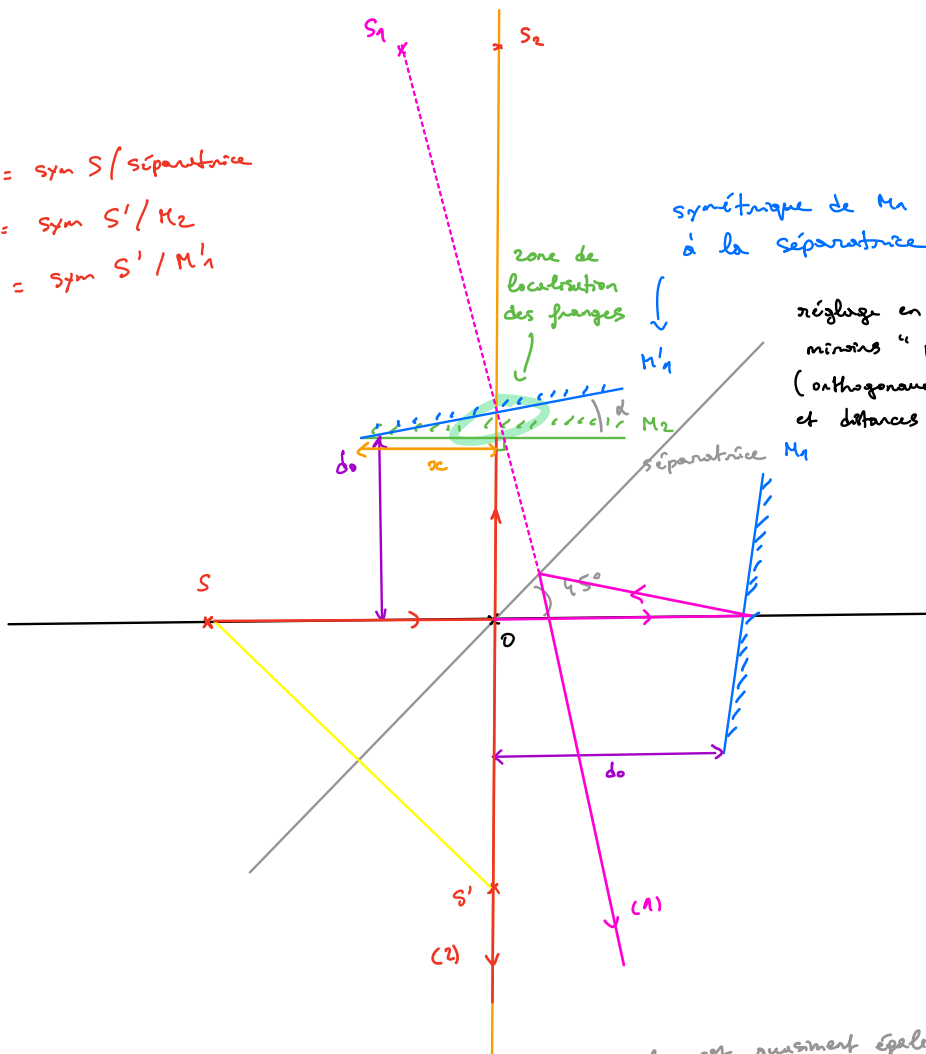
3.

$S' = \text{syn } S / \text{séparatrice}$

$$S_2 = \text{sym } S' / K_2$$
$$S_1 = \text{sym } S' / M'_1$$

symétrique de M_1 par rapport
à la séparatrice

réglage en lame d'air:
moins "parallèles"
(orthogonale en réalité)
et distances différentes



l'angle α étant très petit, la différence de marche est quasiment égale à 2 fois l'épaisseur de coin d'air traversée, donc $\delta = 2 \alpha x$.

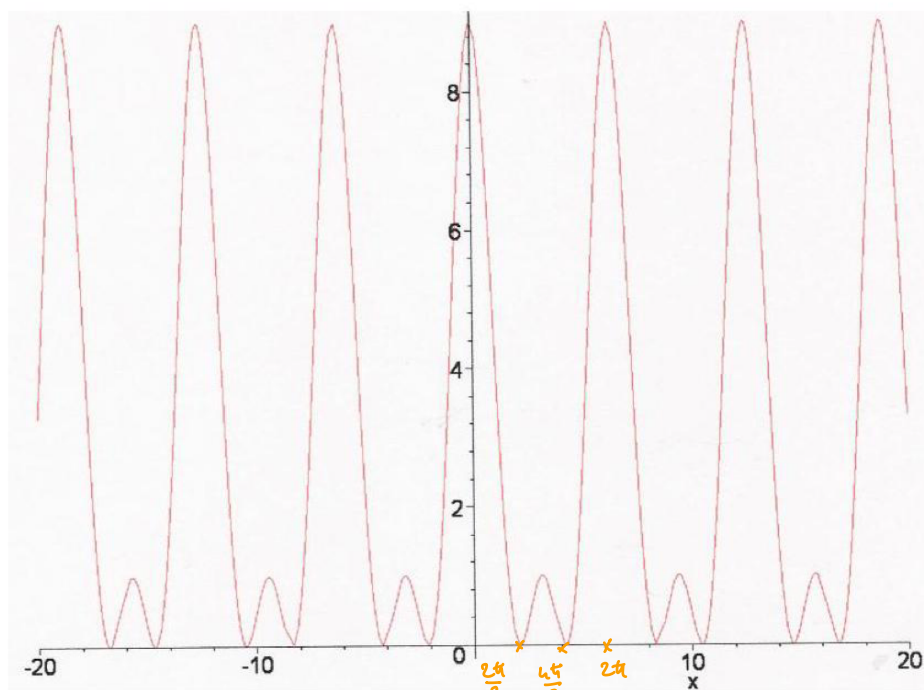
Les franges sont rectilignes. Avec une source étendue, elles sont localisées "au voisinage des minima".

