



## Barrage poids

**Q.1.** Exprimer  $d\vec{f}(Q)$

$$d\vec{f}(Q) = -p(z)dS\vec{n} = \rho_e g(h-z). dz. dy. \vec{x}$$

**Q.2.** Calculer en O, le torseur des actions mécaniques de contact exercées par l'eau sur toute la surface du barrage.

$$\{\mathcal{T}_{\text{eau} \rightarrow \text{barrage}}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{\text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} \\ \overrightarrow{M_{O, \text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \int d\vec{f}(Q) \\ \int_{\forall M \in S} dM_O(d\vec{f}(Q)) \end{array} \right\}_O$$

$$\begin{aligned} \overrightarrow{R_{\text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} &= \iint \rho_e g(h-z). dz. dy. \vec{x} = \rho_e g \int_0^h (h-z). dz \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dy \vec{x} = \rho_e g \left[ hz - \frac{z^2}{2} \right]_0^h [y]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \vec{x} \\ &= \rho_e g \frac{h^2}{2} L. \vec{x} \end{aligned}$$

$$dM_O(d\vec{f}(Q)) = \overrightarrow{OQ} \wedge d\vec{f}(Q) = (z\vec{z} + y\vec{y}) \wedge \rho_e g(h-z). dz. dy. \vec{x} = p(z). dz. dy. (z\vec{y} - y\vec{z})$$

Avec  $\overrightarrow{OQ} = z\vec{z} + y\vec{y}$

En se plaçant dans le cas général :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_{O, \text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} &= \iint z. \rho_e g(h-z). dz. dy. \vec{y} - \iint y. \rho_e g(h-z). dz. dy. \vec{z} \\ &= \rho_e g \int_0^h z(h-z). dz \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} dy \vec{y} - \rho_e g \int_0^h (h-z). dz \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} y dy \vec{z} \\ &= \rho_e g \left[ \frac{hz^2}{2} - \frac{z^3}{3} \right]_0^h [y]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \vec{y} - \rho_e g \left[ hz - \frac{z^2}{2} \right]_0^h \left[ \frac{y^2}{2} \right]_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \vec{z} \\ &= \rho_e g \frac{h^3}{6} L. \vec{y} + 0. \vec{z} \end{aligned}$$

Finalement :

$$\{\mathcal{T}_{\text{eau} \rightarrow \text{barrage}}\} = \left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{R_{\text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} \\ \overrightarrow{M_{O, \text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} \end{array} \right\}_O = \left\{ \begin{array}{l} \rho_e g \frac{h^2}{2} L. \vec{x} \\ \rho_e g \frac{h^3}{6} L. \vec{y} \end{array} \right\}_O$$

**Q.3.** En déduire la position du centre de poussée P, tel que :  $\overrightarrow{M_{P, \text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} \cdot \vec{y} = 0$

On s'intéresse uniquement à l'altitude (que l'on note  $z_p$ ) du point P (pas à sa position suivant  $\vec{y}$ ).

On a donc  $\overrightarrow{OP} = z_p \vec{z}$

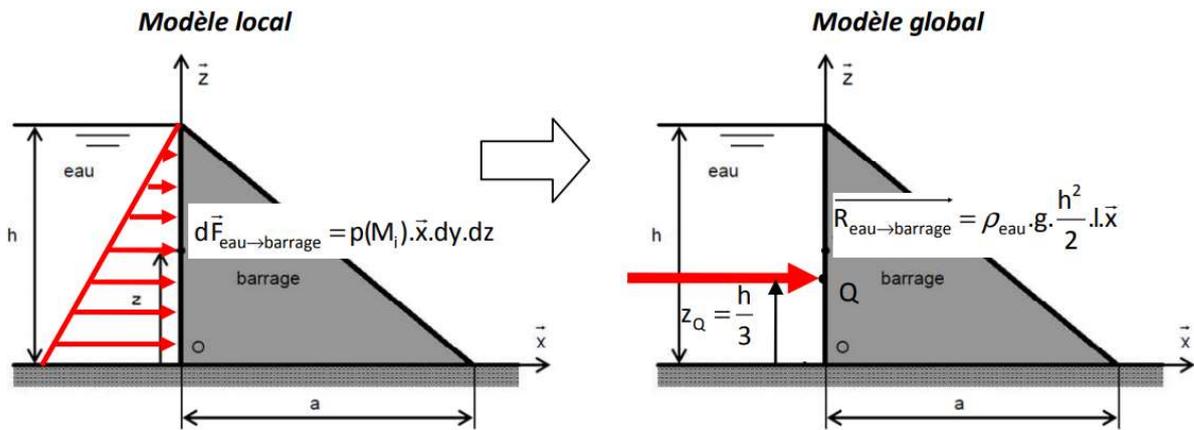
$$\overrightarrow{M_{P, \text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} = \overrightarrow{M_{O, \text{eau} \rightarrow \text{barrage}}} + \overrightarrow{PO} \wedge \overrightarrow{R_{\text{eau} \rightarrow \text{barrage}}}$$

On s'intéresse uniquement à ce qui se passe suivant  $\vec{y}$  :

