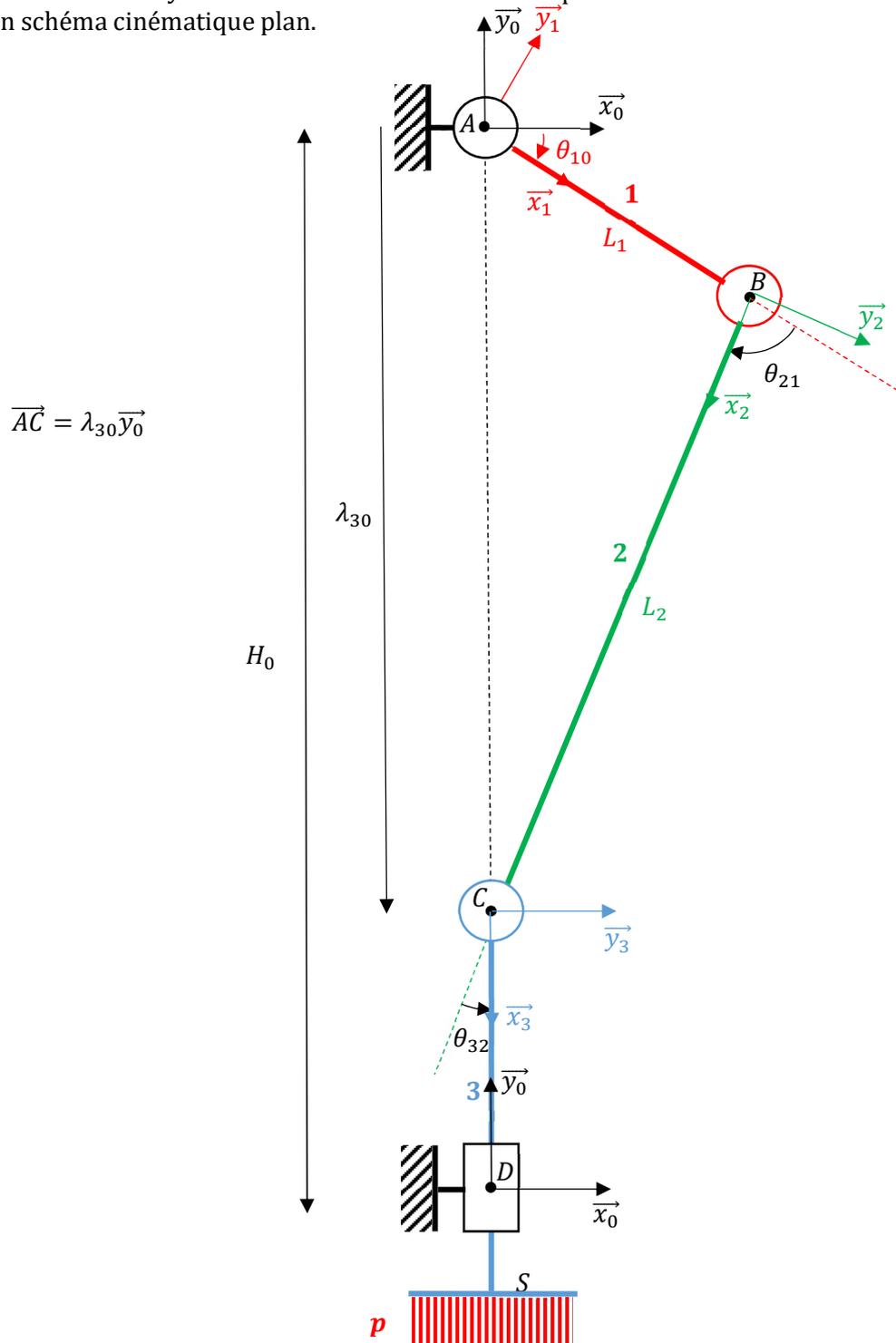


Chaîne fermée – Système Bielle-Manivelle

On étudie le système Bielle-Manivelle modélisé précédemment dans l'année. On rappelle ci-dessous son schéma cinématique plan.



