Partie A : Étude de quelques montages

Une bobine réelle est un dipôle constitué par enroulement cylindrique d'un fil électrique. Elle est caractérisée par son autoinductance L et sa résistance interne r.
La bobine est dite parfaite si sa résistance interne est négligeable.

A.1. Donner la relation entre le courant i qui traverse une bobine parfaite et la tension u_L à ses bornes (on précisera à l'aide d'un schéma les conventions d'orientation adoptées pour i et u_L).
Les valeurs usuelles des inductances rencontrées s'échelonnent de quelques henrys à quelques millihenrys.

A.2. On se propose d'étudier la réponse d'un circuit (RL) à une tension en créneaux délivrée par un générateur basse fréquence (G.B.F.).
Le circuit représenté sur la figure 1 comporte une bobine parfaite d'inductance L, une résistance R et un G.B.F. délivrant une tension en créneaux u représentée sur la figure 2.

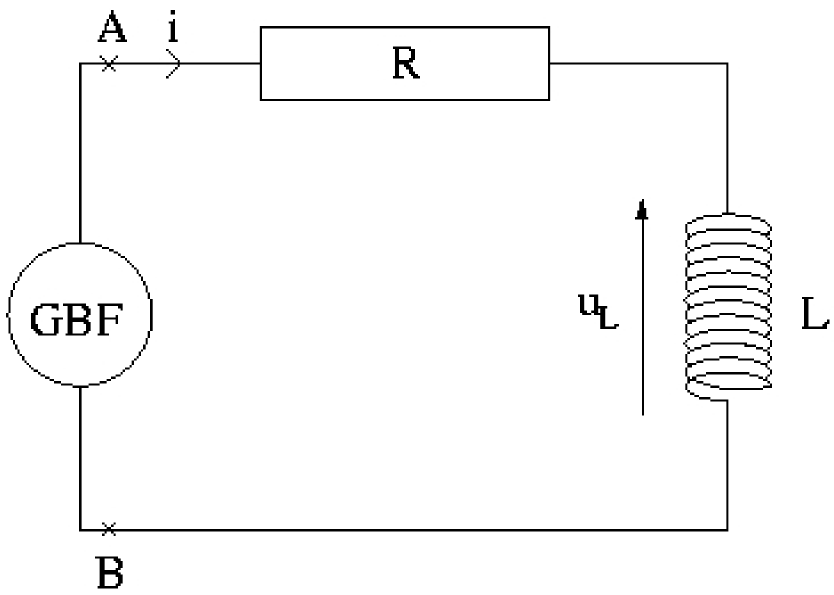

Figure 1

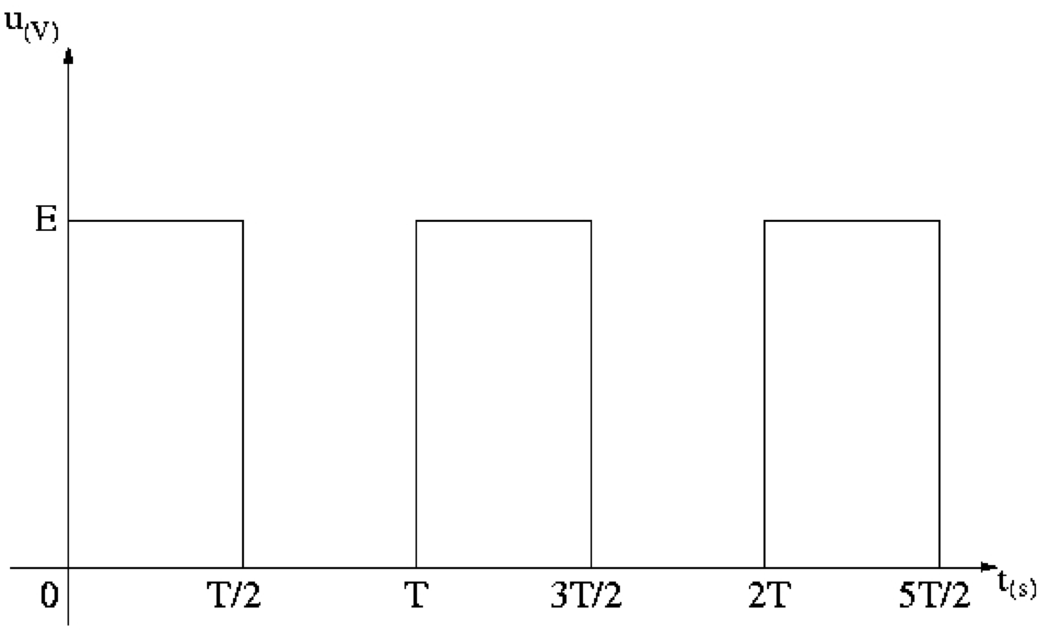

Figure 2

A.2.1. On définit la constante de temps τ, exprimée en secondes, du circuit (RL) par une relation du type $\tau = L^{\alpha}.R^{\beta}$ où α et β sont deux constantes réelles. Par analyse dimensionnelle rapide, déterminer la valeur des exposants α et β (on raisonnera à partir des caractéristiques entre u et i).

A.2.2. Pour $0 \leq t < \frac{T}{2}$, établir l'équation différentielle régissant les variations de l'intensité i dans le circuit. L'intégrer en justifiant soigneusement la détermination de la (des) constante(s) d'intégration. En déduire l'expression de $u_L(t)$.
