Révisions 4

Mécanique

Exercice 1

Un objet assimilé à un point matériel glisse sans frottement le long d'un rail. Après avoir descendu une partie rectiligne, il aborde une partie circulaire de rayon R, qui fait un tour complet. Quelle est la hauteur minimale (au dessus du sommet de la partie circulaire) dont il doit être lâché sans vitesse initiale pour pouvoir effectuer un tour complet sans quitter le rail ?

Exercice 2

Dans tout cet exercice, les trajectoires des planètes sont considérées comme circulaires. On précise qu'il faut $8,3$ minutes à la lumière émise par le soleil pour atteindre la terre. La constante de gravitation universelle vaut $G = 6,7.10^{-11}m$.

1. Proposer des valeurs pour le rayon et la masse de la terre, en déduire sa masse volumique moyenne.

2. Sachant que la période de révolution de mars autour du soleil est de $1,9$ ans, calculer sa distance par rapport au soleil.

3. La terre et mars sont en opposition lorsque le soleil, la terre et mars sont approximativement alignés, dans cet ordre. Quelle est la période de ce phénomène ?

4. Lors de l'opposition on voit mars, depuis la terre, sous un diamètre apparent de 18,2 secondes d'arc. Calculer son diamètre.

5. Le satellite naturel de mars Deimos gravite sur une orbite sensiblement circulaire, à une distance de 24000 km du centre de mars et avec une période de 30 h et 20mn. Calculer la masse de mars et en déduire sa masse volumique moyenne. Comparer avec celle de la terre.

Exercice 3

Une particule chargée de masse m et de charge $q < 0$ entre avec une vitesse $\vec{v_0}$ dans une zone de l'espace de largeur ℓ où règne un champ magnétique constant et uniforme $\vec{B}$ orthogonal à $\vec{v_0}$. La vitesse v_0 a été acquise suite à l'accélération de la particule par une tension U (à partir d'une vitesse nulle).

1. Faire un schéma (on fera en sorte que la vitesse $\vec{v_0}$ soit vers la droite et le champ $\vec{B}$ orthogonal au plan de la figure et dirigé vers le lecteur). Indiquer le sens du champ électrique et de la ddp nécessaires pour accélérer la particule.

2. A quelle condition sur U la particule effectue-t-elle un 1/2 tour ? Calculer la valeur limite de U pour un électron avec $\ell = 10\mu m$ et $B = 10T$.

3. En gardant les valeurs de la question précédentes, on prend $U = 3000V$. Calculer l'angle de déviation.

Exercice 4

Un train démarre d'une gare A (à partir d'une vitesse nulle) avec une accélération constante a_1. Dès qu'il arrête d'accélérer, il se met à ralentir avec une accélération a_2, pour finalement s'arrêter à la gare B. Pour les applications numériques on prendra $a_1 = 0,2\ m.s^{-1}$, $a_2 = 1\ m.s^{-1}$ et $AB = 2\ km$ (distance entre les deux gares).

1. Représenter l'évolution de la vitesse en fonction du temps. On notera v_0 la vitesse maximale atteinte. Exprimer la vitesse moyenne sur le trajet AB en fonction de v_0.
2. Donner l'expression du temps de trajet entre A et B en fonction de la distance AB, de a_1 et de a_2 et calculer sa valeur numérique.

Exercice 5

On considère un véhicule, assimilé à un point matériel de masse m, en mouvement rectiligne horizontal, sa position est repérée par son abscisse x.

L'automobile n'est soumise qu'à l'action de son moteur qui développe une puissance constante P. Elle part du repos en x = 0. Les frottements sont négligés. On donne : m = 1200 kg et P = 75 kW.

1. En utilisant le théorème de l'énergie cinétique, montrer que l'évolution de la vitesse au cours du temps est donnée par : $v = \sqrt{\frac{2Pt}{m}}$.

2. En déduire les expressions de la position et de l'accélération.

3. Au bout de quelle distance le véhicule aura-t-il atteint la vitesse de 90 km/h ?

La voiture est maintenant soumise, en plus de l'action du moteur, à une force de résistance de l'air, de norme kv^2, où k est une constante positive.

4. Montrer qu'il existe une vitesse limite $V\infty$ et donner son expression en fonction de P, k et m.

5. Vérifier la dimension de l'expression de $V\infty$ obtenue.

6. On donne $V\infty = 180$ km/h, calculer la valeur de k.

Exercice 6

La comète Hale-Bopp décrit dans le référentiel héliocentrique une trajectoire d'excentricité $e = 0,995$ et de période T = 2400 années. Sa masse vaut $m = 2.10^{12}$ kg. La masse du soleil vaut $M_S = 2.10^{30}$ kg.

1) Déterminer la valeur du 1/2 grand axe de la trajectoire.

2) On donne $e = \sqrt{\frac{a^2-b^2}{a^2}}$. Calculer la valeur du 1/2 petit axe.

3) On donne $r_A = a(1+e)$ et $r_P = a(1-e)$, respectivement la distance maximale et la distance minimale entre la comète et le centre du soleil. Calculer r_A et r_P.

4) Donner l'allure de la trajectoire en précisant les positions du centre du soleil, du périhélie et de l'aphélie (analogues du périgée et de l'apogée).

5) Calculer la valeur de l'énergie mécanique de la comète.

6) Calculer les vitesses maximale et minimale de la comète.

