

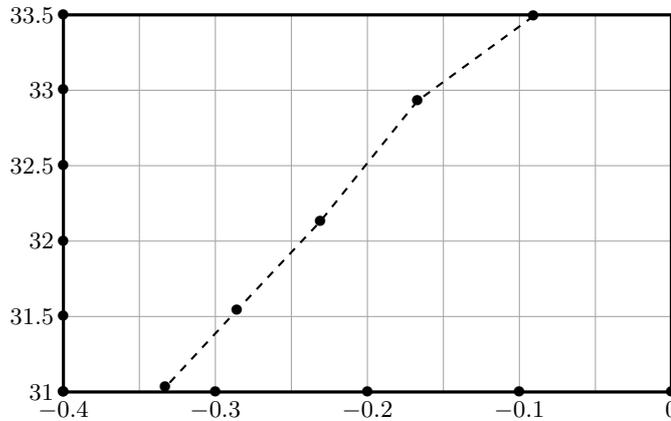
## I Température dans la couronne solaire

### I.A Une atmosphère très étendue

- Dans un champ uniforme  $\vec{g}_s = -g_s \vec{e}_z$ ,  $E_p = mg_s z$  donc  $n_1(z) = n_0 \exp\left(-\frac{z}{H}\right)$  avec  $H = \frac{k_B T}{mg_s}$ .
- La masse moyenne d'une particule est  $m = \frac{m_e + m_p}{2}$  puisque le milieu, totalement isolé et neutre, contient autant de protons que d'électrons. On prendra  $m \simeq \frac{m_p}{2}$  dans la suite par  $m_p \gg m_e$ .
- $\frac{n_1(R_s)}{n_1(0)} = 10^{-3} = \exp\left(-\frac{R_s}{H}\right)$  donc  $H = \frac{R_s}{3 \ln(10)} = 1,01 \cdot 10^8 \text{ m}$  donc  $T = \frac{mg_s H}{k_B} = 1,67 \cdot 10^6 \text{ K}$ .
- Pour  $r \geq R_s$  on peut appliquer le théorème de Gauss à une sphère de rayon  $r$ , conduisant à  $4\pi r^2 g(r) = -4\pi G M_s$  indépendant de  $r$ , donc en particulier  $r^2 g(r) = R_s^2 g_s$  et  $g(r) = g_s \frac{R_s^2}{r^2}$ .
- Dans un gaz parfait,  $p = n_2 k_B T$  et  $\rho = n_2 m$  d'où l'équation d'équilibre hydrostatique  $\frac{dn_2}{dr} + \frac{mg_s}{k_B T} \frac{R_s^2}{r^2} n_2$  qu'on écrit aussi  $\frac{dn_2}{n_2} = -\frac{R_s^2}{H} \frac{dr}{r^2}$  qui s'intègre en  $\ln \frac{n_2}{n'_0} = \frac{R_s^2}{H} \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{R_s}\right)$  on  $n_2(r) = n'_0 \exp\left(\frac{R_s^2}{H} \left[\frac{1}{r} - \frac{1}{R_s}\right]\right)$ .
- On recopie le résultat ci-dessus sous la forme  $y = \ln \frac{n_2}{n'_0} = \frac{R_s}{H} \left(\frac{1}{x} - 1\right)$  où  $x = \frac{r}{R_s}$ ; on complète alors le tableau modifié, en remarquant que  $n_2 = 2n_e$  donc  $y = \ln(n_e) + \text{cte}$ :

$1/x - 1$	$-0,91 \cdot 10^{-1}$	$-1,67 \cdot 10^{-1}$	$-2,31 \cdot 10^{-1}$	$-2,86 \cdot 10^{-1}$	$-3,33 \cdot 10^{-1}$
$\ln(n_e)$	33,49	32,93	32,13	31,54	31,03

et un tracé graphique confirme le modèle ci-dessus :



La pente de la droite tracée est  $q = \frac{2,5}{0,22} \simeq 11,3$  et elle s'identifie à  $\frac{R_s}{H}$  donc  $H \simeq 6,2 \cdot 10^7 \text{ m}$  et on en déduit

la température de la couronne,  $T = \frac{mg_s H}{k_B} = 1,02 \cdot 10^6 \text{ K}$ .