Tracer l'allure des courbes représentatives de i(t) et de $u_L(t)$ en précisant les valeurs vers lesquelles ces fonctions tendent en régime permanent, ainsi que les pentes des tangentes à l'origine.

A.2.3. Déterminer complètement l'expression de i(t) et de $u_L(t)$ pour $\frac{T}{2} \leq t < T$.

A.2.4. Le G.B.F. est réglé sur la fréquence f = 1,0 kHz, la bobine a pour inductance $L = 1{,}0$ H et $R = 1{,}0.10^3\ \Omega$. Comparer la période T de la tension délivrée par le G.B.F. et la constante de temps τ du circuit. Tracer qualitativement l'évolution des graphes de i(t) et $u_L(t)$ sur quelques périodes.

A.3. Dans le circuit de la figure 1, le G.B.F. est à présent en mode sinusoïdal. En utilisant les analogies transitoire-alternatif écrire, à partir de l'équation différentielle établie en A.2.2., la loi d'Ohm complexe liant les amplitudes complexes $\underline{U}$ et $\underline{I}$ respectivement de la tension aux bornes du dipôle AB et de l'intensité du courant le traversant. En déduire l'impédance complexe $\underline{Z}$ du dipôle AB.

A.4. On s'intéresse au quadripôle de la figure 3, constitué de deux cellules (RL) enchaînées, alimenté par une tension sinusoïdale de pulsation ω.

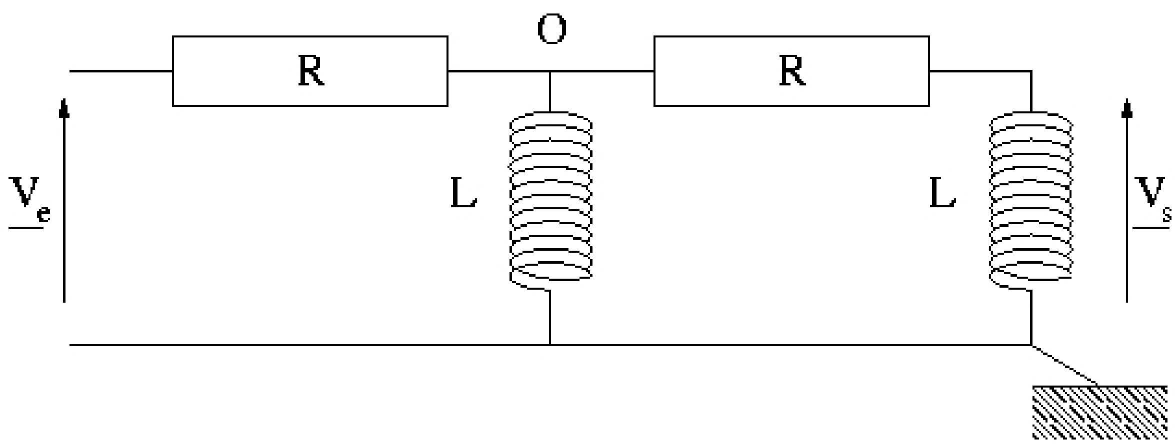

Figure 3

A.4.1. En étudiant le comportement asymptotique du quadripôle aux hautes et basses fréquences, préciser la nature du filtre ainsi constitué.