Exercice 7

On considère une particule chargée soumise à l'action simultanée d'un champ électrique et d'un champ magnétique constants et uniformes, orthogonaux entre eux. Quel est le mouvement d'une particule chargée initialement immobile ?

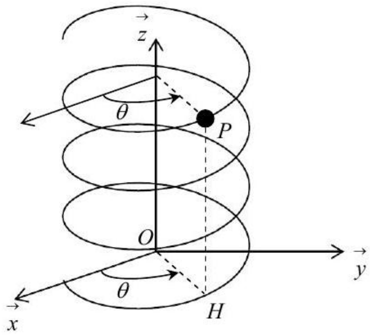
Exercice 8

Un point matériel P de masse m est astreint à se déplacer le long d'un rail de forme hélicoidale de rayon R et de pas a (le pas est défini par la distance parcourue selon l'axe (Oz) en un tour).

Le contact avec le rail s'effectue sans frottements, la situation initiale est décrite par $x = R, y = 0, z = h$ et une vitesse nulle.

On utilisera les coordonnées polaires (r, θ, z) pour décrire le mouvement, et on notera g l'accélération de la pesanteur.

1. Donner l'expression de la vitesse de P lorsqu'il arrive en z = 0.



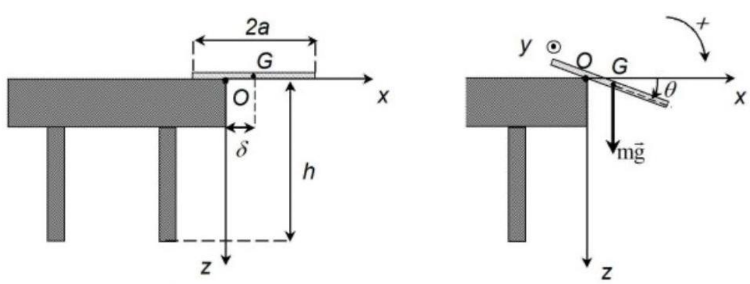
2. Montrer que les coordonnées z et θ sont liées par la relation $z = h - \frac{a\theta}{2\pi}$.
3. En déduire que la vitesse de P vérifie $v^2 = v_z^2 \left(1 + \left(\frac{2\pi R}{a}\right)^2\right)$.
4. En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, montrer que $\frac{dv_z}{dt} = -\frac{g}{1+\left(\frac{2\pi R}{a}\right)^2}$.
5. En déduire l'évolution de v_z au cours du temps, puis celle de z.
6. Déterminer de même $\frac{d\theta}{dt}$ et θ.
7. Déterminer la réaction exercée par le rail sur le point matériel au cours du mouvement.

Exercice 9

On modélise une tartine beurrée par un parallélépipède de longueur $2a$, de largeur b, d'épaisseur négligeable et de masse m uniformément répartie. La tartine est placée au bord d'une table de hauteur $h >> a$. Le mouvement est décrit dans le repère $(R) = (Oxyz)$ direct et supposé galiléen : O est sur le bord de la table, l'axe (Ox) est horizontal dirigé vers l'extérieur de la table, l'axe (Oy) est porté par le rebord de la table et l'axe (Oz), vertical, est dirigé vers le bas.

A l'instant initial, la tartine est horizontale et sa vitesse nulle ; les coordonnées de son centre d'inertie G sont $(\delta, 0, 0)$. Puis la tartine amorce une rotation sans glissement autour de l'arête (Oy) du bord de la table. A l'instant t, la position angulaire de la tartine est repérée par l'angle θ. La vitesse angulaire est notée ω.

Le moment d'inertie de la tartine par rapport à l'axe (Gy), parallèle à (Oy) et passant par G vaut $J_{Gy} = \frac{ma^2}{3}$.



1. Etait-il prévisible que le moment d'inertie J_{Gy} ne dépende pas de b ? Dépendrait-il de l'épaisseur si elle n'était pas considérée comme nulle ? Donner l'expression du moment d'inertie de la tartine par rapport à l'axe (Oy), noté J_{Oy}.

2. En utilisant le théorème du moment cinétique, montrer que $J_{Oy}\frac{d\omega}{dt} = mg\delta\cos(\theta)$

3. En déduire que $\omega^2 = \omega_0^2 \sin(\theta)$ et donner l'expression de ω_0 en fonction de g, δ et a.

4. La tartine quitte le contact avec la table à un instant pris comme origine des temps, l'angle θ vaut alors $\pi/2$ et la vitesse angulaire initiale ω_0. Comment évolue ensuite l'angle θ (on suppose que le mouvement de G reste plan et qu'il n'y a pas de contact ultérieur avec la table, et en négligeant les frottements dus à l'air) ?

5. Dans les circonstances courantes, le coefficient de surplomb $\eta = \frac{\delta}{a}$ ne dépasse guère 0,02 ; on pourra donc considérer dans la suite que $\delta << a$. Exprimer alors la durée de chute τ de la tartine en fonction de h et g. Calculer τ pour $h = 75$ cm et g $= 9,8$ m $\cdot$ s^{-2}. A-t-on une chance de rattraper la tartine avant qu'elle n'atteigne le sol ?

6. Déterminer l'angle θ_l dont a tourné la tartine lorsqu'elle heurte le sol. Faire l'application numérique avec $\eta = 0,02$ et a = 5 cm. Conclusion ?