

DM SI MP1 et MP2

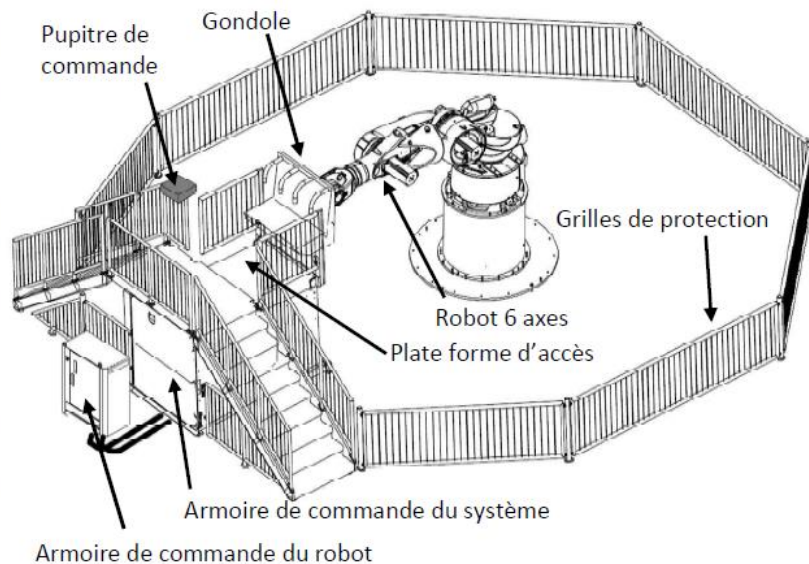
PROBLÈME 1 : ÉTUDE DES PERFORMANCES CINÉMATIQUES DU ROBOCOASTER

On s'intéresse au Robocoaster conçu par la société KUKA. Le système, utilisé notamment au Futuroscope de Poitiers, est une attraction qui permet de procurer des sensations fortes aux passagers embarqués dans une gondole. La gondole est mise en mouvement par l'intermédiaire d'un bras de robot détourné de l'industrie automobile qui suit des lois de mouvement préprogrammées.



Le système est principalement constitué d'un robot 6 axes, d'une armoire de gestion permettant le pilotage du robot, d'une plate forme d'accès mobile permettant l'embarquement ou le débarquement des passagers, d'une grille de protection accompagnée de nombreux dispositifs de sécurité et d'une armoire de commande générale de l'installation.

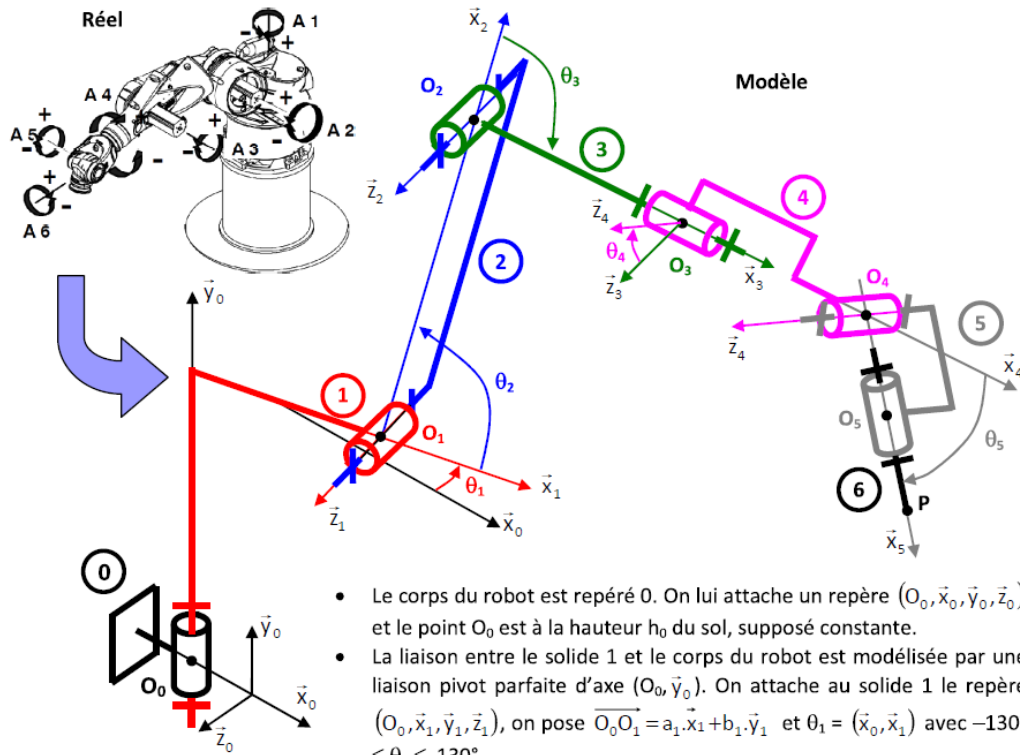
Par ailleurs le système nécessite la présence d'un opérateur sur la plate forme d'accès pour assurer le bon déroulement des opérations d'embarquement ainsi que la mise en route du système.