A.4.2. Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(jx)$ de ce quadripôle en fonction de x = $\frac{L\omega}{R}$, après avoir précisé la dimension de x.

A.4.3. Tracer le diagramme de Bode asymptotique de ce filtre, en le justifiant.
Tracer ensuite, sur les mêmes graphes, l'allure des courbes réelles $g_{dB} = f(\log x)$, où g_{dB} désigne le gain en décibel, et $\varphi = f(\log x)$ où φ désigne l'argument de la fonction de transfert.

A.4.4. Comment modifier le montage pour obtenir un filtre dont la fonction de transfert s'écrirait comme le carré de la fonction de transfert d'un filtre (RL) ?

FIN DE LA PARTIE A

Partie B : Étude du mouvement de satellites

Pour cette partie, vous aurez à complèter, et à rendre avec la copie, la feuille annexe se trouvant en fin de sujet

La Terre possède un seul satellite naturel : la Lune. De nombreux satellites artificiels sont par ailleurs placés en orbite autour de la Terre, dans des buts variés tels que les télécommunications, la météorologie, la défense…
Cette partie se propose d'étudier quelques caractéristiques du mouvement des satellites terrestres.

Dans cette partie, on désignera par M_T et R_T respectivement la masse et le rayon de la Terre.
On donne $R_T = 6370$ km, $M_T = 5{,}98.10^{24}$ kg.
On rappelle que la constante de gravitation universelle a pour valeur $G = 6{,}67.10^{-11}$ N.m².kg^{-2}.

B.1. Mouvement de la Lune autour de la Terre
On précise que cette question ne nécessite aucune connaissance préalable d'astronomie.

B.1.1. Le centre L de la Lune décrit, de manière uniforme, autour de la Terre, une orbite circulaire de centre T telle qu'en un jour le segment [TL] balaie un angle de 0,230 radian.

B.1.1.a. Déterminer, en jours, la période T_L de ce mouvement circulaire de la Lune autour de la Terre.

B.1.1.b. Sachant que le rayon R_{TL} de l'orbite circulaire décrite par la Lune est de $3{,}84.10^5$ km, en déduire la valeur de la masse de la Terre (on justifiera la réponse). Le résultat est-il cohérent avec les données ?

B.1.2. On sait que la Lune, dans son mouvement autour de la Terre, nous présente toujours la même face. En déduire les caractéristiques du mouvement propre de la Lune.

B.1.3.a. Le schéma (I) de la feuille annexe représente les différentes phases de la Lune. On dit que la Lune est nouvelle lorsque la face qu'elle présente à la Terre n'est pas éclairée. Identifier la nouvelle Lune sur ce schéma, et préciser comment elle est alors vue depuis la Terre.

B.1.3.b. Le cycle des phases de la Lune, appelé lunaison, dure $T_N = 29{,}5$ jours. Pour expliquer la différence entre cette durée, et la période du mouvement circulaire de la Lune autour de la Terre, on doit prendre en compte le mouvement de la Terre autour du Soleil.
Sur le schéma (II) de la feuille annexe, dessiner les positions de la Lune lors des nouvelles lunes successives à t et $t + T_N$. Dessiner aussi la position de la lune à la date $t + T_L$.
Sachant que la Terre est en orbite circulaire de période $T_T = 365$ jours autour du Soleil, retrouver la valeur de $T_N = 29{,}5$ jours pour la lunaison.

B.2. Quelques aspects de la satellisation
En l'absence de précision explicite, on négligera tout frottement dû à l'atmosphère sur le satellite.