Actions extérieures

On suppose connue la pression p appliquée dans la chambre du cylindre issue de l'explosion du combustible. On supposera cette pression uniforme s'appliquant sur la surface plane S du piston dans la direction \vec{y}_0 . Elle induit une action mécanique de résultante $\vec{F} = F\vec{y}_0$ sur le piston 3. Le moteur a pour rôle de transformer l'effort presseur de norme F en un couple moteur sortant $\vec{C}_m = C_m\vec{z}_0$.

On note $\vec{C} = C\vec{z} = -C_m\vec{z}_0$ le couple exercé par le récepteur sur la pièce 1 (principe d'action / réaction). On traitera ce mécanisme en plan.

- Q.1.** Réaliser le graphe de structure.
- Q.2.** Déterminer le torseur $\{T_{p \rightarrow 3}\}$ de l'action de la pression sur le piston au point C en fonction de F .
- Q.3.** Déterminer le torseur $\{T_{C \rightarrow 1}\}$ du couple C sur la pièce 1.

PFS complet

On négligera l'effet de la gravité sur les différentes pièces du mécanisme. Tous les torseurs seront exprimés dans la base \mathfrak{B}_0 . On suppose que toutes les liaisons sont parfaites. On impose les notations :

$$\{T_{j \rightarrow i}\} = \left\{ \begin{array}{cc} X_{ji} & 0 \\ Y_{ji} & 0 \\ 0 & N_{ji} \end{array} \right\}_{\mathfrak{B}_0}^p$$

- Q.4.** Proposer les torseurs statiques plans de chaque liaison du mécanisme étudié.
- Q.5.** Appliquer le PFS au solide 1 en B dans la base \mathfrak{B}_0 et en déduire un système de 3 équations.
- Q.6.** Appliquer le PFS au solide 2 en B dans la base \mathfrak{B}_0 et en déduire un système de 3 équations.
- Q.7.** Justifier le fait que $\vec{R}_{21} = R_{21}\vec{x}_2 = \vec{R}_{32} = R_{32}\vec{x}_2$.
- Q.8.** Appliquer le PFS au solide 3 en C dans la base \mathfrak{B}_0 et en déduire un système de 3 équations.
- Q.9.** Justifier le fait que $Y_{32} = F$.
- Q.10.** Résoudre le système afin d'exprimer toutes les inconnues de liaison en fonction de l'effort F ainsi que la relation liant C et F .
- Q.11.** Vérifier l'exactitude de la relation entre C et F obtenu pour deux positions particulières $\theta_{10} = 0$ et $\theta_{10} = -\frac{\pi}{2}$.
- Q.12.** Donner l'expression des torseurs de chaque liaison en fonction de F
- Q.13.** Déterminer le moment dans la liaison glissière en D .

Console portante de bateau (statique)

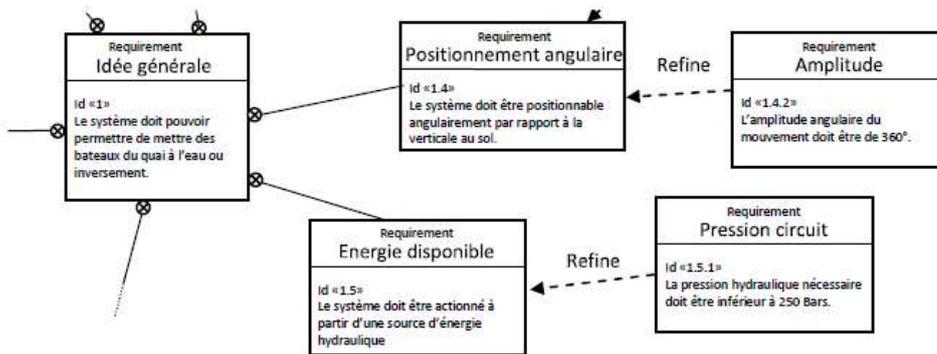
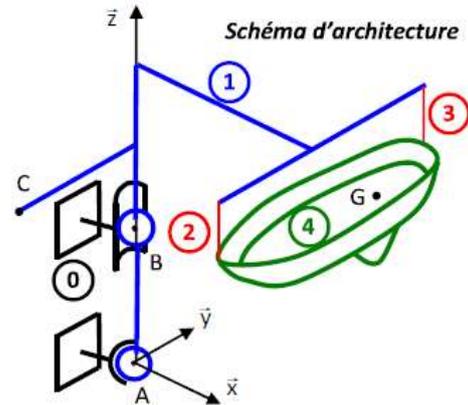
On s'intéresse à un système de console portante de bateau destinée à mettre les bateaux à l'eau ou à les en retirer à partir d'un quai dans les ports de plaisance. On donne ci-dessous la modélisation sous forme de schéma d'architecture ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.