On s'intéresse dans ce sujet au robot 6 axes dont on donne les descriptions structurelles, les modèles ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.

Extrait de cahier des charges fonctionnel

Exigences techniques	Critères	Niveaux
Le système doit respecter les exigences techniques suivantes	... Course du vérin de harnais Vitesse maxi passager Accélération maxi passager Course < 0,4 m $V_{\max} < 10\text{m/s}$ $A_{\max} < 2g$...



- La liaison entre le bras 2 et le solide 1 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_1, \vec{z}_1) . On attache au solide 2 le repère $(O_1, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$, on pose $\vec{O}_1\vec{O}_2 = a_2 \cdot \vec{x}_2$ et $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$ avec $-10^\circ \leq \theta_2 \leq 100^\circ$.
- La liaison entre l'avant bras 3 et le bras 2 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_2, \vec{z}_2) . On attache au solide 3 le repère $(O_2, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$, on pose $\vec{O}_2\vec{O}_3 = a_3 \cdot \vec{x}_3$ et $\theta_3 = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$ avec $-30^\circ \leq \theta_3 \leq 15^\circ$.
- La liaison entre le solide 4 et l'avant bras 3 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_3, \vec{x}_3) . On attache au solide 4 le repère $(O_3, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$, on pose $\vec{O}_3\vec{O}_4 = a_4 \cdot \vec{x}_4$ et $\theta_4 = (\vec{z}_3, \vec{z}_4)$ avec $-350^\circ \leq \theta_4 \leq 350^\circ$.
- La liaison entre le solide 5 et le solide 4 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_4, \vec{z}_4) . On attache au solide 5 le repère $(O_4, \vec{x}_5, \vec{y}_5, \vec{z}_5)$, on pose $\vec{O}_4\vec{O}_5 = a_5 \cdot \vec{x}_5$ et $\theta_5 = (\vec{x}_4, \vec{x}_5)$ avec $-58^\circ \leq \theta_5 \leq 58^\circ$.
- La liaison entre le solide 6 (sur lequel se trouve la nacelle et les 2 passagers) et le solide 5 est modélisée par une liaison pivot parfaite d'axe (O_5, \vec{x}_5) . On attache au solide 6 le repère $(O_5, \vec{x}_6, \vec{y}_6, \vec{z}_6)$, on pose $\vec{O}_5\vec{P} = a_6 \cdot \vec{x}_6$ et $\theta_6 = (\vec{y}_5, \vec{y}_6)$ avec $-350^\circ \leq \theta_6 \leq 350^\circ$.

Données : $h_0 = 1 \text{ m}$; $a_1 = 0,5 \text{ m}$; $b_1 = 1 \text{ m}$; $a_2 = 1,25 \text{ m}$; $a_3 = 0,25 \text{ m}$; $a_4 = 0,5 \text{ m}$; $a_5 = 0,25 \text{ m}$; $a_6 = 0,25 \text{ m}$.

Q.1. Effectuer le graphe des liaisons du bras articulé du robot et poser toutes les figures géométrales.

Q.2. Compléter sur le document réponse le schéma cinématique en couleur permettant de visualiser dans le plan $(O_0, \vec{x}_0, \vec{y}_0)$ les solides 1 à 6 dans la position robot en attente de chargement ($\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 12^\circ$, $\theta_3 = -26^\circ$, $\theta_4 = 0^\circ$, $\theta_5 = 19^\circ$, $\theta_6 = 0^\circ$).

Q.3. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{P \in 6/5}$.

Q.4. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{P \in 6/4}$.