Exercice 3

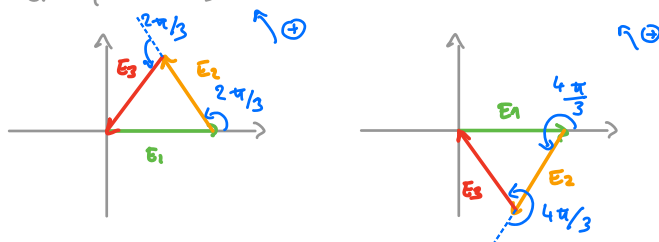
On considère le dispositif des fentes d'Young : Une source S, considérée comme ponctuelle et parfaitement monochromatique (longueur d'onde notée λ) est placée au foyer objet d'une lentille convergente L_1 . Ce dispositif éclaire des fentes considérées comme infiniment fines, et on note a la distance entre deux fentes successives. On place ensuite une lentille convergente L_2 , de distance focale f_2 , et un écran dans le plan focal image de cette lentille.

On repère par x la position sur l'écran (dans la direction orthogonale aux fentes). Dans un premier temps, on considère le dispositif « habituel » avec deux fentes.

1. Faire un schéma du dispositif et décrire qualitativement la figure d'interférences observée sur l'écran
2. Donner l'expression de l'intensité lumineuse sur l'écran en fonction de x
3. On considère maintenant un dispositif comportant trois fentes. Les valeurs de x correspondant à des maxima d'intensité lumineuse sur l'écran sont-elles changées? Celles correspondant à des minima?
4. Donner à nouveau l'expression de l'intensité lumineuse sur l'écran en fonction de x . Commenter le graphe obtenu (donné ci dessous, avec en abscisses le déphasage entre deux ondes issues de deux fentes successives et en ordonnées l'intensité lumineuse rapportée à celle correspondant à une seule fente)
5. Décrire qualitativement comment évoluent les choses lorsque l'on augmente le nombre de fentes
6. Calculer l'intensité lumineuse dans le cas de N fentes



- 1-2 voir cours. $I = 2 I_0 (1 + \cos(\phi))$ avec $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda} = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{ax}{f_2}$
3. Les valeurs de x associées aux maxima vérifient $\phi = 2\pi p$ avec p entier (les 3 ondes qui interfèrent sont en phase), donc ce sont les mêmes que dans le cas de 2 ondes.
Pour les minima en revanche, il y a davantage de possibilités d'interférences totalement destructives, avec $\phi = 2\pi/3$ (2π) et $\phi = 4\pi/3$ (2π). On peut illustrer avec la représentation de Fresnel :



4. $E = E_1 + E_2 + E_3 = E_0 \cos(\omega t) + E_0 \cos(\omega t + \phi) + E_0 \cos(\omega t + 2\phi)$

il est judicieux d'utiliser les complexes :

$$\underline{E} = E_0 e^{i\omega t} (1 + e^{i\phi} + e^{2i\phi})$$

$$I = \frac{E_0 c}{2} \operatorname{Re}(\underline{E} \underline{E}^*) = \underbrace{\frac{E_0 c E_0^2}{2}}_{I_0} \underbrace{\operatorname{Re}\left((1 + e^{i\phi} + e^{2i\phi})(1 + e^{-i\phi} + e^{-2i\phi})\right)}_{\begin{aligned} &1 + e^{-i\phi} + e^{-2i\phi} + e^{i\phi} + 1 + e^{-i\phi} \\ &+ e^{2i\phi} + e^{i\phi} + 1 \\ &= 3 + 2(e^{i\phi} + e^{-i\phi}) + e^{2i\phi} + e^{-2i\phi} \\ &= 3 + 4\cos(\phi) + 2\cos(2\phi) \end{aligned}}$$

Donc $I = I_0 (3 + 4\cos(\phi) + 2\cos(2\phi))$

On voit que : - pour $\phi = 0 [2\pi]$, $I = 9 I_0 = \underline{\underline{3^2 I_0}}$

- on a bien $I = 0$ pour $\phi = \underline{\underline{2\pi/3 [2\pi]}}$ et $\phi = \underline{\underline{4\pi/3 [2\pi]}}$
 $(\cos(2\pi/3) = \cos(4\pi/3) = \cos(8\pi/3) = -1/2)$

5. Les maxima sont de plus en plus intenses ($N^2 I_0$) et de plus en plus fins, l'annulation immédiatement après un pic étant de + en + proche ($\frac{2\pi}{N}$).

6. Cela correspond au calcul fait pour le réseau (dans sa modélisation simple par N fentes d'Young infinitésimales) : $I = N^2 I_0 \frac{\sin(N\phi/2)}{\sin(\phi/2)}$

Exercice 4

On s'intéresse à un interféromètre de Michelson réglé en lame d'air, et on note e l'épaisseur de la lame d'air équivalente à l'interféromètre.

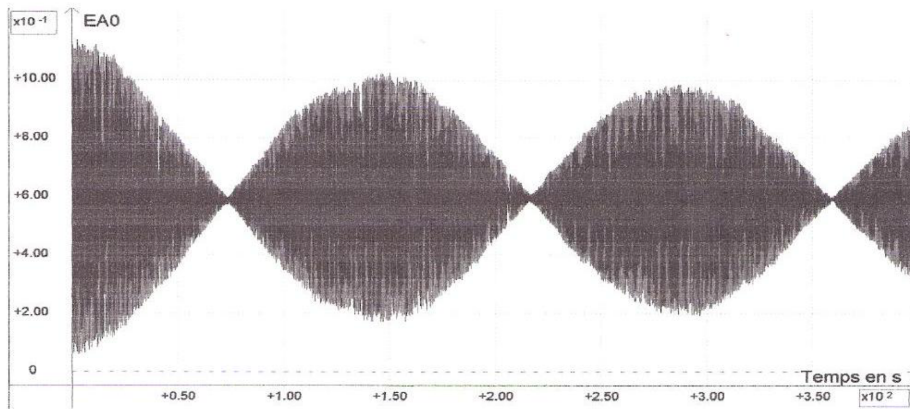
On observe les interférences à l'infini sur un écran placé au foyer image d'une lentille convergente.

La source est une lampe à vapeur de mercure, suivie d'un filtre interférentiel, qui ne laisse passer que deux radiations de même intensité et de longueurs d'onde voisines (dont la moyenne vaut 578 nm). On réalise un enregistrement de l'intensité lumineuse en fonction de e en utilisant :

- Une photodiode polarisée en inverse qui délivre un courant proportionnel à l'intensité lumineuse reçue placée au centre de l'écran, le signal est ensuite enregistré via un ordinateur

- Un moteur qui fait défiler le miroir mobile et ainsi varier e avec une vitesse de $555,5 \text{ nm} \cdot \text{s}^{-1}$

Déduire de cet enregistrement l'écart entre les deux raies jaunes du mercure. Interpréter qualitativement le fait que l'intensité des battements diminue lorsque e augmente. ($e = 0$ au début du défilement).