La console 1 est en liaison avec le quai 0 par l'intermédiaire d'une liaison rotule de centre A et d'une liaison linéaire annulaire en B(0,0,z_B) d'axe (B, z̄). Cette solution permet de faire pivoter la console autour de l'axe (B, z̄) à l'aide d'un vérin linéaire dont la tige est rattachée au point C(0,-y_C,z_C). Le vérin fonctionne uniquement lors de la mise à l'eau du bateau.

Le bateau 4 de centre de gravité G(x_G,y_G,z_G) et de masse m est suspendu à la console par deux câbles 2 et 3.

La masse de la console et des câbles sont négligés par rapport à celle du bateau.



Données : z_B = 4 m, y_C = 4 m, z_C = 6 m, x_G = 6 m, y_G = 2 m, z_G = 6 m, F_{vent→4} = 15000N, Surface piston S = 2500.π mm². masse bateau : 841 kg.

Les torseurs des actions mécaniques seront de la forme :

$$\{F_{Rotij}\} = \begin{matrix} \begin{matrix} X_{Rotij} & L_{Rotij} \\ Y_{Rotij} & M_{Rotij} \\ Z_{Rotij} & N_{Rotij} \end{matrix} \\ \begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \end{matrix} \end{matrix} \begin{matrix} \square \\ \square \\ \square \end{matrix} \text{ pour par exemple une liaison rotule entre le solide } i \text{ et le solide } j \text{ exprimé en } O. \end{matrix}$$

Dans cette première partie la force du vent n'est pas prise en compte.

Q.1. Précisez le type de la liaison en A et les degrés de liberté en précisant leur nature. Faites de même pour la liaison en B.

Q.2. Précisez la nature du mouvement de la console 1 par rapport au bâti 0. Donnez la forme du torseur cinématique global de S1/S0.



- Q.3.** Donnez la forme du torseur des actions mécaniques transmissibles de la liaison en A et de la liaison en B.
- Q.4.** Faites le graphe de structure correspondant.
- Q.5.** On souhaite connaître les actions mécaniques dans la liaison linéaire annulaire et la liaison rotule.
- Q.6.** Expliquez la démarche de résolution et les éventuelles simplifications et hypothèses. Mettez-la en place. Faites les applications numériques.

On prend en compte à présent l'action du vent sur le bateau qui est modélisée par une force au point G $\vec{F}_{Vent \rightarrow 4} = -F_{Vent \rightarrow 4} \cdot \vec{X}$.

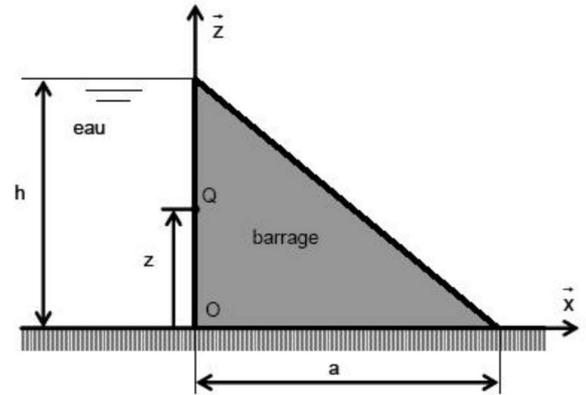
Pour éviter au portique de tourner le vérin exerce un effort au point C : $F_{Vérin \rightarrow 1}$.

