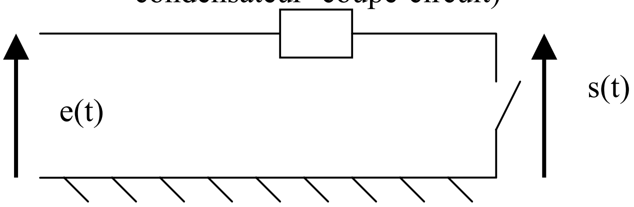
CORRIGE PHYSIQUE

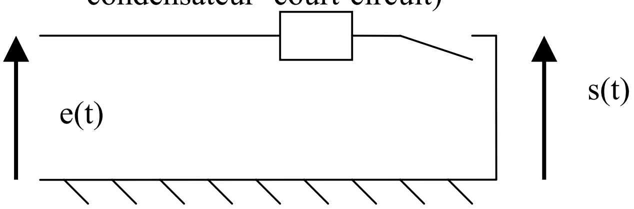
PARTIE 1 : LE FACTEUR DE QUALITE EN ELECTRONIQUE : ETUDE D'UN FILTRE PASSIF

1. Aux basses fréquences (BF), le schéma équivalent est : (inductance=court-circuit ; condensateur=coupe-circuit)



donc $s(t) = e(t)$: le filtre laisse passer les basses fréquences.

Aux hautes fréquences (HF), le schéma équivalent est : (inductance=coupe-circuit ; condensateur=court-circuit)



donc $s(t) = 0$: le filtre coupe les hautes fréquences.
Il s'agit donc d'un filtre passe-bas.

2. On reconnaît la structure d'un pont diviseur de tension : $\underline{s} = \dfrac{\dfrac{1}{Cjw}}{R + Ljw + \dfrac{1}{Cjw}}\underline{e}$

Donc $\underline{H}(jw) = \dfrac{S_m}{E_m} = \dfrac{1}{1 + RCjw + LC(jw)^2}$ donc $\boxed{\underline{H}(jw) = \dfrac{1}{1 + j\dfrac{1}{Q}\dfrac{w}{w_0} + \left(\dfrac{jw}{w_0}\right)^2}}$

avec $\boxed{w_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}}$ et $\boxed{Q = \dfrac{Lw_0}{R} = \dfrac{1}{RCw_0}}$

Ce filtre est d'ordre 2 (degré du dénominateur, polynôme en jw).

L'équation différentielle est : $s(t) + \dfrac{1}{Qw_0}\dfrac{ds(t)}{dt} + \dfrac{1}{w^2{}_0}\dfrac{d^2s(t)}{dt^2} = e(t)$ .Les coefficients $(1, \dfrac{1}{Qw_0}, \dfrac{1}{w_0{}^2})$ sont de même signe : le filtre est stable.

3. $\left|\underline{H}(jw)\right| = \dfrac{1}{\sqrt{\left(1 - \left(\dfrac{w}{w_0}\right)^2\right)^2 + \left(\dfrac{w}{Qw_0}\right)^2}}$.

4.

Pour savoir si $|\underline{H}(jw)|$ passe par un maximum, on étudie le dénominateur

$f(x) = (1-x^2)^2 + \left(\frac{x}{Q}\right)^2$ avec $x = \frac{w}{w_0}$.

$f'(x_r) = 2 * -2 * (1 - x_r^2) + \frac{2x_r}{Q} = 0 \Rightarrow x_r = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$. Cette solution n'existe que si $\boxed{Q > \frac{1}{\sqrt{2}}}$.

C'est le phénomène de <u>résonance</u> (si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$): il a lieu pour la pulsation $\boxed{w_r = w_0\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$.

5. $G_{dB} = 20\log|\underline{H}(jw)| = -20\log\sqrt{\left(1 - \left(\frac{w}{w_0}\right)^2\right)^2 + \left(\frac{w}{Qw_0}\right)^2}$

Basses fréquences : $w << w_0$. $G_{dB} \approx -20\log 1 \approx 0$ (<u>Asymptote horizontale à GdB=0</u>)

Hautes fréquences : $w >> w_0$, , $G_{dB} \approx -20\log\sqrt{\frac{w^4}{w_0^4}} \approx -40\log w + 40\log w_0$ (<u>Asymptote oblique de pente -40dB/décade coupant l'axe des abscisses en</u> $\underline{w_0}$<u>).</u>

$G_{dB}(w = w_0) = -20\log\sqrt{\left(\frac{1}{Q}\right)^2} = 20\log Q$

6.

$|H(jw_c)| < \frac{|H(jw)|_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow 20\log|H(jw_c)| < \frac{20\log|H(jw)|_{\max}}{\sqrt{2}} \Rightarrow$

$G_{dB}(w_c) = G_{dB\max} + 20\log\frac{1}{\sqrt{2}} = G_{dB\max} - 3$.