On modélise spectalement la source par un doublet de pics "infinitement fins" :

Pour chaque composante, $I = \frac{I_0}{2} (1 + \cos(\phi))$ avec $\phi = \frac{2\pi d}{\lambda}$

Les 2 composantes spectrales n'interfèrent pas entre elles, donc

on somme les intensités associées : $I = I_1 + I_2$

$$= I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda_1} \right) \right) + I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda_2} \right) \right)$$

$$= I_0 \left(2 + \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda_1} \right) + \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda_2} \right) \right)$$

On utilise $\cos(p) + \cos(q) = 2 \cos \left(\frac{p+q}{2} \right) \cos \left(\frac{p-q}{2} \right)$:

$$I = 2 I_0 \left(1 + \cos \left(2\pi d \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \cos \left(2\pi d \cdot \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} \right) \right) \right)$$

$$\text{Or, } \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\lambda_1} + \frac{1}{\lambda_2} \right) = \frac{\lambda_1 + \lambda_2}{2 \lambda_1 \lambda_2} = \frac{\lambda_m}{\lambda_1 \lambda_2} \approx \frac{1}{\lambda_m} \quad (\Delta \lambda \ll \lambda_m \Rightarrow \lambda_1 \lambda_2 \approx \lambda_m^2)$$

$$\text{et } \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2} = \frac{\lambda_2 - \lambda_1}{\lambda_1 \lambda_2} \approx \frac{\Delta \lambda}{\lambda_m^2}$$

$$\text{D'où } I \approx 2 I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{\pi d \Delta \lambda}{\lambda_m^2} \right) \cos \left(\frac{2\pi d}{\lambda_m} \right) \right)$$

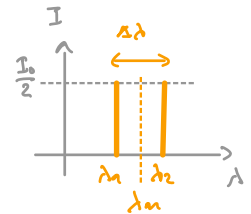
cos "lent"

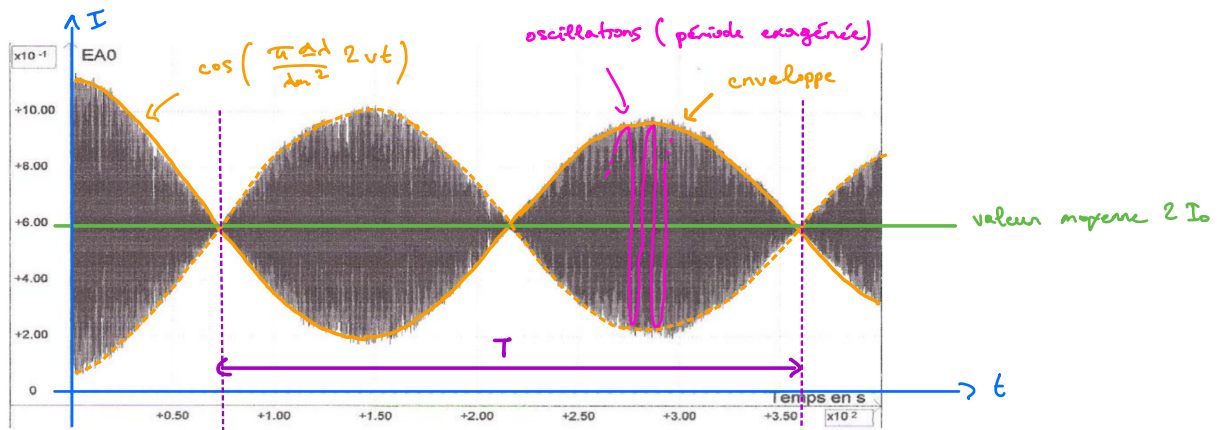
→ enveloppe

(on peut le voir comme un facteur de contraste)

cos "rapide"

→ oscillations à l'intérieur de l'enveloppe





$\delta = 2e \cos(i)$ (michelson en lame d'air) et $\cos(i) = 0$ (détecteur au centre des anneaux)

donc $\delta = 2e$ avec $e = vt$ ($v = 555,5 \text{ nm} \cdot \text{s}^{-1}$)

donc $\delta = 2vt$, le terme d'enveloppe s'écrit donc $\cos\left(\frac{\pi \Delta h}{\lambda^2} 2vt\right)$

En notant T la période de ce $\cos$, on doit avoir $\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right)$ et donc

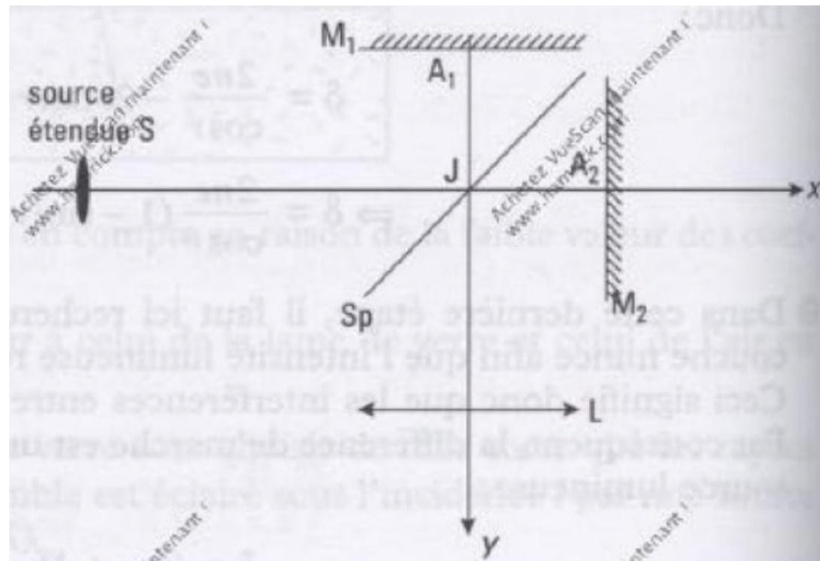
$T = \frac{\lambda^2}{v \Delta h}$, on peut donc mesurer T et calculer Δh par $\Delta h = \frac{\lambda^2}{v T}$.

On relève $T = 300 \text{ s}$, ce qui donne $\Delta h = \frac{578^2}{555,5 \times 280} = 2 \text{ nm}$

Le fait que le contraste diminue quand e et i est une question de cohérence temporelle, les pics du doublet ne sont pas infiniment fins, ce qui n'est pas pris en compte dans la modélisation et le calcul que l'on a faits.

