BASES

Calcul :

1. Précisez les règles pour réaliser des figures de projection (ou figures géométrales) ; figures indispensables à la résolution de tout problème de mécanique.
2. Quelles sont les utilités de ces figures ?
3. Quel est l'outil mathématique de base du mécanicien ?
4. Donnez sa définition dans le cas d'un vecteur quelconque et dans le cas d'un vecteur unitaire.
5. Qu'est-ce que le V.V.I.R. ou le taux de rotation ?
   À quelle type de liaison mécanique est-il associé ?
6. Présentez plusieurs façons de réaliser le produit vectoriel de deux vecteurs ?

Soit les figures de projection ci-dessous (tirées d'un sujet de concours) :

Figure 1

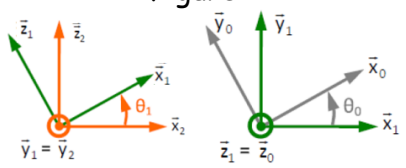
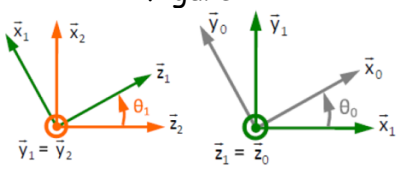


Figure 2



7. Quelle figure est correcte ?
8. Pour la figure correcte, calculez les dérivées par rapport au temps des vecteurs : $\overrightarrow{x_0}, \overrightarrow{y_0}, \overrightarrow{z_0}, \overrightarrow{x_1}, \overrightarrow{y_1}, \overrightarrow{z_1}, \overrightarrow{x_2}, \overrightarrow{y_2}, \overrightarrow{z_2}$.
9. Quelles sont les trois manières de calculer la vitesse d'un point ?

Liaisons :

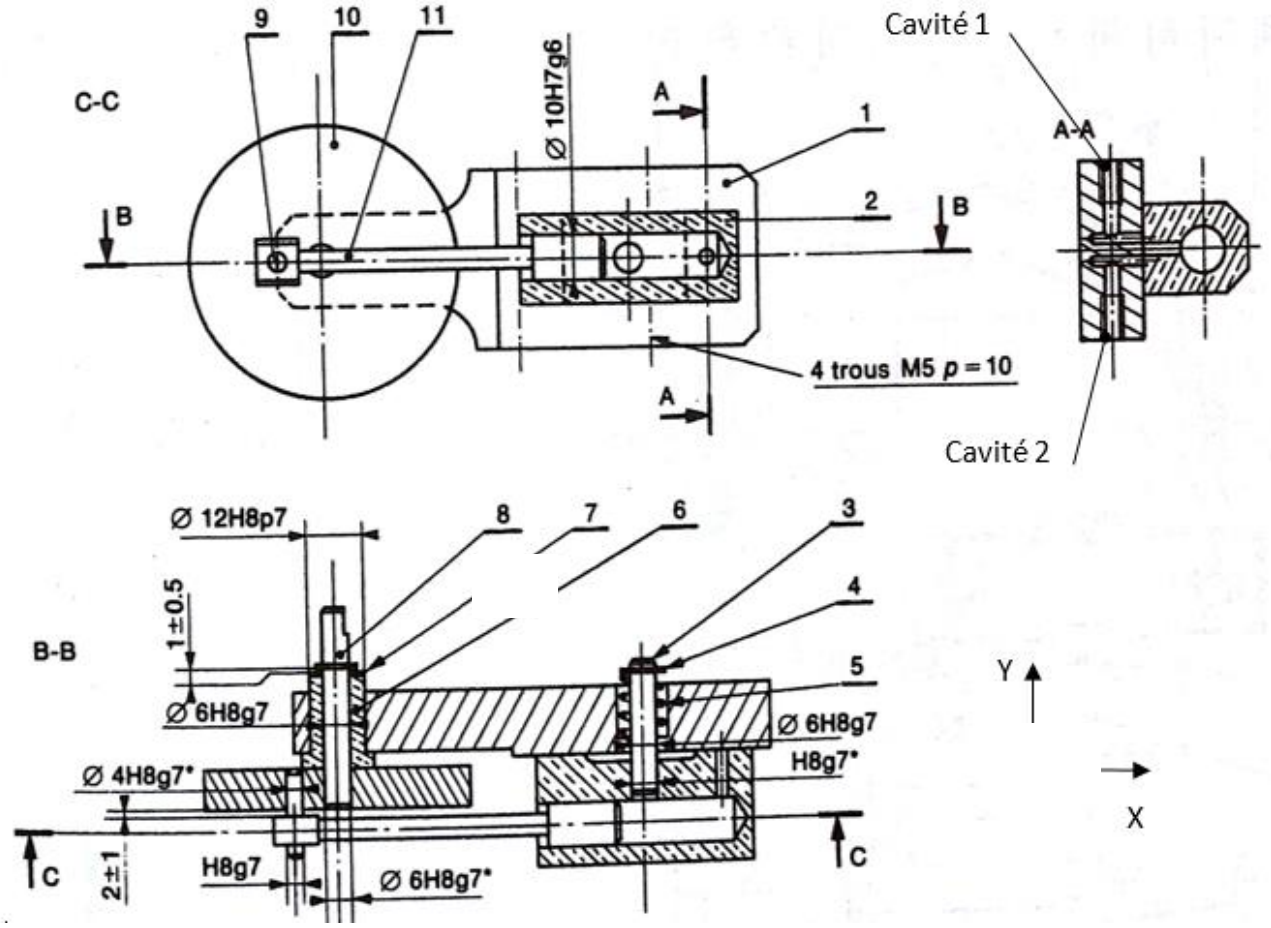
1. Pourquoi dans le torseur cinématique la vitesse linéaire correspond au moment et la vitesse de rotation correspond à la résultante ?
2. Quel autre nom peut-on donner au torseur statique, beaucoup plus explicite sur ce qui le compose et ce à quoi il correspond ?
3. Qu'appelle-t-on dualité des torseurs cinématiques et statique ? Expliquez la pour la liaison linéaire annulaire ?
4. Complétez la fiche des liaisons sans vous aider de la solution.
5. Pour la liaison hélicoïdale, précisez la relation entre V_{x21} et Ω_{x21} dans le cas d'un pas à droite (ou pas « normal »). Qu'est-ce qui change pour un pas à gauche ?
6. Pour la liaison hélicoïdale, précisez la relation entre X_{21} et L_{21} dans le cas d'un pas à droite (ou pas « normal »). Comment faire pour retrouver cette relation à partir de la relation cinématique(5/2).
7. Dans les mécanismes réels la liaison ponctuelle est très peu utilisée. Pourquoi selon vous ? Comment font les ingénieurs quand fonctionnellement ils en ont quand même besoin ?
8. Quelle différence existe-t-il entre le graphe de liaison et le graphe de structure ?
9. Quels sont les intérêts du graphe de liaison et du graphe de structure ?