### I.B Présence de fer hautement ionisé

- L'énergie  $h\nu = \frac{hc}{\lambda}$  du photon incident doit être supérieure à  $E_1$  donc  $\lambda < \lambda_1 = \frac{hc}{E_1} = 3,5 \text{ nm}$ , longueur d'onde au delà du domaine de l'ultraviolet : ce sont des rayons X.
- Les électrons sont monoatomiques dont le théorème d'équipartition associé  $\frac{1}{2} k_B T$  à chacun des trois degrés de liberté de translation donc  $\langle E_c \rangle = \frac{3}{2} k_B T$ .
- L'énergie des ions FeXIII étant estimée à la même température que les électrons, la condition d'ionisation s'écrit  $3k_B T > E_1$  donc  $T > T_1 = \frac{E_1}{3k_B} = 1,4 \cdot 10^6 \text{ K}$ .

10. Pour l'image prise à la longueur d'onde de 19,5 nm, les régions les plus émissives sont riches en FEXII donc  $\log(T) \simeq 6,20$  ou  $T \simeq 1,6 \cdot 10^6 \text{ K}$ ; pour l'image prise à la longueur d'onde de 28,4 nm, les régions les plus émissives sont riches en FEXV donc  $\log(T) \simeq 6,35$  ou  $T \simeq 2,2 \cdot 10^6 \text{ K}$ .
11. Comme le montre la question précédente, l'étude de l'émission du fer à différents états d'ionisation permet d'estimer la répartition de la température de la surface solaire.
12. Le spectre d'émission de l'hydrogène comporte des raies peu intenses (car associées à l'émission par des atomes isolés) et essentiellement un spectre continu, thermique (dû justement au grand nombre d'atomes d'hydrogène).

### I.C Des raies d'émission très larges

13. C'est l'effet Doppler-Fizeau.
14.  $\nu - \nu_0 = -\frac{\nu_0}{c} \vec{v} \cdot \vec{u}$  donc  $\langle (\nu - \nu_0)^2 \rangle_i = \frac{\nu_0^2}{c^2} \langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle_i$  ou enfin  $\Delta\nu = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle_i}$ .
15. Pour le système monoatomique étudié, l'énergie cinétique moyenne  $\frac{1}{2} m_{\text{Fe}} \langle v^2 \rangle_i$  s'identifie à  $\frac{3}{2} k_B T$  (encore à cause du théorème d'équipartition) donc  $\langle v^2 \rangle_i = \frac{3k_B T}{m_{\text{Fe}}}$ .
16. Puisque la distribution est isotrope,  $\langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle_i$  ne dépend pas du vecteur unitaire  $\vec{u}$  et vaut par exemple  $\langle (\vec{v} \cdot \vec{e}_x)^2 \rangle_i = \langle v_x^2 \rangle_i$  tandis que  $\langle v^2 \rangle_i = \langle v_x^2 + v_y^2 + v_z^2 \rangle_i$ , ces trois contributions étant égales. Il reste donc  $\langle (\vec{v} \cdot \vec{u})^2 \rangle_i = \frac{1}{3} \langle v^2 \rangle_i$ .
17. De ce qui précède on déduit  $\Delta\nu = \frac{\nu_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m_{\text{Fe}}}}$ . Comme pour  $\Delta\nu \ll \nu_0$  on peut déduire de  $\lambda = \frac{c}{\nu}$  la relation  $\frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} = \frac{\Delta\nu}{\nu_0}$ , il vient  $\Delta\lambda = \frac{\lambda_0}{c} \sqrt{\frac{k_B T}{m_{\text{Fe}}}}$ .
18.  $T = \frac{m_{\text{Fe}} c^2}{k_B} \left( \frac{\Delta\lambda}{\lambda_0} \right)^2 = 1,9 \cdot 10^6 \text{ K}$  avec  $m_{\text{Fe}} = \frac{M_{\text{Fe}}}{N_A}$ .
19. Le FEXIV est prépondérant pour  $\log(T) = 6,3$  donc  $T = 2,0 \cdot 10^6 \text{ K}$ , ordre de grandeur compatible avec l'évaluation de l'effet Doppler-Fizeau ci-dessus.