Exercice 5

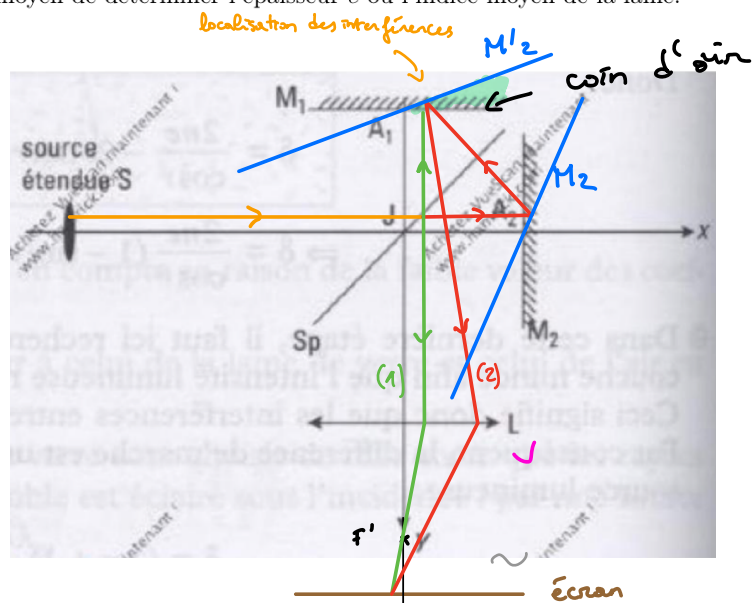
Un interféromètre de Michelson est plongé dans l'air. Dans tout le problème, on ne tient pas compte ni des inconvénients liés à l'épaisseur non négligeable de la séparatrice, ni d'éventuels changements de phase par réflexion. L'indice de l'air sera pris égal à 1.



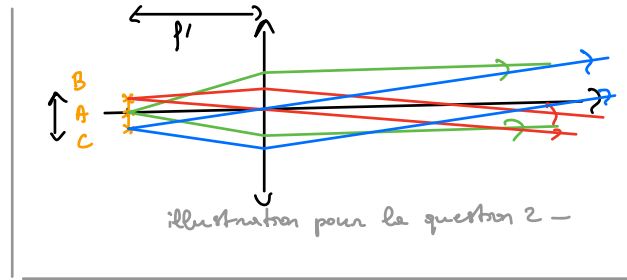
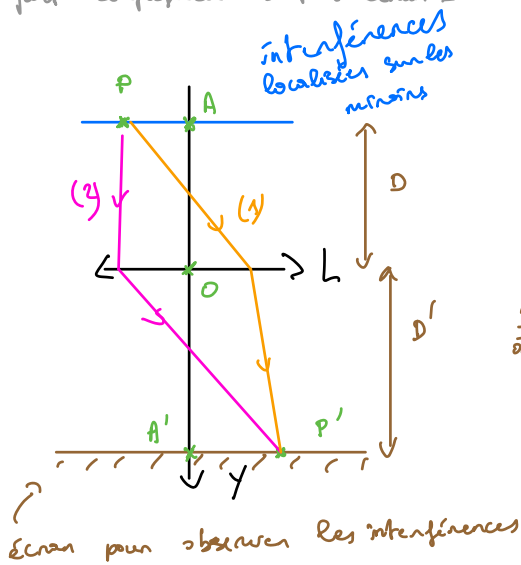
On utilise comme source étendue S une lampe spectrale de symétrie de révolution autour de l'axe SJ . A partir de la situation où les deux bras sont égaux, $JA_1 = JA_2$ on fait tourner M_2 d'un angle α très faible autour d'un axe perpendiculaire au plan de la figure passant par A_2 . 1. Montrer à l'aide d'un schéma que le dispositif est équivalent à un coin d'air d'angle α

- Comment éclairer le coin sous incidence quasi-normale ?
- Pour des rayons lumineux voisins de l'incidence normale, faire apparaître, à l'aide d'un schéma, la position du plan de localisation de la figure d'interférences.
- Comment faut-il placer la lentille L pour observer les interférences sur un écran ?
- Caractériser le système de franges et donner la valeur de l'interfrange i sur l'écran, sachant que le grandissement de la lentille est égale à 4. Application numérique : $\alpha = 1$, $\lambda = 546,1 \text{ nm}$. Donner la valeur de i .
- On éclaire le coin d'air en lumière blanche, et on place dans le bras JA_1 parallèlement au miroir M_1 , une lame d'épaisseur e et d'indice n . Indiquer un moyen de déterminer l'épaisseur e ou l'indice moyen de la lame.

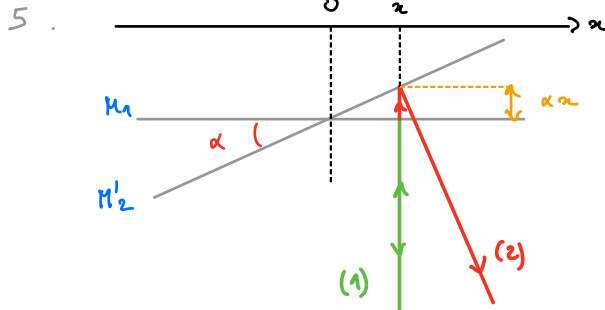
- On peut raisonner comme si la lumière arrivait en incidence normale sur M_1 et M_2 depuis une source située sur l'axe (J). Voir le cours pour plus de détails.
- Il faut placer la source dans le plan focal objet d'une lentille convergente -
- Les interférences sont localisées là où des RL (1) et (2) "se croisent", donc au voisinage de $M_1/2$ -



4. Il faut composer $n/2$ et l'écran -



$$\frac{1}{\frac{1}{f'}} - \frac{1}{\frac{1}{f}} = \frac{1}{f'}, \text{ soit } \frac{1}{D} + \frac{1}{D'} = \frac{1}{f'}$$

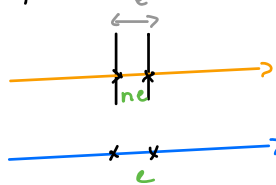


Les franges sont rectilignes, orthogonales au plan de la figure -

6. On va introduire sur le trajet de l'onde (1) une $\neq$ de manche supplémentaire de:

$$\delta_{\text{sup}} = 2e(n-1)$$

on traverse 2 fois



Pour $\delta_{\text{sup}} = \lambda_0$, décalage de i'

Pour $\delta_{\text{sup}} = 2e(n-1)$, décalage de λ : $i' = \frac{2e(n-1)}{\lambda_0}$ donc $e(n-1) = \frac{\lambda_0 \lambda}{2i'}$
 on prend le "faux moyen", $\lambda_0 = 590 \text{ nm}$

Démonstration : on observe les franges, (sans la lame)
 on repère la frange centrale (blanche)

on ajoute la lame, on repère à nouveau la frange centrale et on note le décalage.