B.2.1. On s'intéresse à un satellite artificiel, de masse m, en orbite circulaire de rayon R autour de la Terre.
B.2.1.a. Montrer que le mouvement du satellite autour de la Terre est uniforme, et exprimer littéralement la vitesse v_0. On exprimera d'abord v_0 en fonction de G, M_T et R, puis en fonction de g_0, R_T et R, où g_0 désigne l'intensité du champ de pesanteur terrestre à la surface de la Terre.

B.2.1.b. Le satellite SPOT (Satellite sPécialisé dans l'Observation de la Terre) est en orbite circulaire à l'altitude h = 832 km au-dessus de la Terre. Calculer numériquement la vitesse v_0 de SPOT sur son orbite.

B.2.2. La vitesse de libération v_l d'un satellite est la plus petite vitesse qu'il faut lui communiquer à la surface de la Terre pour qu'il aille à l'infini (en « se libérant » de l'attraction terrestre). Exprimer v_l en fonction de G, M_T et R_T et calculer sa valeur.

B.2.3. Dans le cas d'une orbite circulaire du satellite autour de la Terre, montrer que l'énergie mécanique E_m du satellite est liée à son énergie cinétique E_c par : $E_m = - E_c$.
Si l'on tient à présent compte de la force de frottement de l'atmosphère sur le satellite, en déduire, en le justifiant, son effet sur la vitesse du satellite.

B.2.4. Pour un satellite de masse m en mouvement (quelconque) autour de la Terre, et uniquement soumis à la force gravitationnelle terrestre, l'énergie mécanique peut s'écrire de la même façon que celle d'un point matériel en mouvement rectiligne placé dans un potentiel effectif $U_{eff}(r)$ dont la courbe représentative est donnée sur la figure 4 :

$E = \frac{1}{2}m\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + U_{eff}(r)$ avec r la distance du satellite au centre de la Terre.