Schémas et liaisons

Vous disposez du dessin de définition du mécanisme ci-dessous dans lequel les différents solides sont repérés par des numéros. Il s'agit d'un moteur à air comprimé dont le mouvement d'entrée est donné par me mouvement de la pièce 11 appelée Piston-Bielle.

1	Bâti	4	Rondelle	7	Rondelle	10	Volant
2	Cylindre	5	Ressort	8	Axe Volant	11	Piston-Bielle
3	Axe Cylindre	6	Palier	9	Axe Bielle		

L'axe cylindre est solidaire du cylindre grâce à un ajustement serré, comme l'axe volant avec le volant et, l'axe bielle avec le volant.

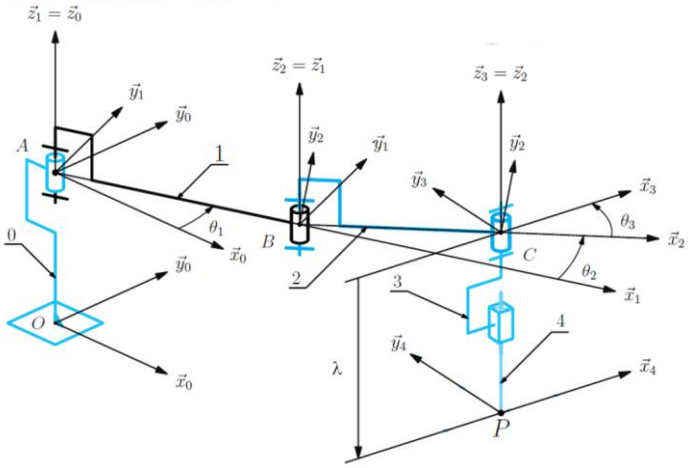


1. Identifiez les classes d'équivalence. Vous pouvez colorier les différentes vues.
2. Quelles sont les liaisons entre les couples de pièces : S10/S1, S2/S1, S11/S2, S11/S9 ? Précisez par rapport au repère du schéma les ddl de chaque couple.
3. Réalisez le graphe des liaisons du mécanisme.
4. Réalisez le schéma cinématique du mécanisme.
5. Dans cette configuration et pour une variation de α positive (α : angle de rotation de S11 par rapport à S1), précisez quelle est la cavité aspirante et quelle est la cavité refoulante.