- Q.7.** Appliquez le PFS et donnez l'expression de $F_{Vérin \rightarrow 1}$.

Faites l'application numérique et concluez vis-à-vis du cahier des charges.

Barrage poids (local vers global simple)

Un barrage poids en béton, de section droite triangulaire, repose sur le sol et réalise une retenue d'eau de hauteur h . Ce barrage est soumis à l'action de l'eau (pression hydrostatique), à l'action de la pression atmosphérique, à la réaction du sol et à la pesanteur.



Afin de dimensionner un barrage, on souhaite déterminer le torseur d'actions mécaniques dues à la pression hydrostatique de l'eau sur le barrage. Le barrage est assimilé à un bloc de béton homogène prismatique de section trapézoïdale. La retenue est du côté de la paroi verticale du barrage et exerce une action mécanique sous la forme d'une répartition surfacique normale donnée par la relation de l'hydrostatique (\vec{z} étant la verticale ascendante). La pression de l'eau est donnée par la relation suivante :

$$p(z) = \rho_e g (h - z)$$

- Q est un point de la surface de contact eau/barrage, au niveau z,
- dS la surface élémentaire en Q
- La surface du barrage en contact avec l'eau est donc considérée comme un rectangle de hauteur h et largeur L
- ρ_e est la masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1 \text{ kg} \cdot \text{dm}^3$
- l'eau exerce sur la paroi verticale du barrage une action mécanique élémentaire au point Q noté $d\vec{f}(Q)$

On suppose que O est situé au milieu du barrage suivant sa longueur L .

Q.1. Exprimer $d\vec{f}(Q)$

Q.2. Calculer en O, le torseur des actions mécaniques de contact exercées par l'eau sur toute la surface du barrage.

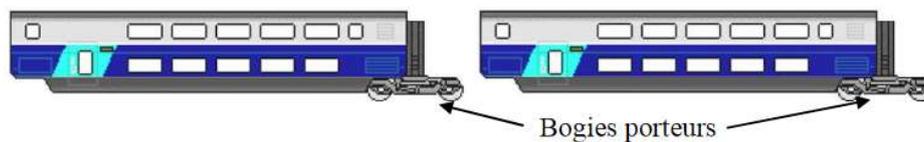
Q.3. En déduire la position du centre de poussée P, tel que : $\overrightarrow{M_{P,eau \rightarrow \text{barrage}}} = \vec{0}$

Système de freinage d'un TGV DUPLEX (local vers global)

Pour satisfaire la croissance de la demande de ses usagers, la SNCF a besoin d'augmenter le nombre des passagers transportés sur les lignes TGV existantes. Pour y répondre, les constructeurs ont réalisé des voitures à deux étages, les TGV duplex, qui permettent d'accueillir plus de passagers par rame. Parallèlement, ils souhaitent en augmenter la vitesse et la fréquence d'utilisation. Mais ces solutions sont limitées par la distance d'arrêt car il ne faut pas percuter la rame précédente, brutalement immobilisée. Cette évidente condition de sécurité place les dispositifs de freinage au cœur des travaux d'innovation des ingénieurs.



La rame de TGV est composée de deux motrices et de huit voitures. La liaison avec les rails est assurée par 13 bogies. Quatre d'entre eux, implantés sous les motrices, sont moteurs, les neuf autres, qualifiés de porteurs, sont positionnés entre deux voitures.