Schéma pour illustrer la différence de marche : $\delta = 2\alpha\alpha$, $\alpha\alpha$ correspond à l'épaisseur de coin d'air traversée (2 fois) par l'onde (2).

On a des interférences constructives pour

$$p = \frac{\phi}{2\alpha} = \frac{\delta}{\lambda_0} = \frac{2\alpha\alpha}{\lambda_0} \text{ entier.}$$

$$\Delta p = 1 \Leftrightarrow i = \alpha\alpha = \frac{\lambda_0}{2\alpha}, \text{ ce qui est}$$

l'expression de l'interfrange dans le plan (vertical) de H_2 . Pour avoir l'interfrange sur l'écran, on doit multiplier par le grandissement de la lentille L.

$$A.N : i' = \frac{\lambda_0}{2\alpha} |8| = 3,7 \text{ mm}$$

on en déduit e connaissant n ou l'inverse -

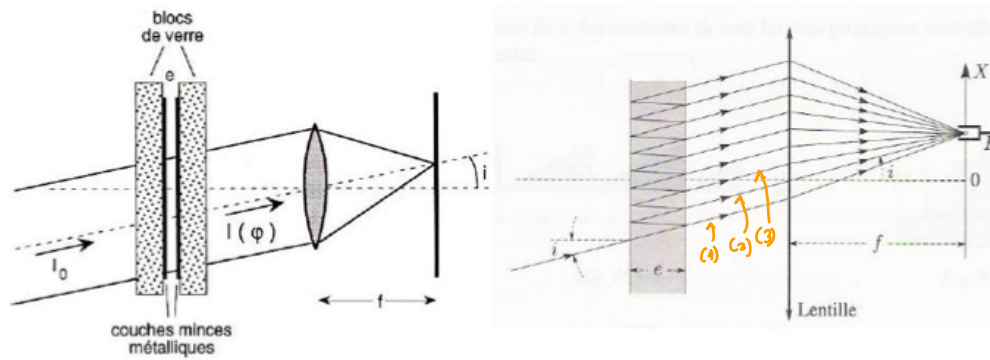


$$e(n-1) = \frac{\lambda_0 \lambda}{2i'}$$

Exercice 6

On considère un interféromètre (de Fabry-Pérot) constitué d'une 'lame d'air' d'épaisseur e comprise entre 2 lames de verre rigoureusement parallèles (toute la difficulté des réglages vient de cette obligation), parfaitement planes et très réfléchissantes sur leur face interne (typiquement, le coefficient de réflexion en énergie est supérieur à 0,95 en incidence normale; i.e plus de 95% de l'énergie est réfléchi et moins de 5% transmise). On éclaire l'interféromètre en lumière parallèle et en incidence quasi-normale (cf schéma). On admet que l'on peut considérer les lames de verre comme infiniment minces, et ne se préoccuper des réflexions que sur les faces internes.

On note r le coefficient de réflexion en amplitude, et R le coefficient de réflexion en énergie ($R = r^2$). On ne tient pas compte des coefficients de transmission.



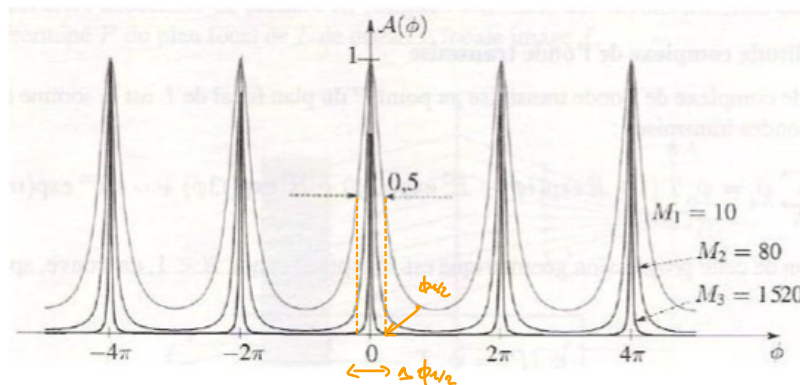
- 1) Exprimer le déphasage ϕ entre 2 rayons consécutifs.
- 2) Exprimer l'amplitude complexe du n^{eme} rayon en fonction de celle, notée E_0 , du rayon incident.
- 3) On considère qu'une infinité de rayons vont interférer à l'infini. En utilisant la notation complexe, exprimer l'amplitude complexe résultante en fonction de ϕ , E_0 et R .
- 4) En déduire l'intensité lumineuse pour une direction caractérisée par l'angle i . Que vaut l'intensité maximum ? Exprimer I en fonction de I_{max} et mettre sous la forme :

$$I = \frac{I_{max}}{(1 + M \sin^2(\phi/2))}$$

- 5) On place un écran dans le plan focal d'une lentille convergente pour observer ces interférences. Quelle est la forme des franges obtenues ?

- 6) On donne ci dessous l'allure de I en fonction de ϕ . Donner l'expression de la finesse, que l'on peut définir comme l'écart entre deux pics divisé par la largeur à mi-hauteur. Faire les applications numériques pour :

$R = 0,9$; $R = 0,95$ et $R = 0,99$. Pour comparaison, quelle est la finesse d'un interféromètre de Michelson ?