## II Densité volumique d'électrons dans la couronne solaire

### II.A Intensité d'une onde plane progressive harmonique

20. Le champ électromagnétique est celui d'une onde transverse :  $\vec{E}$  est perpendiculaire à  $\vec{k} = k\vec{u}_z$ . Il vérifie aussi la relation de structure des OPPH dans le vide,  $\vec{B} = \frac{1}{c} \vec{u}_z \wedge \vec{E}$  avec donc  $\vec{E}_0 \cdot \vec{u}_z = 0$ . On peut en notations complexes écrire  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp[i(\omega t - kz)]$  avec pour relation de dispersion  $\omega = ck$ .
21. Le vecteur de Poynting  $\vec{R}$  ne peut être calculé qu'à partir du champ électrique réel  $\vec{E}$  par la relation  $\vec{R} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$ ; heureusement la relation de structure reste vraie pour les champs réels donc  $\vec{R} = \frac{1}{\mu_0 c} \vec{E} \wedge (\vec{u}_z \wedge \vec{E})$  donc, en développant le double produit vectoriel (avec  $\vec{E} \cdot \vec{u}_z = 0$ ) et compte tenu de  $\epsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$ , il vient  $\vec{R} = \epsilon_0 c \vec{E}^2 \vec{u}_z$ .
22. La puissance transportée par l'onde est le flux du vecteur de Poynting; ici,  $P = \vec{R} \cdot S\vec{u}_z$  donc en valeur moyenne  $I = \epsilon_0 c \langle \vec{E}^2 \rangle$ .

### II.B Diffusion par les électrons de la couronne K

23. Il faut que  $\|\vec{v}\| \ll \|\vec{B}\| \ll \|\vec{E}\|$  avec, compte tenu de la relation de structure,  $\|\vec{B}\| = \frac{1}{c} \|\vec{E}\|$ , dans cette relation, la vitesse  $\vec{v}$  des particules chargées doit donc vérifier  $\|\vec{v}\| \ll c$ : les particules doivent rester non relativistes.
24. Il faut maintenant négliger les variations spatiales du champ électrique, donc considérer que les variations du terme  $\vec{k} \cdot \vec{r}$  dans le champ électrique restent négligeables,  $\frac{2\pi}{\lambda} \Delta z \ll 2\pi$  ou  $\Delta z \ll \lambda$ . On remarque que, dans le

cas d'un mouvement harmonique de pulsation  $\omega$ , cette condition impose aussi  $\frac{v_z}{\omega} \ll \frac{2\pi}{k}$  ou, compte tenu que  $k = \omega/c$ ,  $|v_z| \ll c$ ; l'approximation non relativiste déjà citée justifie donc l'approximation proposée.

25. Puisque une intensité est une puissance surfacique,  $\sigma = \frac{\langle P \rangle}{I}$  est bien une surface. Le mouvement des électrons se fait sous l'action du seul champ électrique donc  $\vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$  d'où la valeur moyenne  $\langle P \rangle = \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0 c^3 m^2} \langle \vec{E}^2 \rangle$  qui s'écrit aussi  $\langle P \rangle = \frac{e^4}{6\pi\epsilon_0^2 c^4 m^2} I$  donc enfin  $\sigma = \frac{e^4}{3\pi\epsilon_0^2 c^4 m^2}$  qui a pour valeur numérique  $\sigma = 6,62 \cdot 10^{-29} \text{ m}^2$ .

## II.C Contenu électronique de la couronne

26. Pendant la traversée de la couche  $dz$ , chacun des  $n_e S dz$  électrons rayonne la puissance moyenne  $\langle P \rangle = \sigma I(z)$  donc la puissance perdue par l'onde pendant cette traversée est  $-S dI = n_e S dz \sigma I(z)$  qu'on écrit  $\frac{dI}{I} = -\sigma n_e(z) dz$  ou par intégration  $\ln \frac{I(h)}{I(0)} = -\sigma \int_0^h n_e(z) dz$  qu'on écrit bien  $I(h) = I(0) \exp(-\sigma N)$  où le contenu électronique (en particules par mètre carré de section) est  $N = \int_0^h n_e(z) dz$ .
27. Si  $N\sigma \ll 1$ ,  $I(h) = I(0)(1 - N\sigma)$  donc la puissance incidente diffusée est  $I(0)N\sigma$  et la fraction demandée est  $f = \frac{I_{\text{diff}}}{I_{\text{inc}}} = N\sigma$ .
28. La densité moyenne est définie par  $\bar{n}_e = \frac{1}{h} \int_0^h n_e(z) dz = \frac{N}{h}$ . Ici  $h = 0,6R_e$  donc  $\bar{n}_e = \frac{f}{\sigma h} = 3,6 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-3}$ .