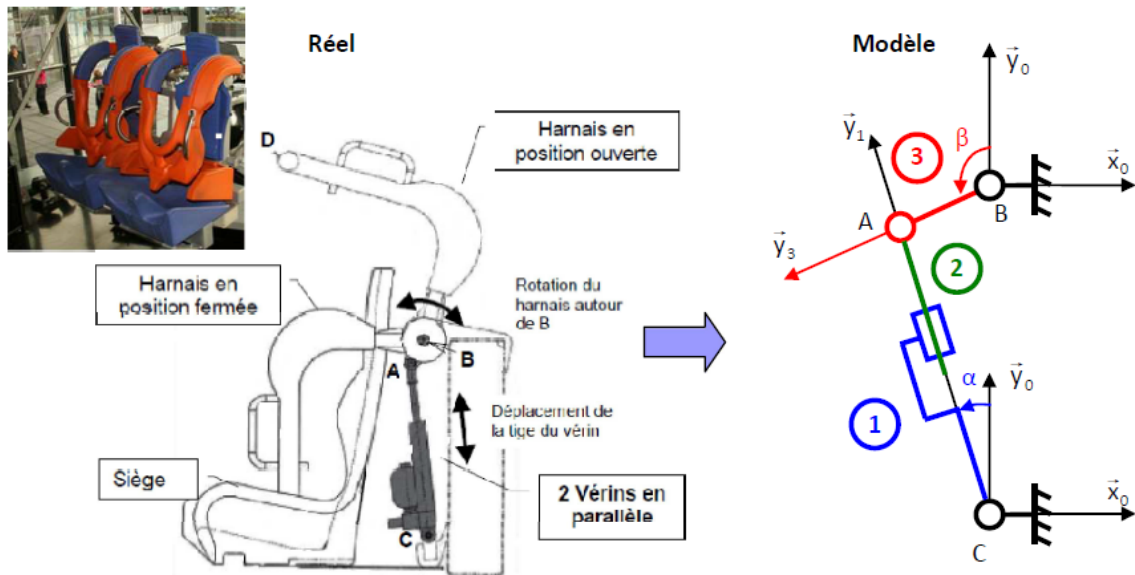
Q.5. Déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{P \in 6/3}$.

Q.6. En considérant que $\theta_4 = \dot{\theta}_4 = 0$, déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{P \in 6/1}$.

Q.7. Pour $\theta_i = \dot{\theta}_i = 0$ avec $i = 2$ à 6, déterminer le vecteur vitesse $\vec{V}_{P \in 6/0}$.

Q.8. Pour $\theta_i = \dot{\theta}_i = 0$ avec $i = 2$ à 6, déterminer $\|\vec{V}_{P \in 6/0}\|$. On donne $\dot{\theta}_1 = 1 \text{ rad/s}$, conclure quand au respect du cahier des charges pour cette configuration de fonctionnement.

On s'intéresse maintenant au dispositif de sécurité équipant les sièges du Robotcoaster. Chaque passager du robot est maintenu en position dans son siège à l'aide d'un harnais dont on donne une description structurale ainsi qu'une modélisation cinématique.



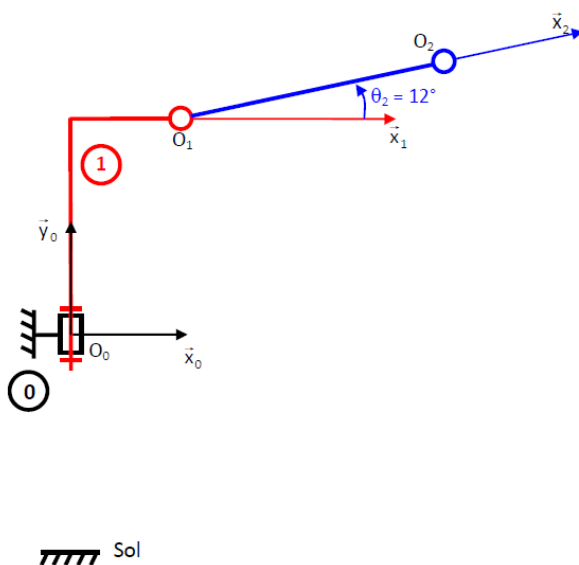
Données : $\vec{CA} = \lambda(t) \cdot \vec{y}_1$; $\vec{CB} = H \cdot \vec{y}_0$; $\vec{BA} = L \cdot \vec{y}_3$; $\alpha = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$; $\beta = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$; $H = 0,8 \text{ m}$; $L = 0,2 \text{ m}$.

Q.9. Ecrire l'équation vectorielle correspondant à la fermeture géométrique (ABC) puis donner les 2 équations scalaires correspondant à la projection dans le repère 0 de l'équation vectorielle.