1. Situation de lame à faces parallèles, vue en cours - $\phi = 2e \cos(i)$

2. $E_1 = E_0 e^{i\omega t}$: (1) est uniquement transmis

$E_2 = R e^{i\phi} E_0 e^{i\omega t}$: (2) est réfléchi 2 fois, donc $x \cdot n^2 = x R^2$ et déphasé de ϕ

$\vdots$
 $E_n = R^n e^{in\phi} E_0 e^{i\omega t} = (R e^{i\phi})^n E_0 e^{i\omega t}$: $2n$ réflexions et déphasé de $n\phi$

$$3. \underline{E} = \sum_{n=1}^{\infty} \underline{E}_n = E_0 e^{i\omega t} \sum_{n=1}^{\infty} (R e^{i\phi})^n = E_0 e^{i\omega t} \frac{1}{1 - R e^{i\phi}} \quad (|R e^{i\phi}| = R < 1)$$

$$4. I = E_0 c \cdot \frac{1}{2} \operatorname{Re}(\underline{E} \underline{E}^*) = \frac{E_0 c E_0^2}{2} \operatorname{Re} \left(\underbrace{e^{i\omega t} e^{-i\omega t}}_{=1} \cdot \underbrace{\frac{1}{1 - R e^{i\phi}} \cdot \frac{1}{1 - R e^{-i\phi}}}_{=1} \right)$$

$$\text{donc } I = \frac{E_0 c E_0^2}{2} \cdot \frac{1}{1 + R^2 - 2R \cos(\phi)}$$

$$\text{La valeur max est obtenue pour } \cos(\phi) = 1, \text{ donc } I_{\max} = \frac{E_0 c E_0^2}{2(1 + R^2 - 2R)} = \frac{E_0 c E_0^2}{2(1 - R)^2}$$

$$\text{D'où } I = I_{\max} \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos(\phi)}$$

$$\text{Or, } \cos(\phi) = \cos(2\phi/2) = \cos^2(\phi/2) - \sin^2(\phi/2) = 1 - 2\sin^2(\phi/2)$$

$$\text{Donc } \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R \cos(\phi)} = \frac{(1 - R)^2}{1 + R^2 - 2R + 4R \sin^2(\phi/2)} = \frac{(1 - R)^2}{(1 - R)^2 + 4R \sin^2(\phi/2)} = \frac{1}{1 + \frac{4R}{(1 - R)^2} \sin^2(\phi/2)}$$

$$\text{Donc } I = \frac{I_{\max}}{1 + M \sin^2(\phi/2)} \quad \text{avec } M = \frac{4R}{(1 - R)^2}$$

5. Ce sont des franges d'égale inclinaison, comme avec le michelson réglé en lame d'air, on obtient des anneaux -

$$6. f = \frac{2\pi}{\Delta\phi_{1/2}} \quad \text{où } \Delta\phi_{1/2} = 2\phi_{1/2} \quad \text{avec } I(\phi_{1/2}) = \frac{I_{\max}}{2}, \text{ ce qui donne } \frac{I_{\max}}{2} = \frac{I_{\max}}{1 + M \sin^2(\phi_{1/2}/2)}$$

$$\text{donc } \sin^2\left(\frac{\phi_{1/2}}{2}\right) = \frac{1}{M} \quad \text{et donc } \phi_{1/2} = 2 \arcsin\left(\frac{1}{\sqrt{M}}\right)$$

$$\text{d'où } f = \frac{\pi}{2 \arcsin(1/\sqrt{M})}$$

$$R = 0,9 \rightarrow M = 360 \rightarrow f = 30$$

$$R = 0,95 \rightarrow M = 1520 \rightarrow f = 61$$

$$R = 0,99 \rightarrow M = 39600 \rightarrow f = 312$$

Par comparaison, la finesse d'un michelson est égale à $2 \dots$

Exercice 7

Dans tout l'exercice, on considère le dispositif des fentes d'Young avec une largeur a entre les deux fentes (considérées comme infiniment fine), une lentille de focale f' et un écran dans son plan focal image. Les fentes sont éclairées par une source ponctuelle caractérisée par une fréquence et une longueur d'onde moyennes f et λ et un temps de cohérence τ_{coh} .

1. Donner un ordre de grandeur de τ_{coh} pour une lampe spectrale. Quel type de source permet d'obtenir un temps de cohérence nettement supérieur à cette valeur ? Quel temps de cohérence associe-t-on à une onde strictement monochromatique ?

2. Expliquer quelle caractéristique du détecteur (l'œil par exemple) intervient dans le brouillage des franges lorsque les ondes ne sont pas cohérentes.

3. Expliquer qualitativement l'influence du temps de cohérence sur la figure d'interférences obtenue

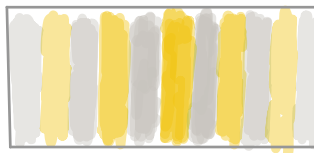
4. Montrer que le nombre de franges visibles est de l'ordre de $2\ell_{coh}/\lambda$.

5. On considère un profil spectral rectangulaire pour la source, c'est à dire $I = c^{ste}$ pour $f_1 < f < f_2$ et $I = 0$ en dehors de cet intervalle. Donner l'expression de l'intensité lumineuse sur l'écran en fonction de la différence de marche entre les deux ondes.

6. En considérant que les franges ne sont plus visibles à partir du premier zéro du sinus cardinal, vérifier que le temps de cohérence est de l'ordre de Δf^{-1} , où $\Delta f = f_2 - f_1$.

1. Pour une raie d'une lampe spectrale, $\tau_{coh} \sim 10^{-12}$ s.
Seuls les lasers ont un temps de cohérence plus élevé.
Une onde strictement monochromatique aurait un temps de cohérence "infini".
2. De manière instantanée, et au plus à l'échelle de la durée d'un train d'onde, on a des interférences ... mais les détecteurs moyennent sur une certaine durée qui correspond à leur temps de réponse, et donnent ainsi une moyenne de différents spatines de franges qui se décalent aléatoirement au cours du temps, donc "pas d'interférences" ... le point important est donc le temps de réponse du détecteur.
3. Le temps de réponse du détecteur étant de toutes façons très supérieur à τ_{coh} , on n'observe des interférences que si les 2 ondes qui interfèrent sont issues d'un même train d'onde. Cela a de moins en moins de chances de se produire au fur et à mesure que la Δ de marche augmente (la Δ produite au fur et à mesure que la Δ de marche augmente), le résultat est que entre les temps de parcours des 2 ondes augmente : le contraste diminue lorsque l'ordre d'interférences augmente :

le contraste diminue
au fur et à mesure
que l'on s'éloigne de
la frange centrale



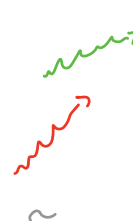
4. On prend comme critère le fait que l'écart entre les temps de parcours des 2 ondes ne doit pas dépasser τ_{coh} : $\Delta t < \tau_{coh}$