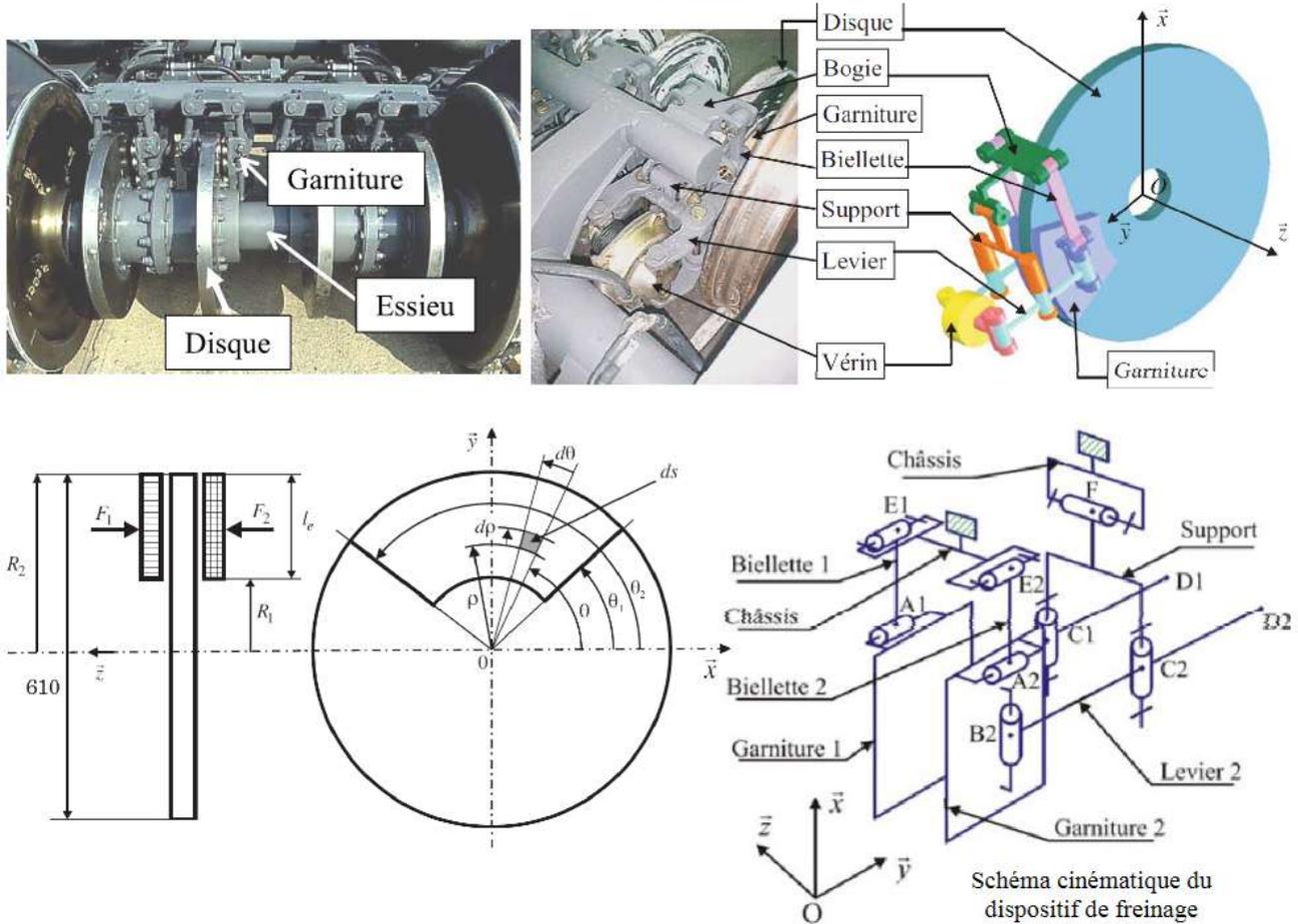
Un bogie porteur, dont une photo est donnée ci-contre, est un chariot à deux essieux et quatre roues. Il supporte en sa partie supérieure l'une des extrémités de la voiture et permet de suivre les courbes de la voie. Chacune des roues est équipée d'un système de freinage à disques et contribue à l'arrêt de la voiture. L'objet de cette étude est l'analyse du système de freinage équipant un bogie porteur dont on donne une modélisation ainsi qu'un extrait de cahier des charges fonctionnel.



