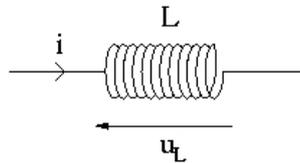


Partie A : Étude de quelques montages comportant une bobine

A.1. Pour une bobine parfaite, étudiée en convention récepteur, on a : $u_L = L \frac{di}{dt}$.



A.2.1. $[\tau] = T$; $[L] = \frac{[u_L] \times T}{[i]}$; $[R] = \frac{[u_L]}{[i]}$. On en déduit que $\tau = L / R$, donc $\alpha = 1$ et $\beta = -1$.

A.2.2. Pour $0 \leq t < \frac{T}{2}$, l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité i dans le

circuit est : $\frac{E}{L} = \frac{i}{\tau} + \frac{di}{dt}$

Il s'agit d'une équation différentielle du premier ordre avec second membre ; sa solution est la somme de la solution générale de l'équation homogène associée et d'une solution particulière constante (car le second membre est constant) de l'équation complète.

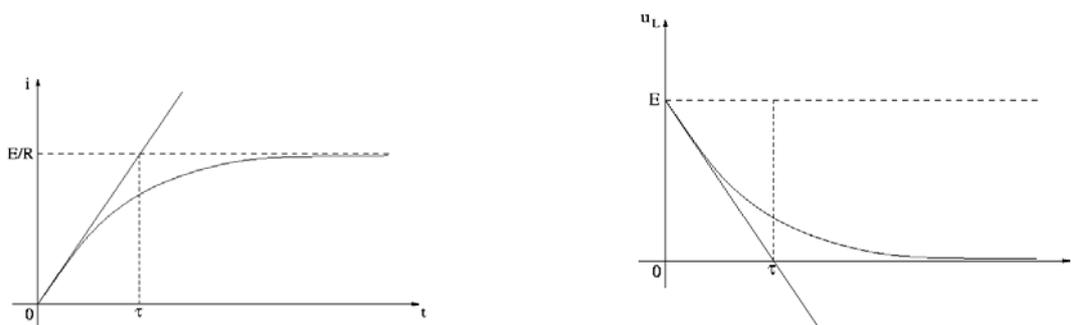
On a donc : $i(t) = Ae^{-t/\tau} + E/R$.

Par continuité de l'intensité traversant une bobine, $i(0^+) = i(0^-) = 0$, donc $A = -E/R$.

D'où : $i(t) = \frac{E}{R}(1 - e^{-t/\tau})$

On en déduit, par dérivation et multiplication par L : $u_L(t) = Ee^{-t/\tau}$

L'allure des courbes représentatives de i et u_L est donnée par les courbes suivantes.



Les valeurs de i et u_L en régime permanent sont obtenues en prenant la limite de leurs expressions pour $t \rightarrow \infty$: $i(\infty) = E/R$ et $u_L(\infty) = 0$.

L'équation des tangentes à l'origine est obtenue, par exemple, en écrivant un développement limité à l'ordre 1 des expressions de $i(t)$ et $u_L(t)$:

- pour $i(t)$: $y = \frac{E}{R} \cdot \frac{t}{\tau}$

- pour $u_L(t)$: $y = E(1 - \frac{t}{\tau})$.

Les pentes des tangentes sont donc respectivement pour i et u_L : $E/R\tau$ et $-E/\tau$