## III Rayonnement radio de la couronne solaire

### III.A Propagation dans un plasma

29. L'approximation **non relativiste** (voir la question 23) permet de négliger l'action du champ magnétique devant la force électrique  $\vec{E}$ . Cette même approximation permet aussi (voir la question 24) de négliger les variations temporelles de ce champ dues au déplacement de l'électron, donc de considérer qu'elles sont seulement dues au caractère harmonique de l'onde, qu'on décrit en notation complexe sous la forme  $e^{i\omega t}$ . Enfin, on néglige tout effet collisionnel dans le plasma du fait d'une approximation de **plasma dilué** pour écrire l'équation du mouvement d'un électron sous la forme  $m_e i\omega \vec{v} = -e\vec{E}$ . Il ne reste plus qu'à décrire le courant électrique  $\vec{j} = -n_e e \vec{v}$  en négligeant le **mouvement des ions** (justifié par leur masse bien plus élevée que celle des électrons) et toute anisotropie (pour suppose  $n_e$  uniforme) pour établir que  $\vec{j} = \underline{\sigma}(\omega)\vec{E}$  avec  $\underline{\sigma} = \frac{n_e e^2}{im_e \omega}$ .
30. Il suffit d'utiliser la relation de Maxwell-Faraday sous forme de la relation de structure généralisée  $\vec{B} = \frac{\vec{k}}{\omega}\vec{E}$  et la relation de Maxwell-Ampère  $-i\vec{k} \wedge \vec{B} = \mu_0 \underline{\sigma} \vec{E} + \frac{1}{c^2} i\omega \vec{E}$ . Le développement du double produit vectoriel fait apparaître  $\vec{k} \cdot \vec{E}$  qui est nul puisque le plasma est partout localement neutre (c'est l'équation de Maxwell-Gauss) et il reste  $k^2 = \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{c^2}$  si on pose  $\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{m_e \epsilon_0}}$ .
31. Une onde ne peut se propager que si  $k^2 > 0$  donc si  $\omega > \omega_p$ . Dans le cas contraire,  $k^2 < 0$  donc  $k$  est imaginaire pur et l'onde est **évanescence**, atténuée sur une distance de l'ordre de  $\delta = \frac{1}{|\text{Im}(k)|}$ . Toute la puissance incidente est réfléchiée par le plasma.

### III.B Oscillations plasma

32. La densité de charge ionique est  $\rho_+ = n_0 e$ ; celle des électrons est  $\rho_- = -n_e e$  donc  $\rho(x, t) = (n_0 - n_e(x, t))e$ .
33. L'équation locale de conservation  $\text{div} \vec{j} + \frac{\partial \rho}{\partial t}$  avec  $\vec{j} = -n_e(x, t) e \vec{v}(x, t)$  impose  $-e \frac{\partial}{\partial x} (n_e(x, t) v(x, t)) - e \frac{\partial n_e}{\partial t}$  donc  $\frac{\partial}{\partial x} (n_e(x, t) v(x, t)) + \frac{\partial n_e}{\partial t} = 0$ .

34. La relation demandée est simplement l'équation de Maxwell–Gauss puisque  $\boxed{\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\partial E}{\partial x}}$ .
35. Le principe fondamental de la dynamique s'écrit  $m_e \frac{d\vec{v}}{dt} = -e\vec{E}$  en négligeant, comme on l'a fait précédemment, l'effet du champ magnétique. L'approximation proposée par l'énoncé permet d'écrire  $\boxed{m_e \frac{\partial v}{\partial t} = -eE(x, t)}$ .
36. Dans le cas où la solution est une OPPH donnée par les notations de l'énoncé, les trois équations ci-dessus prennent la forme complexe  $\boxed{\omega N = kn_0 V}$ ,  $\boxed{ikE_0 = \frac{e}{\epsilon_0} N}$  et  $\boxed{m_e i\omega V = -eE_0}$ . On en déduit  $N = \frac{kn_0}{\omega} V = -\frac{kn_0}{\omega} \frac{e}{i\omega m_e} E_0$  à comparer à  $N = \frac{ik\epsilon_0}{e} E_0$ . Les deux relations ne sont compatibles, si  $E_0 \neq 0$ , que sous réserve d'imposer  $\frac{kn_0 e}{\omega^2 m_e} = \frac{k\epsilon_0}{e}$  donc aussi  $\boxed{\omega^2 = \omega_p^2}$  où  $\omega_p$  est la pulsation de plasma déjà définie.