La masse de la rame, estimée à 424 tonnes, est supposée également répartie sur chacune des roues. Cette hypothèse permet de limiter l'étude à une roue avec ses deux disques et les composants associés.

Les 4 disques de frein qui équipent chaque essieu du TGV duplex sont conçus sous forme de galettes de 45 mm d'épaisseur en acier allié. Leur diamètre extérieur est de 640 mm. Au cours du freinage, chaque surface du disque reçoit un flux de chaleur égal, uniformément réparti entre les diamètres 310 mm et 610 mm. Chaque disque est en contact avec deux garnitures modélisées chacune par un secteur, de longueur radiale $l_e = 150 \text{ mm}$ et d'angle $\alpha = \theta_2 - \theta_1$.

Le facteur de frottement de la garniture sur le disque est noté f et la pression de contact entre la garniture et le disque p . Pour que l'usure de la garniture soit régulière sur la surface de contact, il faut que pour chaque élément de surface le produit $p \cdot \rho$ reste constant où ρ est la distance radiale de l'élément ds.



Exigence	Critère	Valeur
Le système doit actionner le système de freinage	Force maximale produite par le vérin au point D_1 et D_2 pour chaque disque	$F_v = 29 \text{ kN}$ maxi

- Q.1.** Donner l'expression du couple de freinage C_f sur chaque disque en fonction de : f , p , ρ , α , R_1 et R_2 .
- Q.2.** En déduire l'expression de la force F qui devra être appliquée sur la garniture pour obtenir C_f en fonction de p , ρ , α , R_1 et R_2 .
- Q.3.** Calculer la valeur de F_1 et F_2 que doit produire chaque garniture sur le disque de frein ($p \cdot \rho = 1,163 \cdot 10^5 \text{ N.m}^{-1}$, $\alpha = 50^\circ$).
- Q.4.** L'action de contact en B_2 de la garniture 2 sur le levier 2 est égale à $-F_2$. Calculer la force que doit fournir le vérin et vérifier si la prestation du cahier des charges est respectée. On donne $\|\vec{B_2C_2}\| = \|\vec{C_2D_2}\| = c$ avec $c = 120 \text{ mm}$.
- Q.5.** Sans effectuer de longs calculs, indiquer quelle est l'utilité des biellettes 1 et 2.
- Q.6.** Il existe sur le TGV d'autres dispositifs de freinage. Indiquer au moins deux autres principes de dissipation de l'énergie pouvant être utilisés, en précisant le principe physique utilisé.

WHING : WHeelchair Initiative New Generation

Le projet WHING (WHeelchair Initiative New Generation) a pour objet de proposer aux utilisateurs un fauteuil verticalisateur à déplacement motorisé de nouvelle génération.

Pour répondre aux exigences du cahier des charges, le produit proposé comporte de nombreuses innovations, notamment une base roulante à six roues indépendantes ;

Les roues centrales motrices autorisent un faible rayon de giration, la base roulante forte de ses 6 roues indépendantes et amorties assure la stabilité et la motricité du fauteuil quel que soit le profil du terrain rencontré.

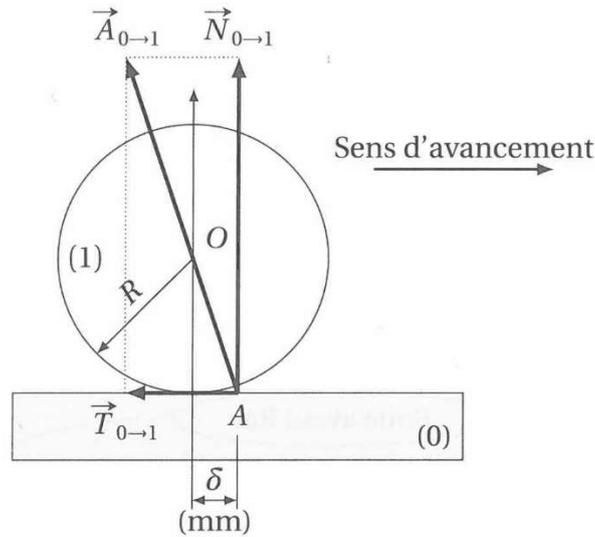


Objectif : vérifier que les groupes motoréducteurs des roues motrices permettent au WHING de gravir une pente de 15° nécessaires pour monter dans un véhicule de transport.

