Révisions 8

Magnétostatique

On rappelle l'expression du champ magnétique créé par une spire circulaire de rayon R et parcourue par un courant I sur son axe et à une distance z de son centre :

$$B(z) = \frac{\mu_0 I}{2R}\left(1+\frac{z^2}{R^2}\right)^{-3/2}$$

Exercice 1

Déterminer le champ créé par une nappe de courants uniforme, plane, infinie et d'épaisseur a.

Exercice 2

On considère une bobine torique : Un fil est enroulé sur un support de forme torique (la forme d'une bouée). Un courant I circule dans le fil. Déterminer le champ magnétique à l'intérieur et à l'extérieur de la bobine.

Exercice 3

On s'intéresse à une bobine circulaire et plate, que l'on considère comme un ensemble de N spires concentriques dont les rayons sont régulièrement répartis entre deux valeurs extrêmes R_1 et R_2. Cette bobine est parcourue par un courant I.

1. Calculer le champ créé au centre de la bobine.
2. Faire l'application numérique avec $N = 10$; $I = 1A$; $R_1 = 19cm$ et $R_2 = 21cm$.
3. Estimer l'erreur relative commise en considérant cette bobine comme N spires de rayon égal à la moyenne de R_1 et R_2.

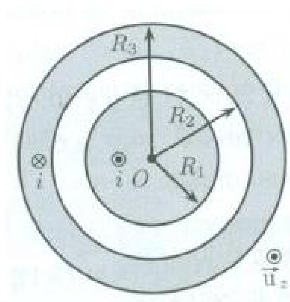
Exercice 4

On considère le dispositif appelé « bobines de Helmoltz » : Deux bobines de rayon R et de longueur faible devant leur rayon, comportant chacune N spires, placées de manière à ce que leurs axes coincident et à la distance R l'une de l'autre. On pourra assimiler chaque bobine à N spires exactement superposées. L'intérêt de ce dispositif est d'avoir un champ magnétique approximativement uniforme entre les bobines. On cherche à le montrer en ce qui concerne le champ sur l'axe.

1. Faire un schéma indiquant les sens des courants et du champ magnétique.
2. Donner l'expression du champ magnétique sur l'axe entre les deux bobines.
3. Déterminer l'expression du champ au centre du dispositif.
4. Application numérique pour $N = 500$, $I = 2,5A$ et $R = 25cm$.
5. En effectuant un développement limité au troisième ordre en z/R vérifier que, au voisinage du milieu, le champ magnétique sur l'axe est approximativement uniforme.

Exercice 5

On considère un câble coaxial constitué d'un cylindre métallique centra plein, de rayon R_1, et d'une couche cylindrique périphérique, de rayon R_2 et de rayon externe R_3.

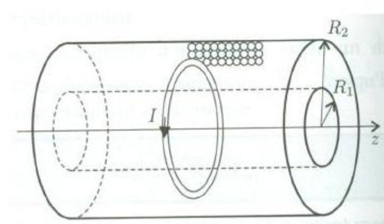


Entre R_1 et R_2 se trouve une maitre isolante assimilable à du vide du point de vue électromagnétique. Ce câble est rectiligne d'axe Oz et considéré comme infiniment long. Sa partie conductrice centrale transporte une intensité i constante, dirigée selon $\overrightarrow{e_z}$, et sa partie périphérique transport une intensité i dans le sens $-\overrightarrow{e_z}$. Dans chacune des deux parties conductrices, la densité de courant est supposé uniforme. Soit M un point où on calcule le champ magnétique crée : on note r la distance entre M et l'axe (Oz).

1. Montrer que le champ magnétique crée par ce câble en un point M quelconque se met sous la forme $\vec{B}(M) = B(r)\vec{u}$, où $\vec{u}$ est un vecteur à préciser.
2. Déterminer l'expression de $B(r)$ pour $r \in [0, +\infty[$. Tracer $B(r)$.

Dans la suite, on considère le cas où les deux intensités sont surfacique, cantonnées dans de très faibles épaisseurs au voisinage de R_1 et R_2.
3. Que devient le graphe de $B(r)$? Commenter les discontinuités qui apparaissent.
4. Après avoir rappelé l'expression de la densité volumique d'énergie magnétique du champ, exprimer l'énergie magnétique U_m contenue dans une portion de longueur l du câble.
5. En déduire le coefficient d'auto-inductance L de cette portion. Puis l'inductance linéique propre $\Lambda = \frac{L}{l}$ du câble.
6. Calculer numériquement L pour $R_1 = 1,0$ cm, $R_2 = 2,0$ cm et $h = 1,0$ m.

Exercice 6



1. Déterminer le champ magnétique crée en tout point de l'espace par la distribution de courant définie de la manière suivante en coordonnées cylindrique (r, θ, z) d'axe (Oz) :

$$\vec{j}(M) = j_0 \overrightarrow{e_\theta} \ si \ R_1 < r < R_2$$
$$\vec{j}(M) = \overrightarrow{0} \ sinon.$$

On admettra que ce champ magnétique est nul pour $r > R_2$.
2. La distribution présente modélise un solénoïde constitué par plusieurs couches de spires coaxiales enroulées sur un cylindre d'axe Oz entre un rayon intérieur R_1 et un rayon extérieur R_2. Ce solénoïde comporte :
i- n spires par unité de longueur dans chaque couche.
ii- m couches par unité d'épaisseur.
Sa longueur suivant Oz est très supérieur à R_1 et R_2.
Exprimer la densité volumique de courant moyenne dans l'enroulement en fonction de n, m et I, intensité du courant le traversant
3. Exprimer le champ magnétique à l'intérieur de la bobine ($r < R_1$) en fonction de I en négligeant les effets de bord. Retrouver ce résultat à partir de l'expression du champ créé par une seule couche.