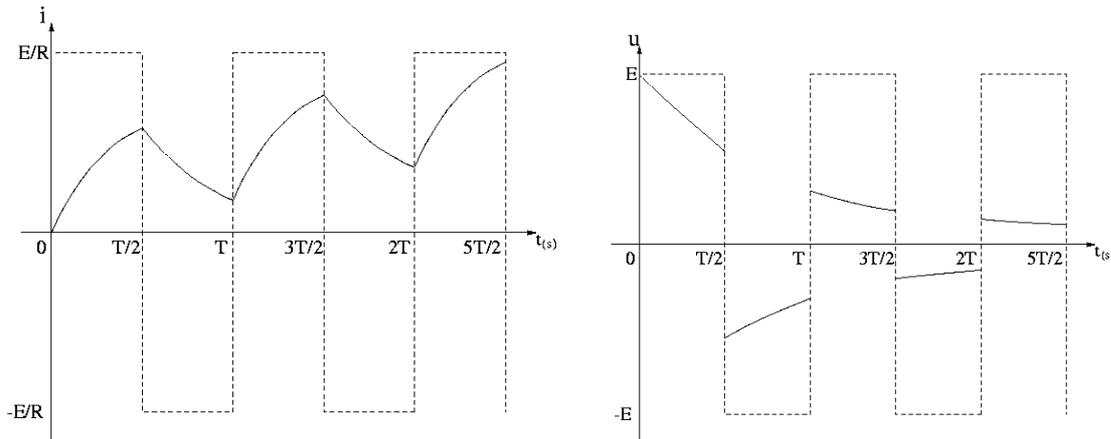
A.2.3. Pour $\frac{T}{2} \leq t < T$, l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité i dans le circuit est : $0 = \frac{i}{\tau} + \frac{di}{dt}$. Cette équation différentielle s'intègre en $i(t) = Be^{-t/\tau}$. Par continuité de l'intensité traversant la bobine, $i(\frac{T}{2}) = \frac{E}{R}(1 - e^{-T/2\tau}) = B e^{-T/2\tau}$.

On en déduit $B = \frac{E}{R}(e^{T/2\tau} - 1)$, donc : $i(t) = \frac{E}{R}(e^{T/2\tau} - 1) e^{-t/\tau}$

On en déduit $u_L(t) = -E(e^{T/2\tau} - 1) e^{-t/\tau}$

A.2.4. La période de la tension délivrée par le G.B.F. est $T = 10^{-3}$ s, la constante de temps du circuit (RL) étudié est $\tau = L/R = 10^{-3}$ s. On a donc $T = \tau$.

Le courant qui traverse la bobine acquiert une valeur de plus en plus importante jusqu'à atteindre sa valeur maximale E/R au bout de quelques périodes. À ce moment, i reste égale à E/R et u_L reste nulle.



A.3. Par analogie entre les régimes transitoires et alternatifs, on a $\frac{d}{dt} \leftrightarrow \times j\omega$.

L'équation différentielle $\frac{E}{L} = \frac{i}{\tau} + \frac{di}{dt}$ traduisant le régime transitoire donne donc, en régime

sinusoïdal, $\frac{e}{L} = \frac{i}{\tau} + j\omega i$, soit $e = (R + jL\omega)i$ qui constitue la loi d'Ohm complexe aux bornes du dipôle AB. On en déduit l'impédance complexe du dipôle AB : $Z = R + jL\omega$

A.4.1. En basse fréquence, une bobine est équivalente à un fil de court-circuit, donc $V_s = 0$.

En haute fréquence, une bobine est équivalente à un interrupteur ouvert, il n'y a donc pas de chute de tension dans les résistances et $V_s = V_e$.

Il s'agit donc d'un **filtre passe-haut**.

A.4.2. On a déjà vu que $\left[\frac{L}{R}\right] = T$. Or $[\omega] = T^{-1}$. x est donc une grandeur sans dimension.

On applique le théorème de Millman en O : $\underline{V}_O = \frac{jx}{1+2jx}(V_e + \underline{V}_s)$, puis un diviseur de

tension à la sortie : $\underline{V}_s = \frac{jx}{1+jx}\underline{V}_O$.

En combinant ces deux équations, on obtient : $\underline{H}(jx) = \frac{-x^2}{(1-x^2)+3jx}$

(On acceptera toute méthode correcte et pas uniquement Millmann).

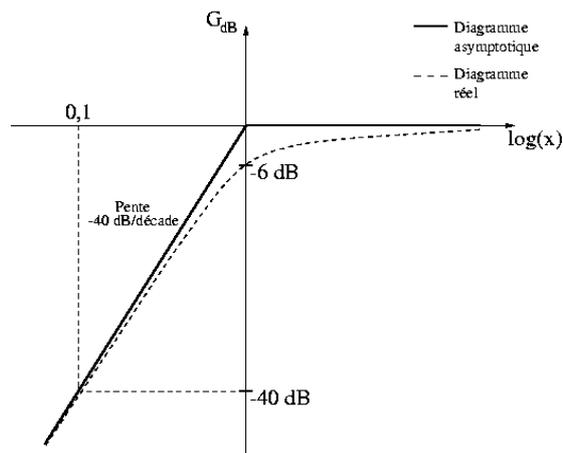
A.4.3. $g_{dB} = 20 \log|H| = 40 \log x - 10 \log [(1-x^2)^2+9x^2]$

En basse fréquence, $g_{dB} \rightarrow 40 \log x$; l'asymptote basse fréquence est donc une droite passant par l'origine, de pente + 40 dB par décade.