### III.C Sursaut radio

37.  $\boxed{f_p = \frac{\omega_p}{2\pi} = 89,7 \text{ MHz}}$ .
38. Ce rayonnement va atteindre l'atmosphère terrestre puisque le parcours entre le Soleil et la Terre se fait  $\boxed{\text{dans le vide}}$ . La haute atmosphère terrestre est elle-même un plasma (ionosphère) avec une fréquence de coupure de l'ordre d'une dizaine de MHz ; ce rayonnement peut donc aussi traverser l'atmosphère et parvenir jusqu'au sol.
39. Une fréquence  $f_1 = 120 \text{ MHz}$  correspond à une émission par un plasma de densité  $n_1 = \frac{4\pi^2 \epsilon_0 m_e f_1^2}{e^2} = 1,8 \cdot 10^{14} \text{ m}^{-3}$  donc d'après l'expression proposée, une distance  $r_1 = 8,3 \cdot 10^8 \text{ m}$ . De même la fréquence  $f_2 = 75 \text{ MHz}$  correspond à  $n_2 = \frac{4\pi^2 \epsilon_0 m_e f_2^2}{e^2} = 7,0 \cdot 10^{13} \text{ m}^{-3}$  donc  $r_2 = 9,3 \cdot 10^8 \text{ m}$ . La distance  $r_2 - r_1$  étant parcourue en une seconde, on peut estimer la vitesse de ces particules à  $\boxed{v \simeq 10^8 \text{ m/s}}$  : ce sont des particules très fortement  $\boxed{\text{relativistes}}$ .

## IV Prolongement de la couronne dans l'espace interplanétaire

### IV.A Température dans la couronne solaire et dans le milieu interplanétaire

40. L'ordre de grandeur est celui de  $\lambda_0$  qui correspond à une valeur plus élevée que les très bons conducteurs thermiques terrestres (pour le cuivre,  $\lambda \simeq 400 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ ).
41. C'est la  $\boxed{\text{loi de Fourier}}$ ,  $\boxed{\vec{j}_t = -\lambda \operatorname{grad} T}$ .
42. En régime stationnaire, le flux de  $\vec{j}_t$  est conservatif ; à travers une sphère de rayon  $r$ , ce flux  $\Phi$  est  $4\pi r^2 j_t(r)$  qu'on peut donc écrire  $-r^2 \lambda_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^{5/2} \frac{dT}{dr} = \frac{\Phi}{4\pi}$  ou encore  $T^{5/2} dT = -\frac{\Phi}{4\pi \lambda_0} T_0^{5/2} \frac{dr}{r^2}$  qu'on intègre immédiatement selon  $T^{7/2} - T_0^{7/2} = -\frac{\Phi}{14\pi \lambda_0} T_0^{5/2} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right)$  ou encore  $T = T_0 \left[1 - \frac{\Phi}{14\pi \lambda_0 T_0} \left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{r}\right)\right]^{2/7}$  qui prend bien la forme demandée et posant  $\boxed{K = \frac{\Phi}{14\pi \lambda_0 T_0}}$ .
43. Si  $r \rightarrow \infty$ ,  $T \rightarrow T_0 \left(1 - \frac{K}{r_0}\right)^{2/7} \ll T_0$  donc  $\boxed{K = r_0}$  et  $\boxed{T(r) = T_0 \left[\frac{r_0}{r}\right]^{2/7}}$ .