Q.10. Déterminer la loi entrée sortie du système de la forme $\lambda(t) = f(\beta)$.

Q.11. Déterminer la longueur initiale du vérin lorsque le harnais est en position fermée ($\beta_i = -150^\circ$). Déterminer la longueur finale du vérin lorsque celui-ci est en position harnais ouvert ($\beta_f = -40^\circ$). En déduire l'amplitude de déplacement du vérin $\Delta\lambda$. Conclure quant au cahier des charges.

Document réponse 1

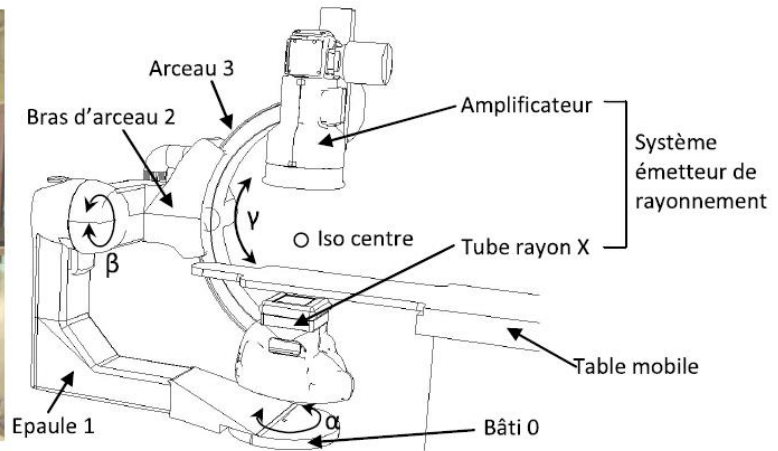


PROBLÈME 2 : IMAGERIE MÉDICALE

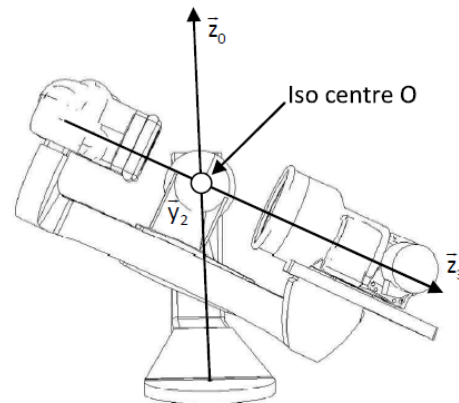
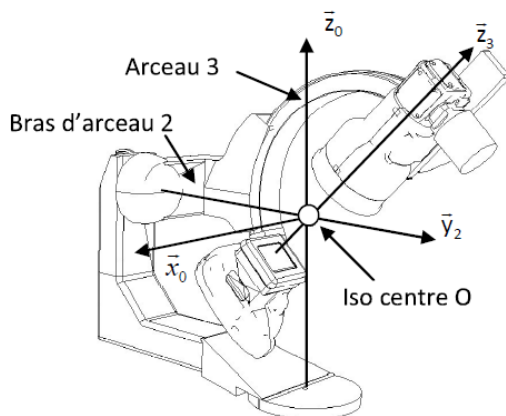
L'étude porte sur un système permettant de réaliser des imageries médicales de vaisseaux sanguins sur un patient. Ce système, conçu par General Electric Medical System, envoie des rayons X dans le corps du patient et mesure leur rayonnement. En fonction des informations reçues, une image de synthèse en 3 dimensions est réalisée, permettant de voir les éventuels problèmes médicaux à venir.



Exemple d'image de synthèse de vaisseaux sanguins en 3 dimensions (avec ici un anévrisme)



Ce système est constitué des éléments suivants : le bâti 0, une épaule 1 qui peut être mis en mouvement par rapport au bâti 0, un bras d'arceau 2 qui peut s'orienter par rapport à l'épaule 1 et un arceau 3 qui se déplace par rapport à bras d'arceau 2. Le patient est situé sur une table mobile. Le réglage en hauteur du patient sur la table mobile est possible pour son confort mais n'est pas utilisé au cours d'une analyse. Seuls les degrés de liberté α , β et γ sont utilisés pendant l'analyse. L'émetteur de rayons, situé sur l'arceau, focalise la vision interne du patient en un point appelé iso centre.



Sur l'image de gauche, l'arceau 3 s'oriente par rapport au bras d'arceau 2 et sur l'image de droite le bras d'arceau 2 se déplace par rapport à l'épaule 1.