En haute fréquence, $g_{dB} \rightarrow 0$; l'asymptote haute fréquence est donc l'axe des abscisses.

Pour $x = 1$, $g_{dB} = -6$ dB.

D'où le graphe $g_{dB} = f(\log x)$ asymptotique. Le graphe réel s'en déduit, on peut s'assurer (à l'aide d'une rapide étude) que la fonction $|H|(x)$ est bien strictement croissante pour $x > 0$, donc g_{dB} aussi).



$\varphi = \arg(-1) - \arg [(1-x^2)+3jx] = \pi - \phi$.

On a évidemment $\sin \phi > 0$, donc $\phi \in [0 ; \pi]$.

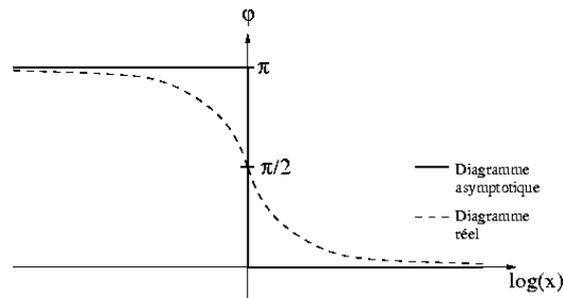
Si $x \rightarrow 0$, $\phi = \arctan(0) = 0$.

Si $x \rightarrow 1^-$, $\phi = \arctan(+\infty) = \pi/2$.

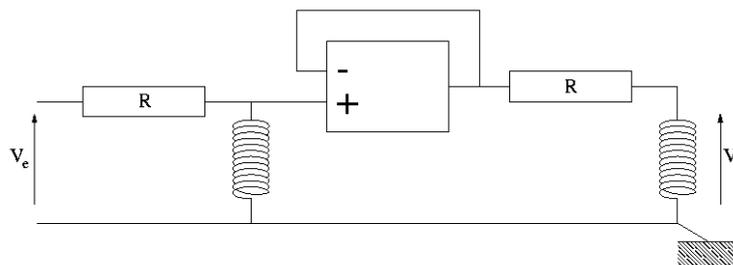
Si $x \rightarrow 1^+$, $\phi = \pi + \arctan(-\infty) = \pi/2$ (attention, dans ce cas ϕ est l'argument d'un nombre complexe à partie réelle négative, il faut donc ajouter π au résultat fourni par la fonction \arctan).

Si $x \rightarrow +\infty$, $\pi + \arctan(0) = \pi$. (avec la même remarque que précédemment).

Les valeurs de φ s'en déduisent immédiatement, d'où le graphe :



A.4.4. Pour cela, il ne faudrait pas qu'il y ait de courant qui entre dans la seconde cellule (RL). On peut réaliser ceci en intégrant un montage suiveur au niveau du point O :



Partie B : Étude du mouvement de satellites terrestres

B.1.1.a. La Lune effectue un mouvement de translation circulaire autour de la Terre avec une période $T_L = \frac{2\pi}{0,230} = 27,3 \text{ jours}$

B.1.1.b. La troisième loi de Képler s'écrit : $\frac{R_{TL}^3}{T_L^2} = \frac{GM_T}{4\pi^2}$, on en déduit la masse M_T de la Terre.

Numériquement, on obtient : $M_T = 6,02 \cdot 10^{24} \text{ kg}$. Cette valeur est tout à fait cohérente avec la valeur de $5,98 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ fournie par l'énoncé dans les données.

B.1.2. Le fait que la Lune présente toujours à la Terre la même face permet de déduire qu'elle possède également un **mouvement de rotation propre**, et que ce mouvement de rotation propre a **la même période que le mouvement de translation circulaire** de la Lune autour de la Terre.