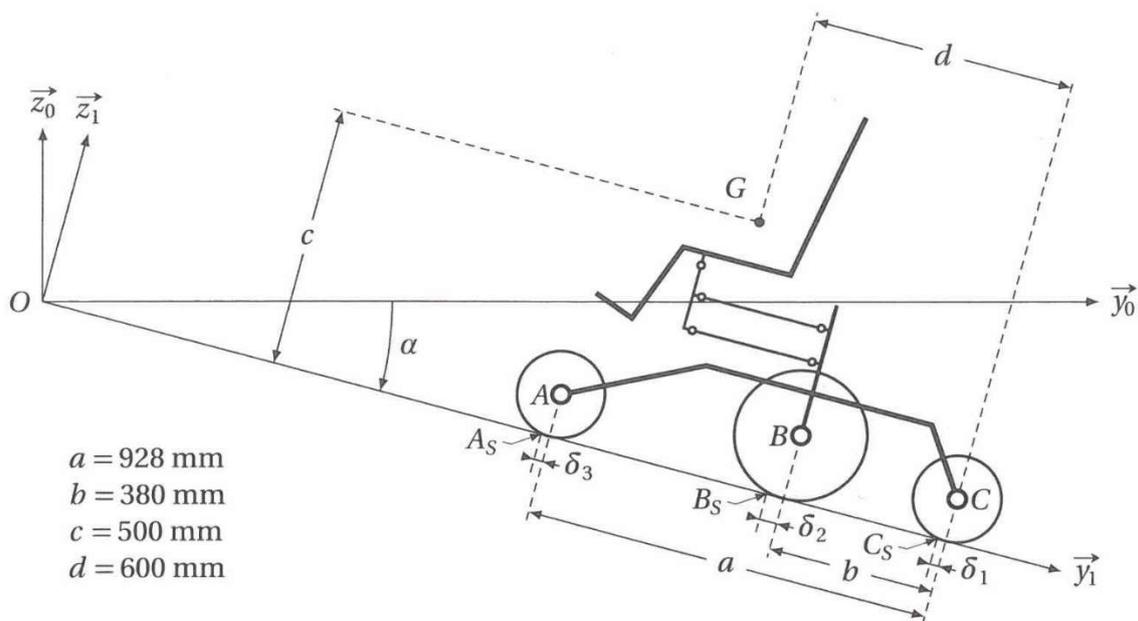
Les hypothèses d'étude sont :

- Le référentiel $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ lié au sol est supposé galiléen ;
- Le WHING se déplace en ligne droite dans une phase de montée. Le référentiel $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est lié au WHING avec $\vec{x}_0 = \vec{x}_1$;
- Les effets dynamiques sont négligés ;
- Les actions mécaniques se répartissent de façon symétrique par rapport au plan médian, si bien que le problème est considéré comme un problème plan tant du point de vue cinématique que des actions mécaniques ;
- L'action mécanique de la pesanteur est modélisée par un glisseur $\vec{P} = -mg \vec{z}_0$ appliqué en G, centre de gravité de l'ensemble WHING et personne à mobilité réduite ;
- L'hypothèse de modélisation plane conduit à prendre en considération une action de la pesanteur égale à $\frac{P}{2}$, un unique moteur de couple C_m et des actions mécaniques de contact avec le sol réduites à une action à l'avant, une action à l'arrière et une pour le bloc roues motrices ;
- Le moteur entraîne un réducteur dont le couple en sortie $C_{red} \vec{x}_0$ s'applique sur la roue centrale ;
- Le contact des roues avec le sol se fait avec frottement, on note f le facteur de frottement de valeur 0,45. La résistance au roulement modélise la déformation du pneumatique.