On donne ci-dessous un extrait de cahier des charges fonctionnel du système de positionnement dans la phase de vie correspondant à une mesure d'imagerie :

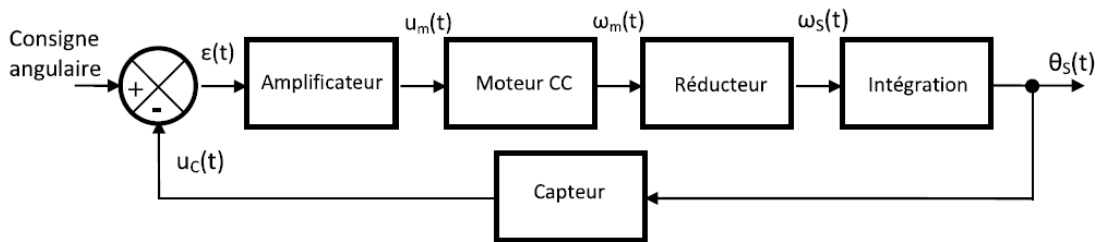
Exigences	Critère	Niveau
1.1	... Vitesse angulaire par axe élémentaire Stabilité (Marge de phase $M\phi$) $10^\circ/s \pm 10\%$ $M\phi > 45^\circ$...

Q.1. Déterminer le nombre de mouvements élémentaires utilisés (translation ou rotation) pour orienter le faisceau de rayon.

Conformément au cahier des charges, chaque axe élémentaire, piloté séparément, doit avoir une vitesse angulaire de $10^\circ/s$ en phase de mesure. Technologiquement, la chaîne d'action de chaque axe élémentaire est constituée d'un réducteur entre le moteur et l'effecteur. Ce réducteur diminue la vitesse angulaire d'un facteur 558.

Q.2. Déterminer la vitesse angulaire de chaque moteur (en tr/min) qui permet de satisfaire le critère de vitesse angulaire du cahier des charges.

On s'intéresse à l'axe permettant de déplacer le bras d'arceau 2 par rapport à l'épaule 1. La structure de la chaîne fonctionnelle asservie de cet axe est la suivante :



Les différents éléments de cette chaîne fonctionnelle sont les suivants :

- L'amplificateur est un gain pur : K_a .
- Le réducteur est un gain pur K_r (sans dimension).
- Le capteur est un gain pur : K_c .
- Le moteur est un système d'ordre 1, de constante de temps T_m et de gain K_m . On note la fonction de transfert du moteur $H_m(p)$.

Q.3. Déterminer la valeur numérique du bloc du réducteur K_r .

Q.4. Déterminer la fonction de transfert en chaîne directe FTCD(p), la fonction de transfert en boucle ouverte FTBO(p) et la fonction de transfert en boucle fermée FTBF(p) de cet asservissement. Exprimer les résultats en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

Q.5. Montrer que la fonction de transfert en boucle fermée de ce système peut s'écrire sous la forme d'un deuxième ordre $\frac{K}{(1 + \frac{2z}{\omega_0}p + \frac{1}{\omega_0^2}p^2)}$. Donner l'expression littérale de K , z et ω_0 en fonction de K_a , K_m , K_r , K_c et T_m .

Q.6. Déterminer la réponse du moteur $\omega_m(t)$ à une entrée en échelon de tension $u_m(t)$ de la forme $u_m(t) = U_0.u(t)$ (U_0 valant 10 V). Exprimer le résultat en fonction de U_0 , K_m et T_m .

Q.7. La réponse du système à cette entrée en échelon de tension $u_m(t) = 10.u(t)$ a été mesurée en sortie du réducteur. On donne document réponse 1 la courbe obtenue. Déterminer les valeurs numériques expérimentales de K_m et T_m . Réaliser les tracés utiles sur le document réponse 1.

Avec les valeurs numériques des coefficients des différents gains, on peut déterminer la valeur numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte : $FTBO(p) = \frac{10}{p \cdot \left(1 + \frac{1}{30} \cdot p\right)}$.