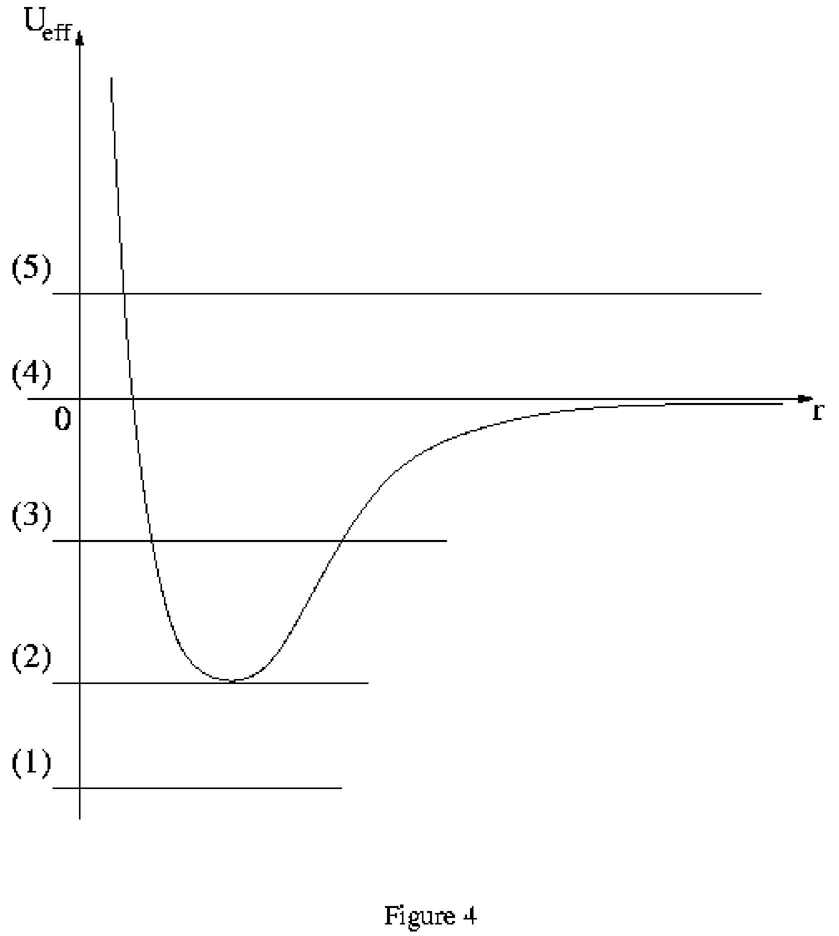

Figure 4

Après avoir justifié que l'énergie mécanique E du satellite est une constante de son mouvement, préciser, pour chacune des valeurs de E (notées de (1) à (5)) représentées sur la figure 4, la nature de la trajectoire du satellite et celle de son état, lié ou de diffusion.

FIN DE LA PARTIE B

FEUILLE ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

La feuille est à joindre avec la copie
(! N'oubliez pas d'inscrire votre code candidat en bas de la page !)

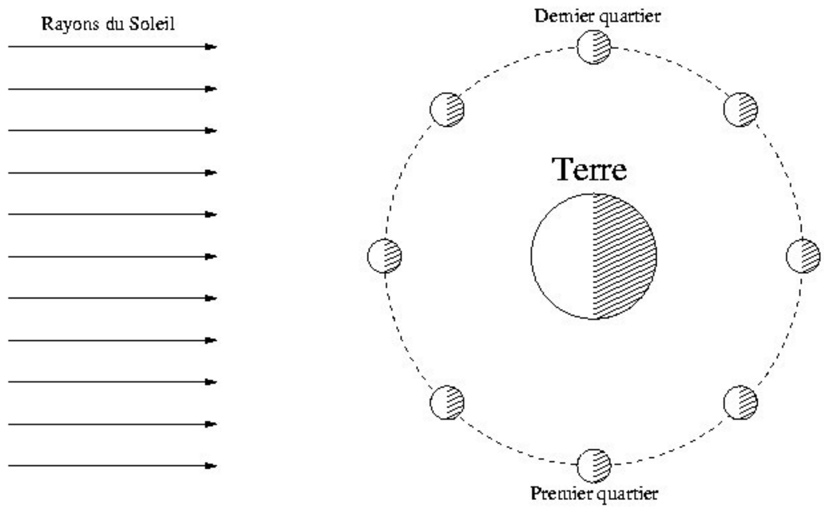

Schéma (I)

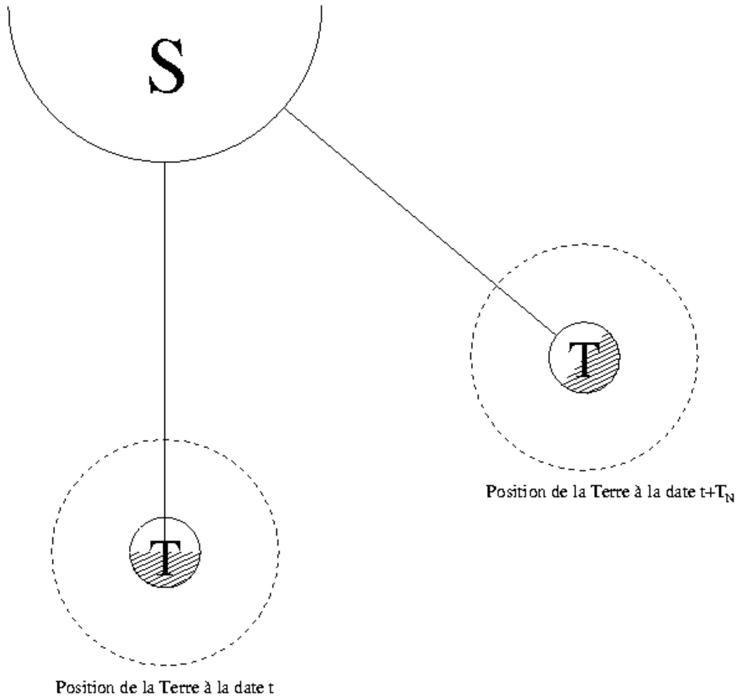

Schéma (II)

Code candidat :