B.1.3.a. Voir figure (I) feuille annexe.

Lorsque la Lune est nouvelle, la face qu'elle nous présente n'est pas éclairée par les rayons du Soleil, elle n'est donc pas visible depuis la Terre.

B.1.3.b. Voir figure (II) feuille annexe.

L'angle dont tourne la Lune en T_N jours peut s'écrire d'une part : $\frac{2\pi}{27,3} \times T_N$.

Il peut par ailleurs s'écrire $2\pi + \frac{2\pi}{365} \times T_N$ (par égalité des angles α notés sur la figure (II) de la feuille annexe).

On retrouve ainsi $T_N = \frac{1}{\frac{1}{27,3} - \frac{1}{365}} = 29,5$ jours.

B.2.1.a. On applique la relation fondamentale de la dynamique au satellite en orbite circulaire autour de la Terre, dans le référentiel terrestre, supposé galiléen. En projection sur la base de Frénet associée, on obtient :

$$\begin{cases} m \frac{dv}{dt} = 0 \\ m \frac{v^2}{R} = m \frac{M_T G}{R^2} \end{cases}$$

La première équation montre que $v = v_0$ constante et la seconde donne : $v_0 = \sqrt{\frac{M_T G}{R}}$

À la surface de la Terre, on peut écrire : $g_0 = \frac{GM_T}{R_T^2}$, donc $g_0 R_T^2 = GM_T$.

D'où la seconde expression de v_0 : $v_0 = R_T \sqrt{\frac{g_0}{R}}$

B.2.1.b. $R = R_T + h = 7202$ km. On en déduit $v_0 = 7,44$ km.s⁻¹

B.2.2. La vitesse de libération correspond à une énergie mécanique nulle, au niveau du sol ($r = R_T$) :

$$-\frac{GmM_T}{R_T} + \frac{1}{2}mv_l^2 = 0, \text{ soit } v_l = \sqrt{\frac{2GM_T}{R_T}} = 11,2 \text{ km.s}^{-1}$$

B.2.3. $E = -\frac{GM_T m}{R} + m \frac{v^2}{2}$

Par ailleurs, d'après la relation fondamentale de la dynamique : $m \frac{v^2}{r} = \frac{GmM_T}{R^2}$.

Donc $E = -\frac{GmM_T}{2R} = -E_c$

Les frottements font diminuer l'énergie mécanique du satellite, on a donc $dE < 0$. Ceci implique $dE_c > 0$ (car on peut considérer les frottements de l'atmosphère suffisamment faible pour ne pas trop changer la forme de la trajectoire du satellite, au début tout au moins). Les frottements augmentent donc l'énergie cinétique du satellite, et par conséquent sa vitesse.

B.2.4. Le satellite n'est soumis qu'à la force de gravitation de la Terre, qui est conservative ; l'énergie mécanique E du satellite est donc constante.

On a $E = U_{\text{eff}} + \frac{1}{2}m\left(\frac{dr}{dt}\right)^2$, avec $\frac{1}{2}m\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 \geq 0$.

On doit donc avoir $E \geq U_{\text{eff}}$.

La courbe (1), qui est sous la courbe U_{eff} pour tout r est donc impossible, aucune trajectoire ne lui correspond.

Il n'y a qu'un seul point de la courbe (2), d'abscisse r_0 , permettant de satisfaire à $E \geq U_{\text{eff}}$. La trajectoire correspondante est un cercle de rayon r_0 . Il s'agit d'un état lié.

Les points de la courbe (3) permettant de satisfaire à la condition sont ceux pour lesquels $r_1 \leq r \leq r_2$. Le satellite a alors une trajectoire elliptique. Il s'agit, là encore, d'un état lié.

La courbe (4) correspond au premier état libre ; le satellite peut aller à l'infini sur une trajectoire parabolique.

La courbe (5) correspond également à un état libre pour lequel la trajectoire du satellite est hyperbolique.