### IV.B La mission Parker Solar Probe

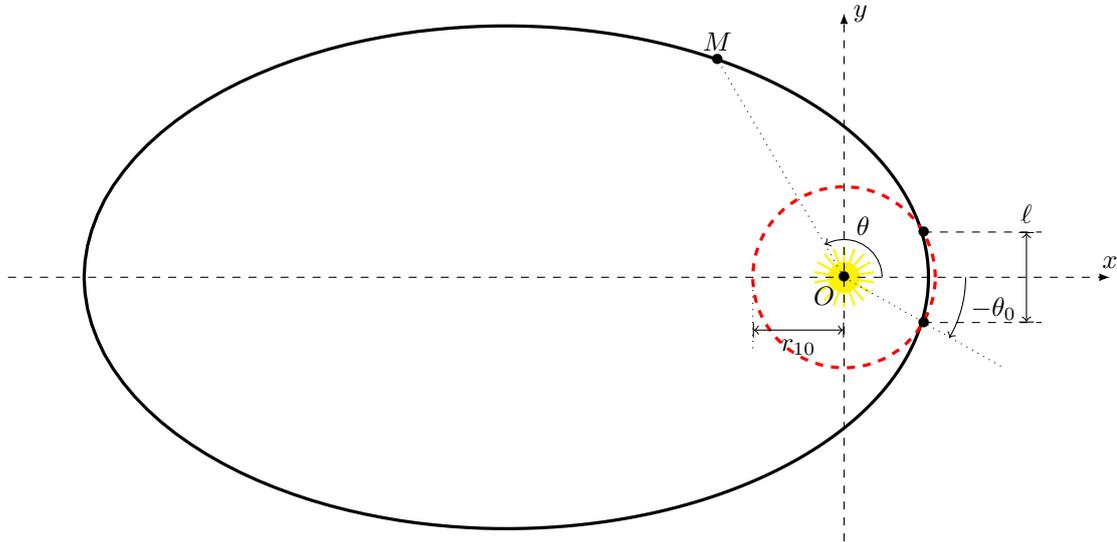
44. Pour  $r = r_p$  on trouve  $T = 5,5 \cdot 10^5 \text{ K}$  donc le bouclier thermique est  $\boxed{\text{insuffisant}}$ .
45. La sonde est un satellite du Soleil comme, par exemple, la Terre ; on peut donc leur appliquer la troisième loi de Kepler sous la forme  $\frac{T_T^2}{r_T^3} = \frac{T_s^2}{a_S^3}$  où  $T_T = 365,35 \text{ j}$  et  $a_S = \frac{r_p + r_a}{2}$  est le demi grand axe de l'orbite de la sonde,  $a_S = 0,388 \text{ ua}$ . Finalement,  $\boxed{T_s = T_T \left(\frac{a_S}{r_T}\right)^{3/2} = 88,3 \text{ j}}$ .
46. Au périhélie, la vitesse est purement orthoradiale et s'écrit  $v_p = r_p \dot{\theta}_p$  avec par ailleurs une accélération purement radiale donnée par  $mr_p \dot{\theta}_p^2 = \frac{GM_s}{r_p^2}$  ou encore  $\dot{\theta}_p = \sqrt{\frac{GM_s}{r_p^3}}$  d'où on déduit enfin  $\boxed{v_p = \sqrt{\frac{GM_s}{r_p}} = 1,39 \cdot 10^5 \text{ m/s}}$ .

47. Puisque  $r_p = \frac{p}{1+e}$  et  $r_a = \frac{p}{1-e}$  sont les extrema de  $r(\theta)$ , on en déduit  $\frac{1+e}{1-e} = \frac{r_a}{r_p}$  donc  $e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} = 0,88$

et  $p = (1+e)r_p$  donc aussi  $p = \frac{2r_a r_p}{r_a + r_p} = 8,65 \cdot 10^{-2} \text{ ua}$  soit aussi  $p = 1,30 \cdot 10^{10} \text{ m}$ .

48. La valeur  $r = r_{10} = 4,64 \cdot 10^{-2} \text{ ua}$  est atteinte pour  $\cos \theta = \frac{1}{e} \left( \frac{p}{r_{10}} - 1 \right) = 0,98$  donc  $\theta \in [-\theta_0, \theta_0]$  avec  $\cos \theta_0 = 0,98$ , soit de  $-11^\circ$  à  $+11^\circ$ . S'agissant d'une faible partie de l'ellipse trajectoire, on peut estimer la distance  $\ell = 2r_p \tan \theta_0$  parcourue à vitesse pratiquement constante  $v_p$  donc  $\Delta t = \frac{2r_p \tan(\theta_0)}{v_p} = 5 \text{ h } 18 \text{ min}$

(voir le schéma ci-après).