$$\text{on, } \Delta t = \frac{\delta}{c}$$

$$\text{donc } \frac{\delta}{c} < \tau_{coh}, \text{ soit } \delta < c\tau_{coh} = \ell_{coh}$$

$$\text{on, } p = \frac{\delta}{\lambda} \text{ donc } p\lambda < \ell_{coh}$$

source



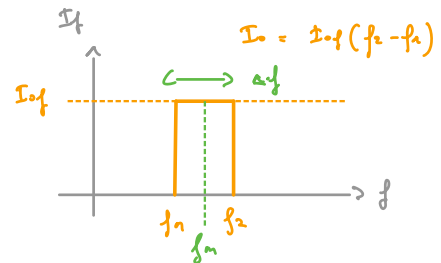
et donc $p < \frac{L \cos \theta}{\lambda}$: l'ordre maximum d'interférence pour lequel on peut voir les interférences peut être évalué à $\frac{L \cos \theta}{\lambda}$

On peut donc voir $2 \frac{L \cos \theta}{\lambda}$ franges de chaque côté de la frange centrale, donc $\frac{2 L \cos \theta}{\lambda}$ franges au total.

5. Pour une composante spectrale de fréquence f et d'intensité I_0 , $I = 2 I_0 (1 + \cos(\phi))$

$$= 2 I_0 \left(1 + \cos \left(\frac{2\pi f \delta}{c} \right) \right)$$

$$\phi = \frac{2\pi \delta}{\lambda} = \frac{2\pi f \delta}{c} = \frac{2\pi f \delta}{c}$$



Les différentes composantes spectrales de la source n'interfèrent pas entre elles,

$$\text{donc } I = \int_{f_1}^{f_2} 2 I_0 f df (1 + \cos(\frac{2\pi \delta f}{c})) = 2 I_0 \left(\int_{f_1}^{f_2} df + \int_{f_1}^{f_2} \cos(\frac{2\pi \delta f}{c}) df \right)$$

$$\text{On pose } \alpha = \frac{2\pi \delta}{c}, \text{ et } J = \int_{f_1}^{f_2} \cos(\alpha f) df = \left[\frac{\sin(\alpha f)}{\alpha} \right]_{f_1}^{f_2} = \frac{\sin(\alpha f_2) - \sin(\alpha f_1)}{\alpha}$$

$$\begin{aligned} \text{On pose } f_1 = f_m - \frac{\Delta f}{2} \text{ et } f_2 = f_m + \frac{\Delta f}{2} : \sin(\alpha f_1) &= \sin(\alpha f_m - \alpha \frac{\Delta f}{2}) \\ &= \sin(\alpha f_m) \cos(\alpha \frac{\Delta f}{2}) - \sin(\alpha \frac{\Delta f}{2}) \cos(\alpha f_m) \\ \sin(\alpha f_2) &= \sin(\alpha f_m) \cos(\alpha \frac{\Delta f}{2}) + \sin(\alpha \frac{\Delta f}{2}) \cos(\alpha f_m) \end{aligned}$$

$$\text{Donc } \sin(\alpha f_2) - \sin(\alpha f_1) = 2 \sin(\alpha \frac{\Delta f}{2}) \cos(\alpha f_m)$$

$$\text{et donc } J = \frac{2}{\alpha} \sin(\alpha \frac{\Delta f}{2}) \cos(\alpha f_m) = \Delta f \frac{\sin(\alpha \frac{\Delta f}{2})}{\alpha \frac{\Delta f}{2}} \cos(\alpha f_m) = \Delta f \operatorname{sinc}(\alpha \frac{\Delta f}{2}) \cos(\alpha f_m)$$

$$\text{On a donc } I = 2 I_0 \left(\Delta f + \Delta f \operatorname{sinc}(\alpha \frac{\Delta f}{2}) \cos(\alpha f_m) \right) = 2 I_0 \Delta f \left(1 + \operatorname{sinc}(\alpha \frac{\Delta f}{2}) \cos(\alpha f_m) \right)$$

$$\text{Donc, finalement : } I = 2 I_0 \left(1 + \operatorname{sinc}(\alpha \frac{\Delta f}{2}) \cos(\alpha f_m) \right)$$

facteur de visibilité en sinus cardinal

Ram : le Δ utilisé ici doit être vu comme $\Delta \lambda$.

6. Le premier zéro du sinc est pour $\alpha \frac{\Delta f}{2} = \pi$, donc

$$\frac{2\pi \delta}{c} \cdot \frac{\Delta f}{2} = \pi, \text{ soit } \delta = \frac{c}{\Delta f}. \text{ Or, } \delta = p \lambda, \text{ donc } p \lambda = \frac{c}{\Delta f}, \text{ donc } p = \frac{c}{\lambda \Delta f}$$

Le nombre de franges visibles est donc $\frac{2c}{\lambda \Delta f}$, en comparant avec le résultat du 4,

$$\text{on trouve } \frac{2c}{\lambda \Delta f} = \frac{2 L \cos \theta}{\lambda} = \frac{2 c \tau_{\text{coh}}}{\lambda}, \text{ d'où } \frac{1}{\Delta f} = \tau_{\text{coh}} \text{ on a donc bien } \tau_{\text{coh}} = \frac{1}{\Delta f}$$

Exercice 8

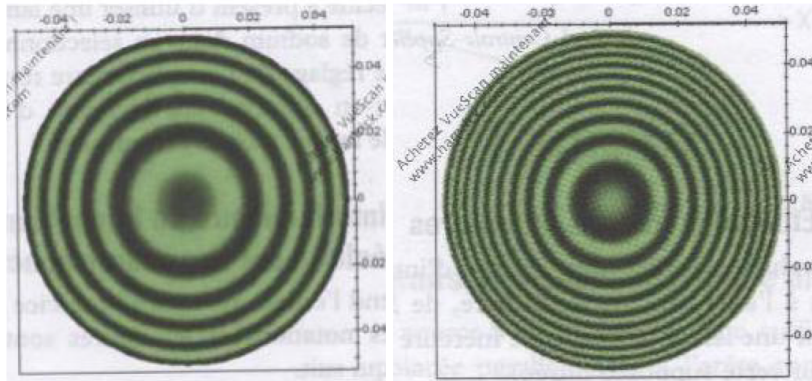
On souhaite étudier des figures d'interférences obtenues à l'aide de l'interféromètre de Michelson, éclairé par une lampe à vapeur de mercure (radiation de couleur verte supposée filtrée).