Robot d'assemblage Scara

L'étude porte sur un robot de type SCARA, utilisé pour la préhension de composants dans une chaîne d'assemblage d'appareils électroniques.

On donne le schéma cinématique ci-dessous.



Paramètres de mouvement :

$\theta_1(t) = (\vec{x}_0, \vec{x}_1)$

$\theta_2(t) = (\vec{x}_1, \vec{x}_2)$

$\theta_3(t) = (\vec{x}_2, \vec{x}_3)$

$\overrightarrow{CP} = \lambda(t)\,\vec{z}_0$, avec le po

Caractéristiques géométriques :

$\overrightarrow{OA} = a\,\vec{z}_0$

$\overrightarrow{AB} = r\,\vec{x}_1$

$\overrightarrow{BC} = r\,\vec{x}_2$

Ce système est constitué de cinq solides :

- le bâti 0, de repère associé $R_0 = (O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, z_0)$;
- le bras 1, de repère associé $R_1 = (A, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ tel que $\vec{z}_1 = \vec{z}_0$;
- l'avant-bras 2, de repère associé $R_2 = (B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ tel que $\vec{z}_2 = \vec{z}_1$;
- le poignet 3, de repère associé $R_3 = (C, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ tel que $\vec{z}_3 = \vec{z}_2$;
- la visseuse 4, de repère associé $R_4 = (C, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4)$ tel que les bases B_4 et B_3 sont identiques.

Extrait du cahier des charges :

Ex1	Le point P doit suivre la trajectoire définie par : $\overrightarrow{OP} = \left[x(t), y(t), z(t)\right]_{B_0}$.
Ex2	Pour des raisons de sécurité, la norme de la vitesse du point P par rapport au bâti 0, ne doit pas dépasser une valeur notée V_{max}.
Ex3	Le point P doit se déplacer à la vitesse V selon $\vec{x}_0$.

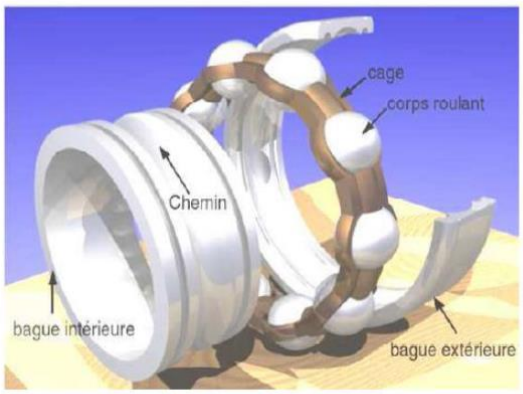
1. Sur le schéma cinématique, repasser chaque solide d'une couleur différente.
2. Réaliser un graphe de liaison. S'il existe, préciser le paramètre de mouvement associé à chaque liaison.
3. Réaliser la(les) figure(s) de changement de base illustrant les paramètres de mouvement angulaire. En déduire les vecteurs vitesses angulaires.
4. Déterminer un vecteur position du point P dans le repère 0, en fonction des paramètres de mouvement et des caractéristiques géométriques du mécanisme.
5. Préciser trois relations mathématiques qui traduisent l'exigence Ex1 du cahier des charges.
6. Déterminer $\vec{V}_{P\in 4/0}$.
7. Préciser une relation mathématique qui traduit l'exigence Ex2 du cahier des charges. En déduire une relation sur les paramètres de mouvement et leurs dérivées temporelles.
8. Préciser trois relations mathématiques qui traduisent l'exigence Ex3 du cahier des charges. En déduire les relations sur les paramètres de mouvement et leurs dérivées temporelles (NB : La résolution du système ne sera pas effectuée pour déterminer les 3 lois de commande en vitesse).