## V Correction de trajectoire

### V.A Propulseur à hydrazine

49. Le bilan  $\text{N}_2\text{H}_4 = \text{N}_2 + 2\text{H}_2$  est celui de la production de gaz éjectés dans un système de propulsion.

50. Un catalyseur est une espèce chimique qui n'apparaît pas au bilan et accélère une réaction sans en modifier le bilan.

51. L'enthalpie de réaction est  $\Delta_r H^\circ = -\Delta_f H^\circ(\text{N}_2\text{H}_4)$  puisque  $\text{N}_2$  et  $\text{H}_2$  sont des corps simples dans leur état le plus stable ; on a donc bien  $\Delta_r H^\circ = -50,6 \text{ kJ/mol} < 0$  ; c'est la caractéristique d'une évolution exothermique.

52. On envisage une évolution de l'état initial ( $n$  moles d'hydrazine pure à  $T_i$ ) à l'état final ( $n$  moles de diazote et  $2n$  moles de dihydrogène à  $T_f$ ) en deux étapes : la réaction isobare et isotherme avec  $\Delta H = -n\Delta_r H^\circ$  (on suppose donc la réaction totale) suivie du chauffage des produits avec  $\Delta H' = n(C_p^\circ(\text{N}_2) + 2C_p^\circ(\text{H}_2))(T_f - T_i)$ . Comme

l'ensemble est monobare et adiabatique,  $\Delta H + \Delta H' = Q_p = 0$  donc  $T_f - T_i = \frac{-\Delta_r H^\circ}{C_p^\circ(\text{N}_2) + 2C_p^\circ(\text{H}_2)} = 584 \text{ K}$ .

53. On pourrait bien sûr prendre en compte les variations de  $\Delta_r H^\circ$  avec la température. On pourrait aussi (surtout) prendre en compte les fuites thermiques du réacteur vers l'extérieur.

### V.B Synthèse de l'hydrazine

54. L'ajout, toutes choses égales par ailleurs, d'un des réactifs (ici, l'ammoniac) déplace l'équilibre dans le sens de la production d'hydrazine. L'ammoniac étant une base, son ajout contribue à augmenter les quantités de  $\text{NH}_3$  et/ou de  $\text{HO}^-$ .

55. Dans le cas d'un ordre 1 et compte tenu de l'excès d'ammoniac présent,  $[\text{NH}_3] = \text{cte}$  permet d'intégrer la loi de vitesse  $-\frac{d}{dt}[\text{NH}_2\text{Cl}] = -k[\text{NH}_3][\text{NH}_2\text{Cl}]$  sous la forme  $y = \ln \frac{[\text{NH}_2\text{Cl}]}{[\text{NH}_2\text{Cl}]_0} = -k[\text{NH}_3]t$ . Pour valider ce modèle on calcule par exemple le quotient  $-y/t$  :

$y$	-0,073	-0,145	-0,217	-0,357	-0,503	-0,644
$t$ (s)	600	1 200	1 800	-3 000	4 200	5 400
$-y/t$ ( $\text{s}^{-1}$ )	$1,21 \cdot 10^{-4}$	$1,21 \cdot 10^{-4}$	$1,21 \cdot 10^{-4}$	$1,19 \cdot 10^{-4}$	$1,20 \cdot 10^{-4}$	$1,19 \cdot 10^{-4}$

et le modèle est bien validé puisque ce quotient est constant.

56. Comme le produit  $-y/t$  vaut  $k[\text{NH}_3]$  on en déduit  $k = 1,21 \cdot 10^{-4} \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{s}^{-1}$ .