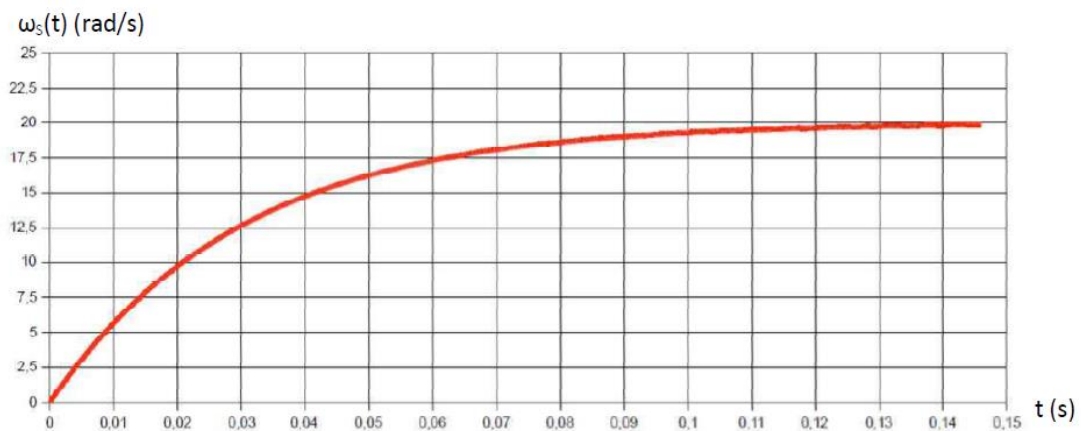
Q.8. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques de la fonction de transfert en boucle ouverte sur le document réponse 2 en bleu.

Q.9. Calculer le gain et la phase exacte pour $\omega = 30$ rad/s.

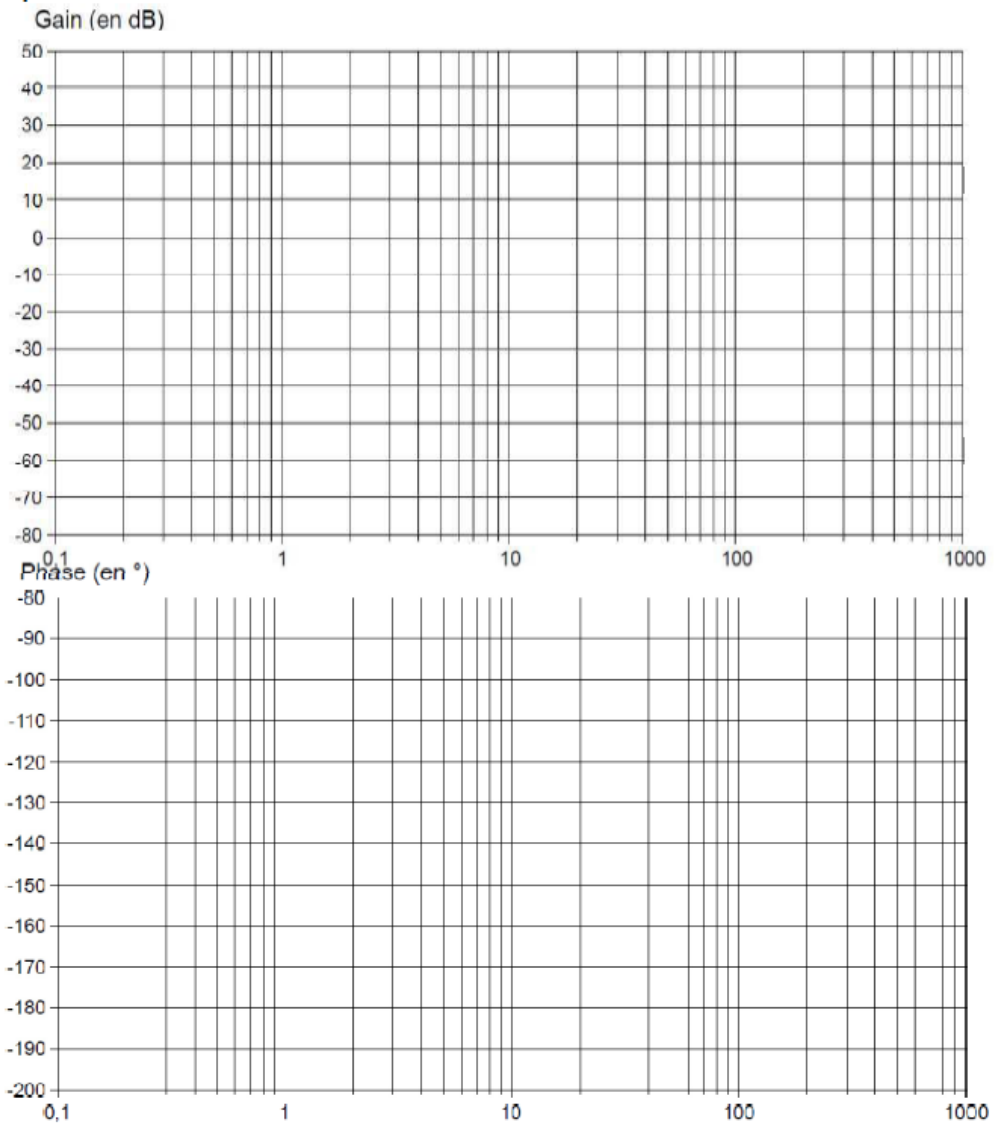
Q.10. On donne document réponse 3 les tracés réels des courbes de gain et de phase de la FTBO. Déterminer la pulsation qui annule le gain puis déterminer la marge de phase du système M_φ . Conclure quant à la capacité du système à satisfaire le critère de marge de phase du cahier des charges.