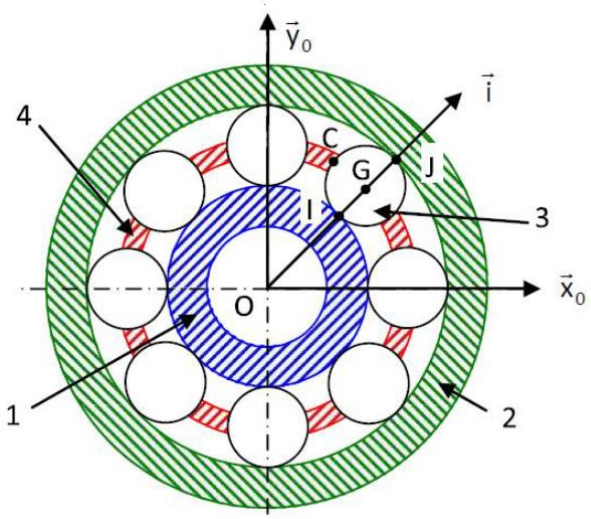
Roulement à billes

Un roulement mécanique est un élément technologique permettant le positionnement, la transmission des efforts et la rotation entre deux pièces par roulement. Ce composant mécanique interposé entre les deux pièces optimise le frottement et la précision de la liaison. Un roulement à billes se présente sous la forme de deux bagues coaxiales entre lesquelles sont placées des billes maintenues espacées par une cage. La fonction de la cage est donc de maintenir deux billes consécutives à distance égale l'une de l'autre lors du fonctionnement du roulement mais elle entraine aussi des effets nuisibles car il existe un phénomène de glissement entre la cage et les billes. L'objectif est d'étudier ce phénomène de glissement.

On désigne par :

- $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ le repère associé au bâti 0.
- $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1 = \vec{z}_0)$ le repère associé à la bague intérieure 1 en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti 0 tel que $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$.
- $R_2(O, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2 = \vec{z}_0)$ le repère associé à la bague extérieure 2 en liaison pivot d'axe $(O, \vec{z}_0)$ avec le bâti 0 tel que $\theta_2 = (\vec{x}_0, \vec{x}_2) = (\vec{y}_0, \vec{y}_2)$.
- $R_3(G, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3 = \vec{z}_0)$ le repère associé à la bille 3 qui roule sans glisser sur 1 en I et sur 2 en J et dont on peut considérer qu'elle est en liaison pivot d'axe $(G, \vec{z}_0)$ avec la cage 4 tel que $\theta_3 = (\vec{x}_0, \vec{x}_3) = (\vec{y}_0, \vec{y}_3)$.
- $R_4(O, \vec{x}_4, \vec{y}_4, \vec{z}_4 = \vec{z}_0)$ le repère associé à la cage 4 en mouvement de rotation autour de $(O, \vec{z}_0)$ tel que $\theta_4 = (\vec{x}_0, \vec{x}_4) = (\vec{y}_0, \vec{y}_4)$.





Pour faciliter les calculs on définit le repère $R(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{z}_0)$ tel que, à tout instant, le vecteur $\vec{i}$ possède la même direction et le même sens que le vecteur $\overrightarrow{OG}$. Ce repère n'est lié à aucun solide en particulier et ne sert qu'à exprimer simplement les différents termes cinématiques évoqué dans l'énoncé. On pose :

$\omega_k = \dot{\theta}_k$ (k = 1,2,3,4) $\qquad \overrightarrow{OI} = r_1.\vec{i} \qquad \overrightarrow{OJ} = r_2.\vec{i}$

Réalisez les figures de projection.

Q.1. Déterminer le torseur cinématique $\{C_{1/0}\}$ au point O puis au point I. Déterminer le torseur cinématique $\{C_{2/0}\}$ au point O puis au point J.

Q.2. Exprimer les conditions de roulement sans glissement en I et en J. Etablir les expressions des vecteurs $\overrightarrow{V_{I\in 3/0}}$ et $\overrightarrow{V_{J\in 3/0}}$.

Q.3. En déduire l'expression de ω_3 en fonction de r_1, r_2 ω_1 et ω_2.

Q.4. Déterminer $\overrightarrow{V_{G\in 3/0}}$ en fonction de r_1, r_2 ω_1 et ω_2.

Q.5. Déterminer l'expression de la vitesse de glissement de la bille 3 par rapport à la cage 4 au point C en fonction de r_1, r_2 ω_1 et ω_2.

$$\omega_3 = \frac{r_2\omega_2 - r_1\omega_1}{r_2 - r_1} \; et \; \overrightarrow{V_{(G\in 3/0)}} = \frac{1}{2}(r_2\omega_2 + r_1\omega_1)\vec{j} \; et \; \omega_4 = \frac{r_2\omega_2 + r_1\omega_1}{r_2 + r_1} \; et \; \overrightarrow{V_{(G\in 3/0)}} = -\frac{r_1.r_2(\omega_2 - \omega_1)}{r_2 + r_1}\vec{i}$$