7.

a. $w_r \approx w_0$, $I(w_0) = I_{\max}$ et $\varphi(w_0) = 0$.

b. En notations complexes, $\underline{u_c} = \frac{\underline{i}}{Cjw_0} \Rightarrow \begin{cases} U_m = \frac{I_m}{Cw_0} \\ \varphi_{u/i} = -\frac{\pi}{2} \end{cases}$

Donc $u_c(t) = \frac{I_m}{Cw_0}\cos(w_0 t - \frac{\pi}{2}) = \frac{I_m}{Cw_0}\sin(w_0 t)$

c. $P_{Joules}(t) = u(t)i(t) = Ri(t)^2 = RI_m{}^2\cos^2(w_0 t)$

donc $\Delta W = \int_O^T P_{Joules}(t)dt = RI^2{}_m \int_0^T \cos^2(w_0 t)dt = RI_m{}^2 * T\frac{1}{2} = \frac{RI^2{}_m \pi}{w_0}$

d. $P_{reçueparC}(t) = u_c(t)i(t) = \frac{I^2{}_m}{Cw_0}\sin(w_0 t)\cos(w_0 t)$

donc $W_{r\,eçuparC} = \int_0^t P_{reçueparC}(t')dt' = \int_0^t \frac{I^2{}_m}{Cw_0}\sin(w_0 t')\cos(w_0 t')dt' = \int_0^t \frac{I^2{}_m}{Cw^2{}_0}\sin(w_0 t')d\sin(w_0 t')$

donc $W_{reçueparC} = \frac{I^2{}_m}{2Cw^2{}_0}\sin^2(w_0 t)$ donc $W_m = \frac{I^2{}_m}{2Cw^2{}_0}$

e. $\frac{W_m}{\Delta W} = \frac{I^2{}_m}{2Cw_0{}^2} * \frac{w_0}{\pi RI^2{}_m} = \frac{1}{2\pi RCw_0} = \frac{Q}{2\pi}$ donc $\boxed{Q = 2\pi\frac{W_m}{\Delta W}}$

PARTIE 2 : LE FACTEUR DE QUALITE EN MECANIQUE : ETUDE D'UN OSCILLATEUR HARMONIQUE AMORTI

1. Tension de rappel du ressort : $\vec{T} = -k\Delta l\vec{i} = -kx\vec{i}$

   Force de frottement fluide : $\vec{f} = -h\vec{v}$

   Poids : $\vec{P} = m\vec{g}$

   Réaction normale (pas de frottement) : $\vec{R}_N = \overline{R_N}\vec{k}$

   Il existe une force de frottement fluide, qui est une <u>force dissipative</u> (qui ne dérive pas d'une énergie potentielle) : le système n'est pas conservatif.

   D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué au point M:

   $$\frac{dEc}{dt} = P_{forcesconservatives} + P_{forcesdissipatives} = -\frac{dEp}{dt} + P_{forcesdissipatives} \Rightarrow \frac{d(Ec+Ep)}{dt} = P_{forcesdissipatives} = \vec{f}.\vec{v}$$

   donc $\boxed{\frac{dEm}{dt} = -hv^2}<0.$

2. PFD appliqué à la bille dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen :

   $$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{f}$$

   En projection sur les axes :

$$\begin{cases} \vec{i} : m\ddot{x} = -kx - h\dot{x} \Rightarrow \ddot{x} + \frac{h}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \\ \vec{k} : 0 = mg - \overline{R_N} : les - deux - forces - se - compensent \end{cases}$$

   donc $\boxed{\ddot{x} + \frac{w_0}{Q}\dot{x} + w^2{}_0 x = 0}$ avec $= w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $Q = \frac{mw_0}{h}$

3.

   a. $Q > \frac{1}{2}$. Seule l'allure est demandée (toutes les conditions initiales et les régimes permanents sont acceptés)

b. Dans le cas de l'amortissement faible ($Q >> 1$) :

$$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{2\pi}{w_0\sqrt{1-\frac{1}{4Q^2}}} = T_0\left(1-\frac{1}{4Q^2}\right)^{-\frac{1}{2}} \approx T_0\left(1-\frac{1}{2}\frac{1}{4Q^2}\right) \approx T_0\left(1-\frac{1}{8Q^2}\right) \Rightarrow \left|\frac{\Delta T}{T_0}\right| = \frac{1}{8Q^2}$$

donc pour $Q >> 1$ $T \approx T_0$ et $w = w_0$.

4.

a. $\delta W = \vec{T}.d\vec{M} = -kx\vec{i}.dx\vec{i} = -kxdx = -d(Ep)$ avec $Ep(x) = \frac{1}{2}kx^2 + cste$. On choisira $cste = 0$. $Ep(t) = \frac{1}{2}kx^2(t) = \frac{1}{2}kA^2 e^{-\frac{2w_0}{2Q}t}\cos^2(wt+\varphi)$

b. $Ec(t) = \frac{1}{2}m\dot{x}(t) = \frac{1}{2}mA^2 {w_0}^2 e^{-\frac{2w_0}{2Q}t}\sin^2(wt+\varphi)$

c. $Em(t) = Ec(t) + Ep(t) = \frac{1}{2}kA^2 e^{-\frac{2w_0}{2Q}t}\left(\cos^2(w_0 t+\varphi) + \sin^2(w_0 t+\varphi)\right) = \frac{1}{2}kA^2 e^{-\frac{2w0}{2Q}t}$

car $w^2{}_0 = \frac{k}{m}$

donc $\boxed{E_m(t) = K_1 e^{-K_2 t}}$ avec $\boxed{K_1 = \frac{kA^2}{2}}$ et $\boxed{K_2 = \frac{w_0}{Q}}$

d. $\Delta E_m(t) = \left|E_m(t+T) - E_m(t)\right| = \frac{1}{2}kA^2 e^{-\frac{w_0}{Q}t}\left(1-e^{-\frac{w_0}{Q}T}\right) = \frac{1}{2}kA^2 e^{-\frac{w_0}{Q}}\left(1-e^{-\frac{2\pi}{Q}}\right) \approx E_m(t) * \frac{2\pi}{Q}$

donc $\boxed{Q = 2\pi\frac{E_m}{\Delta E_m}}$