La marge de phase M_φ est définie par la relation : $M_\varphi = 180^\circ + \varphi(\omega_{0dB})$
 C'est donc : 180° plus la phase de la pulsation de coupure, donc la phase pour laquelle le gain est égal à 0dB.

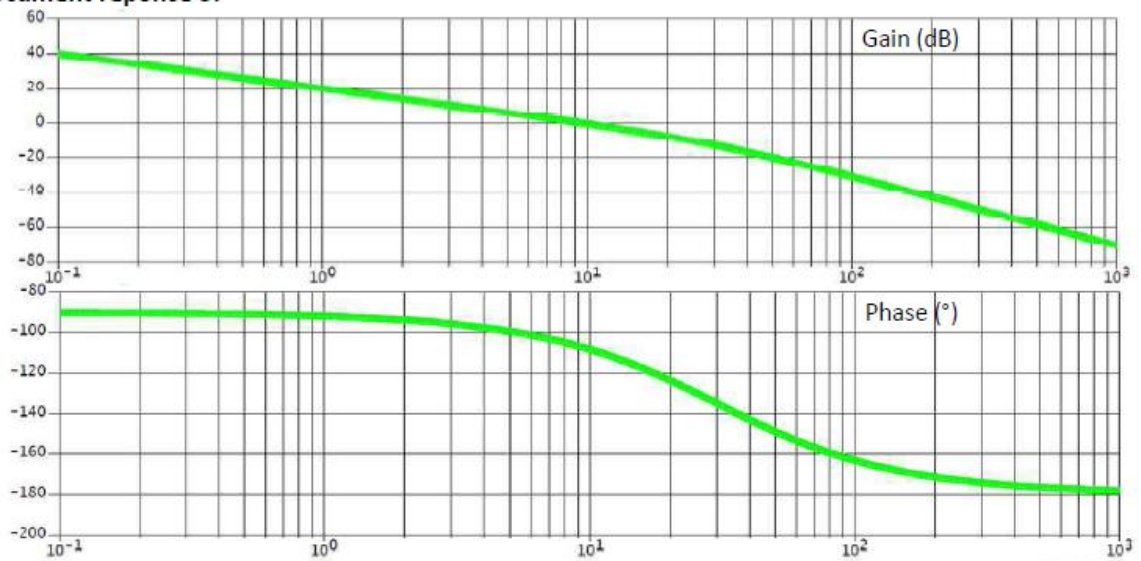
Document réponse 1 :



Document réponse 2 :

