Révisions 5

Forces d'inertie

Exercice 1

Un avion vole horizontalement avec une vitesse de 200 km/h. Il change de trajectoire de manière à ce que les occupants soient en apesanteur, sa vitesse horizontale restant la même.

1. Quelle doit être cette trajectoire ?
2. La vitesse de l'avion ne doit pas dépasser 500 km/h. Pendant combien de temps cette situation d'apesanteur peut-elle durer ?

Exercice 2

Un enfant se déplace sur un manège en rotation à vitesse angulaire ω_0 constante. On notera $R = (Oxyz)$ le référentiel local dans lequel le manège tourne et $R' = (Ox'y'z')$ le référentiel lié au manège.

- 1) Un enfant (assimilé à un point matériel !) initialement en O se déplace en ligne droite (par rapport au manège) vers le bord de celui-ci avec une vitesse constante u .
 - a. Exprimer sa vitesse dans R'
 - b. En déduire sa vitesse dans R
 - c. Calculer son accélération dans R à partir de sa vitesse dans R'
 - d. Calculer son accélération dans R en utilisant la composition des accélérations
- 2) L'enfant se déplace maintenant par rapport au manège suivant un cercle de rayon a à vitesse angulaire constante ω . Reprendre les questions du 1.

Exercice 3

Un point matériel M de masse m glisse sans frottements sur une tige horizontale Ox tournant à vitesse angulaire ω constante autour de l'axe Oz . Dans le référentiel R' lié à la tige :

- 1) Donner l'expression de l'énergie mécanique du point matériel.
- 2) En déduire l'équation du mouvement du point M dans R' . Ce mouvement peut-il être oscillant ?
- 3) M est maintenant lié à O par l'intermédiaire d'un ressort de raideur k et de longueur à vide l_0 . Etablir de la même manière qu'au 2) l'équation du mouvement. Quelle est la position d'équilibre de M dans R ? Le mouvement peut-il être oscillant ? Quelle est alors sa période ?

Exercice 4

Deux masses de même valeur m reliées par un ressort de raideur k peuvent se déplacer le long d'un axe horizontal sans frottements. Exprimer la période des oscillations.

Exercice 5

Du fait de la rotation de la Terre, les objets en chute libre sont déviés vers l'est au cours de leur chute. Ceci fut mis en évidence en 1833 par Ferdinand Reich.

On lâche sans vitesse initiale un objet de masse m , depuis le sol dans un puits de profondeur h , à partir d'un point situé à la latitude λ dans l'hémisphère Nord. On néglige les frottements, ainsi que les variations de l'accélération de la pesanteur g avec l'altitude. En revanche, on tient compte de la rotation de la Terre, à la vitesse angulaire Ω . On rappelle que la force centrifuge est comptabilisée dans le poids et ne doit pas être considérée comme une

force supplémentaire. La direction de $\vec{g}$ est supposée constante au cours du mouvement. $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$, $\Omega = 7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, $h = 158 \text{ m}$ et $\lambda = 51^\circ$.

On choisit la base $(\vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ avec $\vec{u}_y$ dirigé vers l'ouest et $\vec{u}_z$ vertical ascendant.

a. Montrer, sans autre approximation, que la chute est déviée vers l'est d'une distance :

$$y = \frac{g \cdot \cos \lambda}{4\Omega^2} (\sin(2\Omega t) - 2\Omega t)$$

b. En déduire que dans des conditions de chute réalistes, $y \cong -\frac{g\Omega \cos \lambda}{3} t^3$. Comment aurions-nous pu trouver ce résultat plus rapidement ?

c. Calculer numériquement la déviation vers l'est pour une chute sur une hauteur h .

Exercice 6

Un point matériel M , de masse m , se déplace sans frottement sur une circonférence de centre C et de rayon a , contenue dans un plan vertical. Par rapport au référentiel terrestre, supposé galiléen, ce cercle tourne à la vitesse angulaire ω constante autour d'un axe vertical tangent à la circonférence (la position du point M est repérée par l'angle θ que fait $\overrightarrow{CM}$ avec la verticale descendante).

a. Déterminer une équation donnant les valeurs θ des positions d'équilibre de M sur la circonférence.

b. Donner la stabilité de ces équilibres.

c. La première position d'équilibre vaut $\theta_1 = \frac{\pi}{6}$. Déterminer la période T des petites oscillations.