57. On détermine une énergie d'activation  $E_A$  et calculant la constante de vitesse de la même réaction à deux températures  $T_1$  et  $T_2$  différentes ; comme  $k(T) = k_\infty \exp\left(-\frac{E_A}{RT}\right)$  (c'est la loi d'Arrhénius) on en déduit

$$E_A = R \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} \ln \frac{k_1}{k_2}.$$

58. La nouvelle constante de vitesse est  $k' = k \exp\left(-\frac{E_A}{R} \left(\frac{1}{T'} - \frac{1}{T}\right)\right) = 0,23 \text{ mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{s}^{-1}$  et la constante de vitesse apparente  $k'_{\text{app}} = k'[\text{NH}_3]$  vaut alors  $k'_{\text{app}} = 6,94 \text{ s}^{-1}$ . Dans une loi de vitesse du premier ordre,  $[\text{NH}_2\text{Cl}] = [\text{NH}_2\text{Cl}]_0 \exp(-k_{\text{app}} t)$  et le temps de demi-réaction, au bout duquel la concentration initiale  $[\text{NH}_2\text{Cl}]_0$

est divisée par deux, vaut  $\tau_{1/2} = \frac{\ln(2)}{k_{\text{app}}} = 0,1 \text{ s}$ .

59. La vitesse de consommation de la monochloramine est la somme de deux termes ; le premier, de constante de vitesse  $k_1$ , ne dépend pas du  $\text{pH}$  mais le second, de constante de vitesse  $k'_2 = k_2 \cdot 10^{\text{pH}}$  augmente en  $\text{pH}$  élevé ; on peut écrire  $k'_2 = \frac{k_2}{[\text{H}^+]} = \frac{k_2}{K_i} [\text{HO}^-]$  qui est bien compatible avec une cinétique catalysée par les ions  $\text{HO}^-$ .

## V.C Analyse de la pureté de l'hydrazine

60. La longueur d'onde choisie (455 nm) est celle pour laquelle l'absorbance de l'azine produite par réaction de l'hydrazine est maximale : c'est donc dans ces conditions que la colorimétrie sera la plus sensible à la quantité d'hydrazine présente.

61. L'absorbance est proportionnelle à la concentration de l'azine ; c'est la loi de Beer-Lambert  $A = \ell \sum_k c_k \alpha_k$

où  $A = \ln \frac{I_0}{I}$  est l'absorbance de la solution ( $I_0$  est l'intensité entrante dans l'échantillon, et  $I$  l'intensité sortante), sans dimension,  $\ell$  l'épaisseur traversée par le faisceau (en mètres, ou en cm), et, la somme portant sur toutes les espèces présentes,  $c_k$  est la concentration d'une espèce (en mol/L) et  $\alpha_k$  un coefficient caractéristique de l'espèce étudiée (en  $\text{m}^2 \cdot \text{mol}^{-1}$  dans le système international, en  $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$  éventuellement).

62. On prélève un volume  $v$  connu, par exemple 10 mL, de la solution à diluer au moyen d'une pipette graduée, préalablement nettoyée avec la solution à diluer. On dispose ce volume dans une fiolle jaugée de volume 100 fois plus élevé (ici, un litre), préalablement nettoyée avec de l'eau, puis on complète le volume total à la graduation de la fiolle jaugée.

63. Il faut bien sûr être certain que la réaction de transformation de l'hydrazine en azine est terminée. Les concentrations étant faibles, la réaction peut être lente.

64. La concentration  $c_1$  de l'azine dans  $S_1$  est donnée par  $A_1 = 0,05805 \cdot c_1$  donc  $c_1 = 15,5 \mu\text{mol/L}$ . Compte tenu de la stœchiométrie, c'était aussi la concentration en hydrazine avant réaction. Compte tenu du facteur de dilution, la concentration demandée en hydrazine était  $c_0 = 10c_1 = 1,55 \cdot 10^{-4} \text{ mol/L}$ .

65. Compte tenu de la dilution dans un facteur 200 000 la concentration de l'hydrazine « pure » était  $C_0 = 2 \cdot 10^5 \cdot c_0 = 31,00 \text{ mol/L}$  correspondant à une masse d'hydrazine par unité de volume  $\mathcal{M}_{\text{N}_2\text{H}_4} C_0 = 992 \text{ g/L}$ . S'il s'agissait d'hydrazine pure, sa masse volumique serait 1,005 fois celle de l'eau soit 1005 g/L. Finalement, la teneur massique demandée est  $x = \frac{992}{1005} = 98,7\%$  ; un tel degré est insuffisant pour l'utilisation dans les moteurs de propulsion.