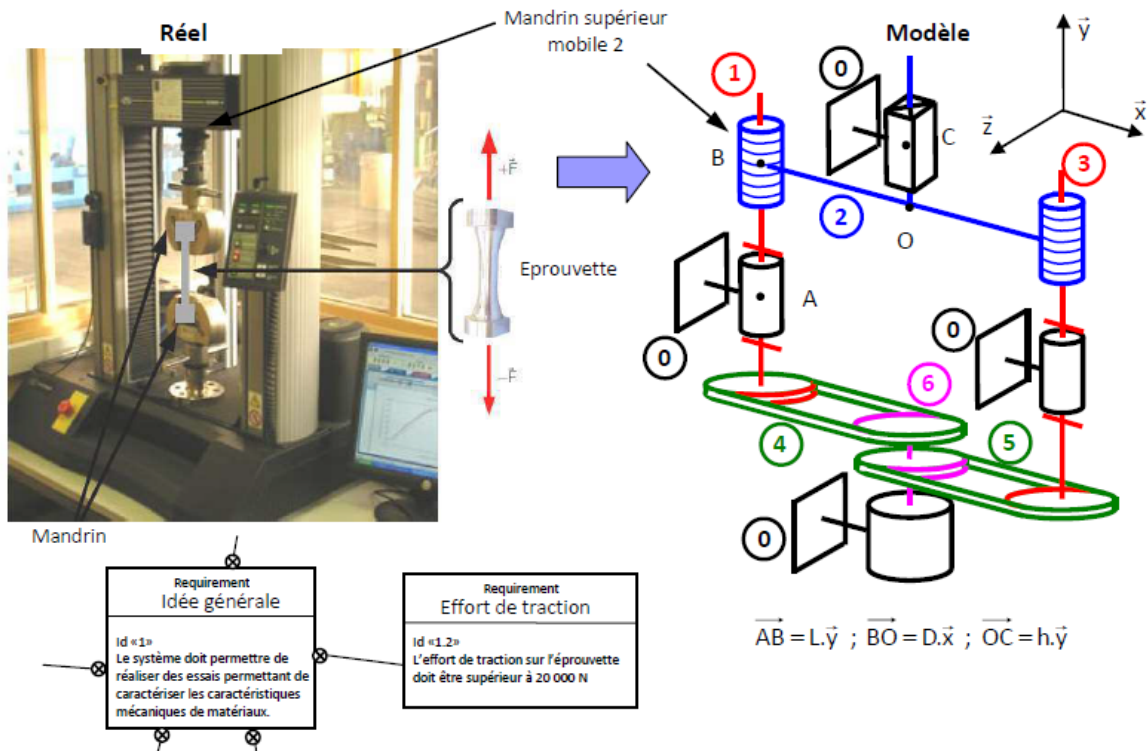


Document réponse 3.



PROBLÈME 3 : MACHINE DE TRACTION D'APRÈS MINES 2003

On s'intéresse à une machine de traction qui a pour objectif de déformer en traction une éprouvette afin de connaître le comportement du matériau qui la constitue. L'éprouvette est serrée entre deux mandrins et le déplacement d'un des deux mandrins lors de la phase d'essais permet de tirer sur l'éprouvette afin de la déformer. L'objectif est de vérifier si la machine de traction permet d'atteindre le niveau du critère de force de traction du cahier des charges.



Le rotor du moteur 6 entraîne en mouvement de rotation les deux vis 1 et 3 par l'intermédiaire des deux courroies 4 et 5. La rotation continue des vis 1 et 3 est ensuite transformée en un mouvement de translation verticale du mandrin supérieur 2.

Données et hypothèses : Toutes les liaisons sont supposées parfaites. La pesanteur est négligée.

L'éprouvette exerce sur la pièce 2 une action mécanique modélisée par le glisseur : $\{F_{\text{épreuve} \rightarrow 2}\} = \begin{Bmatrix} -F \cdot \vec{y} \\ \vec{0} \end{Bmatrix}$

La courroie 4 exerce sur 1, grâce à l'action du moteur, une action mécanique modélisée par le torseur :

$$\{F_{4 \rightarrow 1}\} = \begin{Bmatrix} \vec{0} \\ M_{41} \cdot \vec{y} \end{Bmatrix}_A$$

Q.1. Établir le graphe des liaisons de ce mécanisme (uniquement les pièces 0, 1 et 2). Ajouter sur le graphe des liaisons les actions mécaniques extérieures au système.

Caractériser le problème (plan, symétrique, pièces soumises à deux glisseurs...).

On adopte la notation suivante pour l'action mécanique de i sur j en un point quelconque P :

$$\{F_{i \rightarrow j}\} = \begin{Bmatrix} X_{ij} \cdot \vec{x} + Y_{ij} \cdot \vec{y} + Z_{ij} \cdot \vec{z} \\ L_{ij} \cdot \vec{x} + M_{ij} \cdot \vec{y} + N_{ij} \cdot \vec{z} \end{Bmatrix}_P$$

Q.2. Pour les liaisons entre 1/0 et 2/0, proposer un torseur modélisant les actions mécaniques qui peuvent y être transmises.

Q.3. Proposer un torseur modélisant l'action mécanique transmise dans la liaison hélicoïdale $\{F_{1 \rightarrow 2}\}$ sachant que la vis possède un pas à droite.

Préciser aussi le torseur cinématique de cette liaison hélicoïdale.

Q.4. En appliquant le PFS et en expliquant la démarche employée, déterminer une relation entre F et M_{41} .