

Exercice 1

La cuisson d'un œuf de poule à la coque dure 3 min. Un œuf moyen de poule a une masse comprise entre 53 g et 63 g.

Quelle serait la durée pour faire cuire à la coque un œuf d'autruche, sachant que la masse de celui-ci est comprise entre 1,2 kg et 1,8 kg ?

On utilise l'équation de diffusion thermique pour en extraire un ordre de grandeur : $\rho c \frac{\partial T}{\partial t} = \lambda \Delta T$

$$\text{donc } \rho c \cdot \frac{1}{T} = \lambda \cdot \frac{1}{d^2} \quad \text{d'où } \frac{T}{d^2} = \frac{\rho c}{\lambda}$$

On suppose que les caractéristiques ρ, c et λ sont sensiblement les mêmes pour les 2 œufs, alors $\left(\frac{T}{d^2}\right)_{\text{œuf poule}} = \left(\frac{T}{d^2}\right)_{\text{œuf autruche}}$

donc $T_a = T_p \left(\frac{d_a}{d_p}\right)^2$, et la masse est proportionnelle à d^3 ,

donc $d^2 \sim m^{2/3}$ et ainsi $T_a = T_p \left(\frac{m_a}{m_p}\right)^{2/3}$

$$\underline{\text{A.N.}} : T_a = 3 \times \left(\frac{1500}{60}\right)^{2/3} = \underline{\underline{2.6 \text{ minutes}}}$$

Exercice 2

Pour passer la nuit, un inuit dort dans un igloo constitué de neige compactée de surface extérieure $S = 4 \text{ m}^2$. La neige compactée est un bon isolant de conductivité thermique $\lambda = 0,25 \text{ W} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. L'épaisseur de l'igloo est notée e .

La température extérieure $T_{ext} = -40^\circ\text{C}$ est constante. Tous les points de l'air intérieur et des parois intérieures sont à la même température T à un instant donné.

1. L'inuit est une source thermique qui dégage $0,5 \text{ M J}$ par heure pendant son sommeil. Exprimer la puissance P_{th} dégagée par l'inuit en unités SI.

2. Pendant la nuit, quand le feu à l'intérieur de l'igloo s'est éteint, la température intérieure est $T = 20^\circ\text{C}$, tandis que celle à l'extérieur est $T_{ext} = -40^\circ\text{C}$. Si la conduction thermique à travers les murs de l'igloo est le facteur dominant dans les pertes thermiques, quelle valeur doit avoir l'épaisseur e pour que l'intérieur de l'igloo ne refroidisse pas?

3. Quel serait le schéma thermique (association de résistances thermiques) si on devait considérer aussi les pertes thermiques dues à la porte d'entrée en peau de phoque et au fait que la paroi externe de l'igloo est recouverte d'une couche de neige fraîche dont la conductivité thermique est différente de celle de la neige compactée?

$$1. P = \frac{5 \cdot 10^5 \text{ J}}{3600 \text{ s}} = 13,9 \text{ W}$$

$$2. \text{ Il faut } P_{th} = P \text{ et } P_{th} = \frac{T - T_{ext}}{R_{th}}$$

$\downarrow$
 puissance inuit
 puissance pertes thermiques

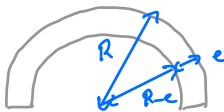
R_{th} est la résistance thermique de l'igloo, assimilable à une $1/2$ sphère.

$R_{th \text{ igloo}} = 2 R_{th \text{ sphère}}$ toutes choses égales par ailleurs, la surface d'échange est plus faible, et donc la résistance thermique plus élevée

La résistance thermique en sphériques est un calcul classique du cours :

$$R_{th} = \frac{1}{R \cdot e} = \frac{1}{R}$$

justification (très) rapide :
 en remarquant que P_{th} est indépendant de r



$$\vec{j}_{th} = \frac{P_{th}}{4\pi r^2} \vec{e}_r \text{ et } \vec{j}_{th} = -\lambda \frac{dT}{dr} \vec{e}_r$$

$$\Rightarrow dT = -\frac{P_{th}}{4\pi\lambda} \frac{dr}{r^2}$$

$$\Rightarrow T_2 - T_1 = P_{th} \left(\frac{1/R_2 - 1/R_1}{4\pi\lambda} \right) R_{th}$$

$$\text{On veut donc } \frac{4\pi\lambda P}{\frac{1}{R+e} - \frac{1}{R}} = T - T_{ext}$$

$$\text{donc } \frac{1}{R+e} = \frac{1}{R} + \frac{4\pi\lambda P}{T - T_{ext}}$$

$$\text{A.N : } R = \sqrt{\frac{25}{4\pi}} = 0,8 \text{ m}$$

$$R+e = 0,5 \text{ m} \Rightarrow e = 30 \text{ cm}$$

3. la porte d'entrée est en parallèle avec les parois de l'igloo (les flux thermiques s'ajoutent) - la couche de neige est en série (les ΔT s'ajoutent) -

on trouve sur wikipedia :
 au moins 50 cm -