—

— — — — —

FEUILLE À RENDRE AVEC LA COPIE

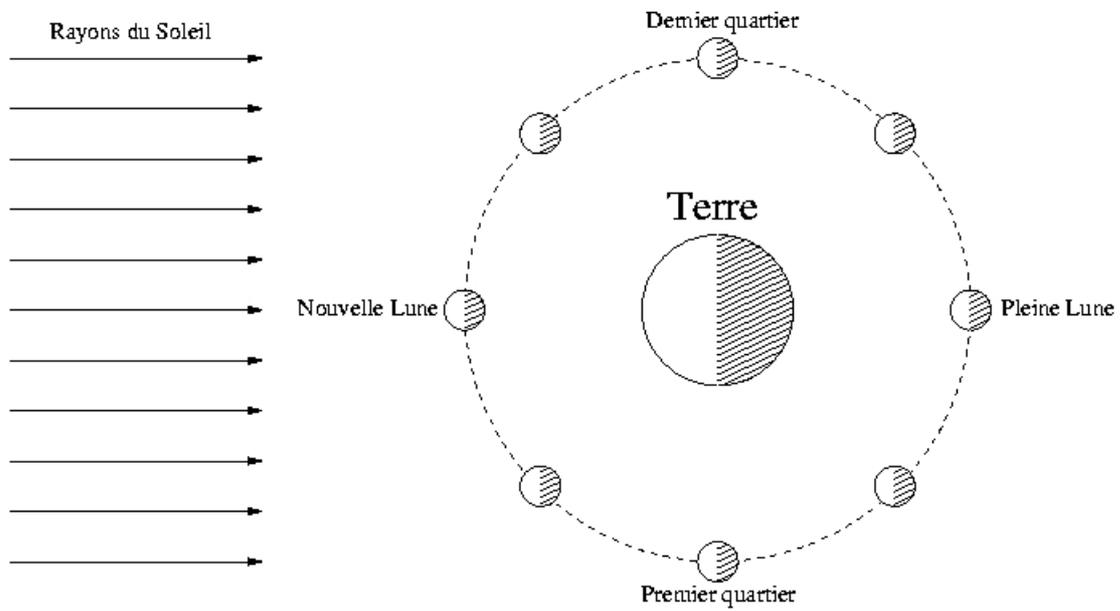


Schéma I

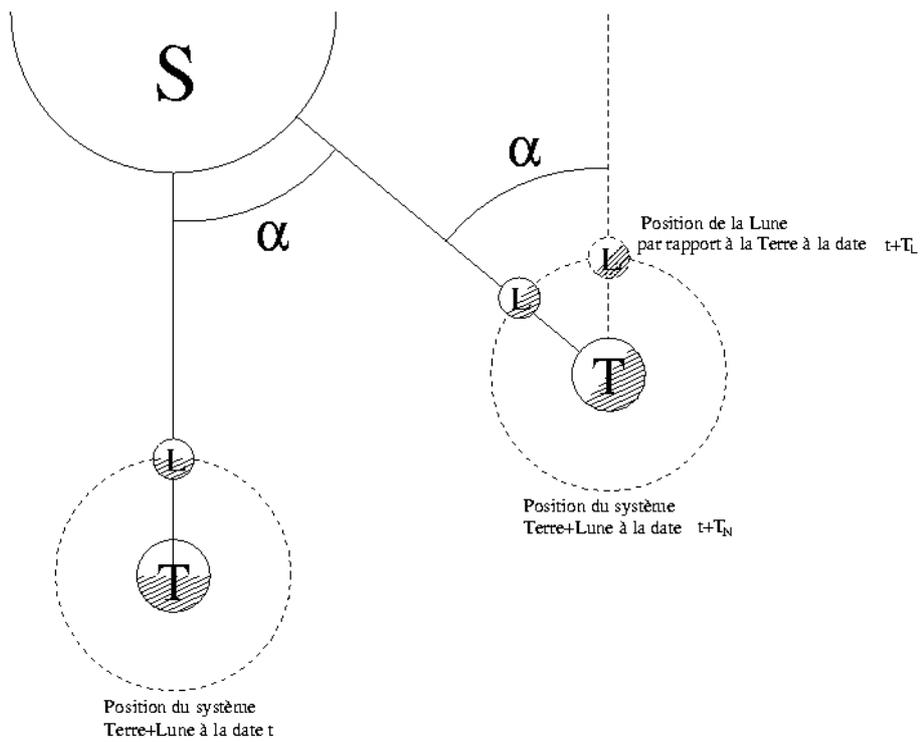


Schéma II