1. Peut-on considérer que cette lampe est une source ponctuelle ?
2. Comment peut-on réaliser expérimentalement une source quasi-ponctuelle ?

On considère la condition de source ponctuelle réalisée ; on règle l'interféromètre puis on relève sur l'écran d'observation l'enregistrement donné sur la première figure.

Les deux sources secondaires sont notées S_1 et S_2 , l'écran est placé à distance $D = 1$ m du milieu de $[S_1 S_2]$. On donne la longueur d'onde de la lumière filtrée : $\lambda_0 = 546,10$ nm

3. Comment est réglé l'interféromètre ?
4. L'ordre au centre p_0 de la figure d'interférences est ici égal à 3974, 4. Quelle est la nature de la frange centrale ? Pourrait-on avoir $p_0 = 3975$ avec un tel enregistrement ?
5. Calculer l'écartement a des deux sources secondaires avec le nombre de chiffres significatifs adéquat. Commenter la précision de ce dernier résultat sachant que le vernier qui mesure le déplacement du miroir mobile de l'interféromètre est gradué en centièmes de millimètres.



Sur les deux enregistrements, les graduations sont données en mètres.

6. Mesurer les rayons des troisième et quatrième franges brillantes en partant du centre. Comparer ces valeurs aux résultats prévus par la théorie. En déduire la valeur locale de l'interfrange
7. Pourquoi les anneaux sont-ils plus resserrés vers l'extérieur du champ d'interférence ?

On modifie le réglage de l'interféromètre et on relève le second enregistrement.

8. L'écran et les sources étant les mêmes que précédemment. Indiquer l'opération qui a été effectuée.
9. Déterminer numériquement l'épaisseur de la lame d'air.

1.2 Pas vraiment - on peut cependant mettre un diaphragme -

3. On observe des anneaux, c'est un réglage en lame d'air (éclairage sous incidences variées, miroirs parallèles et décalés, observation à l'infini).

4. C'est quasiment un ordre 1/2 entier, donc c'est sombre ... avec un ordre entier on a l'intensité max.

5. $\delta = a \cos(\varphi) = a$ au centre ($\varphi = 0$)

Or, $\phi = \frac{2\pi\delta}{\lambda_0} = \frac{2\pi a}{\lambda_0}$ et $p = \frac{\phi}{2\pi} = \frac{a}{\lambda_0}$, donc $a = p \lambda_0$

A.N: $a = 2,97$ mm
 ↑ centièmes de mm, au delà les chiffres ne sont pas significatifs -

6.

$$r = D i \quad \delta = 2 \cos(i) = \lambda_0 p$$

$$2 \left(1 - \frac{i^2}{2}\right) = \lambda_0 p$$

$$\frac{i^2}{2} = 1 - \frac{\lambda_0 p}{2}$$

$$i = \sqrt{2 \left(1 - \frac{\lambda_0 p}{2}\right)}$$

$$r = D \sqrt{2 \left(1 - \frac{\lambda_0 p}{2}\right)}$$

$$= D \sqrt{2 \left(1 - p/p_0\right)}$$

$$r_3 = 0,035 \text{ m}$$

$$r_4 = 0,041 \text{ m}$$

$$p_3 = 3972$$

$$p_4 = 3979$$

r_3 calculé :

$$0,035 \text{ m}$$

r_4 calculé :

$$0,041 \text{ m}$$

On en déduit

interfrange

$$i = r_4 - r_3 = 0,006 \text{ m}$$

$$7. R = D \sqrt{2 \left(1 - p/p_0\right)} = D \sqrt{\frac{2k}{p_0} - \frac{1}{p_0}}$$

donc R varie quasiment en $\sqrt{k}$, ainsi les anneaux sont de + en + resserrés au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre.

8. on a modifié p_0 en l'augmentant, ce qui pour k donné diminue R , ce que l'on constate sur l'enregistrement. On s'est éloigné du contact optique.

9. on considère le 1^{er} et le 2^{er} anneau brillant.

$$p_1 = p_0 - \varepsilon \Rightarrow r_1 = D \sqrt{2 \varepsilon / p_0}$$

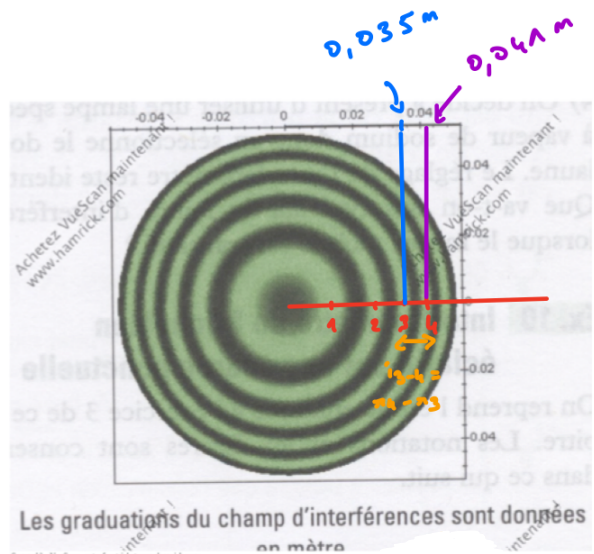
$$p_2 = p_0 - \varepsilon - 1 \Rightarrow r_2 = D \sqrt{2 (1 + \varepsilon) / p_0}$$

$$\text{Donc } r_2^2 - r_1^2 = D^2 \cdot \frac{2}{p_0}$$

$$\text{Et donc } p_0 = \frac{2 D^2}{r_2^2 - r_1^2}$$

$$\text{Or } p_0 = \frac{\lambda_0}{\lambda_0} = \frac{a}{\lambda_0} = \frac{2e}{\lambda_0}$$

$$\text{Donc } e = \frac{\lambda_0 D^2}{r_2^2 - r_1^2} \quad \text{A.N : } e = 2,11 \text{ nm}$$



les valeurs calculées sont cohérentes avec les valeurs mesurées

no du k^{ème} anneau brillant

$$\text{car } p = p_0 - 0,4 - (k-1)$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{p}{p_0} = 1 - \frac{p_0 - 0,4 - k + 1}{p_0}$$

$$= \frac{k - 0,6}{p_0}$$