La résistance au roulement illustrée à la figure suivante, se traduit par un décalage du point d'application de l'action mécanique de contact vers l'avant du fauteuil (dans le sens de l'avancement). La résultante des forces passe en un point A à une distance δ de l'axe de rotation. Cette distance est par définition le coefficient de résistance au roulement. Pour un point As, la composante normale sera notée \vec{N}_{AS} et la composante tangentielle \vec{T}_{AS} .



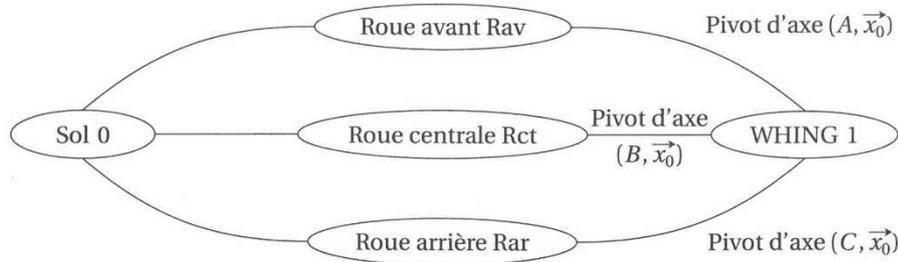
La figure et le tableau suivant, donnent le paramétrage de l'étude en phase de montée d'une pente et les dimensions du WHING.



Diamètre roue arrière	$D_1 = 0,180 \text{ m}$
Diamètre moteur roue	$D_2 = 0,336 \text{ m}$
Diamètre roue avant	$D_3 = 0,200 \text{ m}$
Masse (WHING : 167 kg et PMR : 120 kg)	$m = 287 \text{ kg}$
Pente du sol	$\alpha = 15^\circ$
Coefficient résistance au roulement d'une roue arrière	$\delta_1 = 0,001 \text{ m}$
Coefficient résistance au roulement d'une roue motrice	$\delta_2 = 0,004 \text{ m}$
Coefficient résistance au roulement d'une roue avant	$\delta_3 = 0,002 \text{ m}$
Rapport de réduction du moteur-roue	$i = 8,78$
Rendement du réducteur	$\eta = 0,9$
Couple nominal du moteur	24 Nm

Sur cette dernière figure, les points A_s , B_s et C_s correspondent aux points d'application des actions mécaniques du sol sur les roues avant, motrices et arrière du WHING.

Q.1. Recopier et compléter le graphe de liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques manquantes.



Q.2. Appliquer le principe fondamental de la statique à l'ensemble {fauteuil + roues}. Isoler et écrire les 3 équations scalaires en supposant le problème plan dans la base $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ en fonction des données littérales. L'équation de moment sera exprimée au point B_s .

Le centre de gravité de chacune des roues se situe sur son axe de révolution.

Q.3. Isoler la roue arrière et déterminer une équation issue du principe fondamental de la statique donnant la composante normale de l'action du sol sur la roue, en fonction des paramètres géométriques et de la composante tangentielle. Faire de même pour la roue avant.

Q.4. Isoler la roue motrice et déterminer une équation issue du PFS donnant C_{red} en fonction des données géométriques, de N_{BS} et de T_{BS} .

En supposant que le contact du sol sur la roue motrice se fait à la limite de glissement, on obtient un système de 7 équations à 7 inconnues.

La résolution de ce système donne les résultats suivants : $\overline{N_{BS}} \cdot \vec{z}_1 = 1140\text{N}$ et $\overline{T_{BS}} \cdot \vec{y}_1 = -350\text{N}$

Q.5. Justifier que la composante $\overline{T_{BS}} \cdot \vec{y}_1$ est négative.

Q.6. À partir des valeurs de $\|\overline{N_{BS}}\|$ et $\|\overline{T_{BS}}\|$, déterminer la valeur de $|C_{red}|$. En déduire la valeur de $|C_m|$ et conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges (voir caractéristiques du moteur dans le tableau des valeurs).