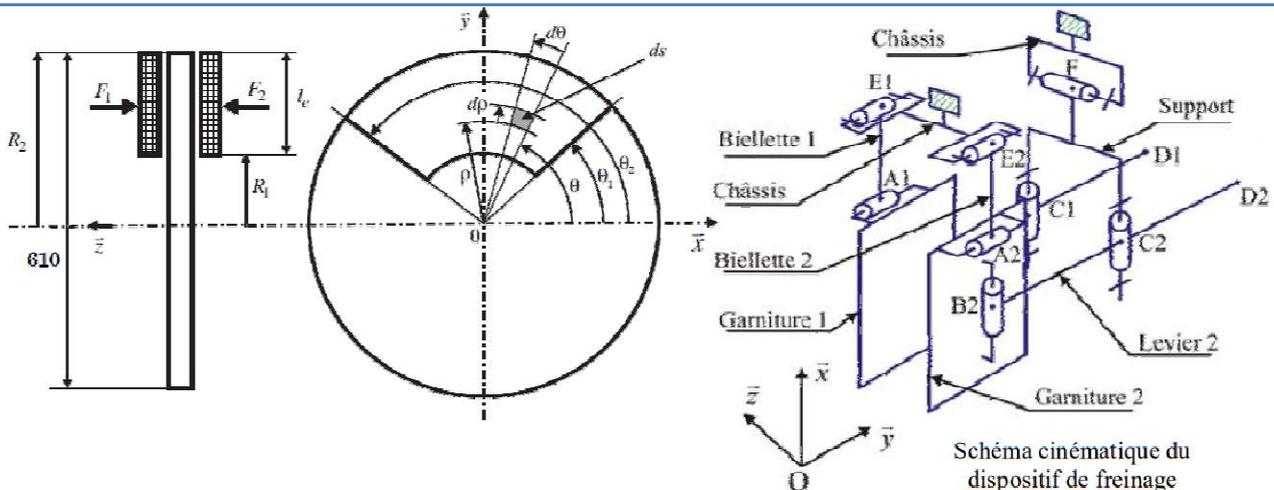
$$\begin{aligned} \overrightarrow{M_{P,eau \rightarrow barrage}} \cdot \vec{y} &= \overrightarrow{M_{O,eau \rightarrow barrage}} \cdot \vec{y} + (\overrightarrow{PO} \wedge \overrightarrow{R_{eau \rightarrow barrage}}) \cdot \vec{y} = \rho_e g \frac{h^3}{6} L + \left( -z_p \vec{z} \wedge \rho_e g \frac{h^2}{2} L \cdot \vec{x} \right) \cdot \vec{y} \\ &= \rho_e g \frac{h^3}{6} L - \rho_e g z_p \frac{h^2}{2} L = \rho_e g L h^2 \left( \frac{h}{6} - \frac{z_p}{2} \right) \end{aligned}$$

On veut  $\overrightarrow{M_{P,eau \rightarrow barrage}} \cdot \vec{y} = 0$ , donc :

$$\rho_e g L h^2 \left( \frac{h}{6} - \frac{z_p}{2} \right) = 0 \Rightarrow z_p = \frac{h}{3}$$



## Système de freinage d'un TGV DUPLEX



**Q.1.** On définit le modèle local.

Définition de l'effort normal élémentaire :

$$dN = p \cdot ds = p \cdot \rho \cdot d\theta \cdot d\rho \quad \text{avec } p \cdot \rho = \text{cte}$$

Définition de l'effort tangentiel élémentaire en phase de glissement :

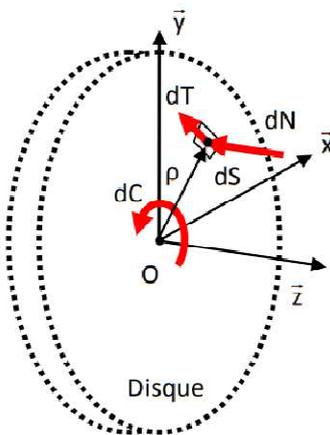
$$dT = f \cdot dN = f \cdot p \cdot \rho \cdot d\theta \cdot d\rho \quad \text{avec } p \cdot \rho = \text{cte}$$

Définition du couple élémentaire :

$$dC = \rho \cdot dT = \rho \cdot f \cdot p \cdot \rho \cdot d\theta \cdot d\rho \quad \text{avec } p \cdot \rho = \text{cte}$$

$$\text{Intégration : } C = \int_{(S)} dC = f \cdot p \cdot \rho \cdot \int_{R_1, \theta_1}^{R_2, \theta_2} \rho \cdot d\theta \cdot d\rho$$

$$\text{Soit : } C = f \cdot p \cdot \rho \cdot \alpha \cdot \frac{R_2^2 - R_1^2}{2} \quad \text{par face de disque. } (\alpha = \theta_2 - \theta_1).$$



**Q.2.** On a  $F = \int_{(S)} dN = \int_{R_1, \theta_1}^{R_2, \theta_2} p \cdot \rho \cdot d\theta \cdot d\rho = p \cdot \rho \cdot \alpha \cdot (R_2 - R_1)$

**Q.3.**  $F_1 = F_2 = 1,163 \times 10^5 \times 50 \times \frac{\pi}{180} \times \left( \frac{610 - 310}{2} \right) \times 10^{-3} = 15223,6\text{N}$

**Q.4.** Le théorème du moment statique écrit en  $C_2$  projeté sur  $\bar{x}$  donne directement :

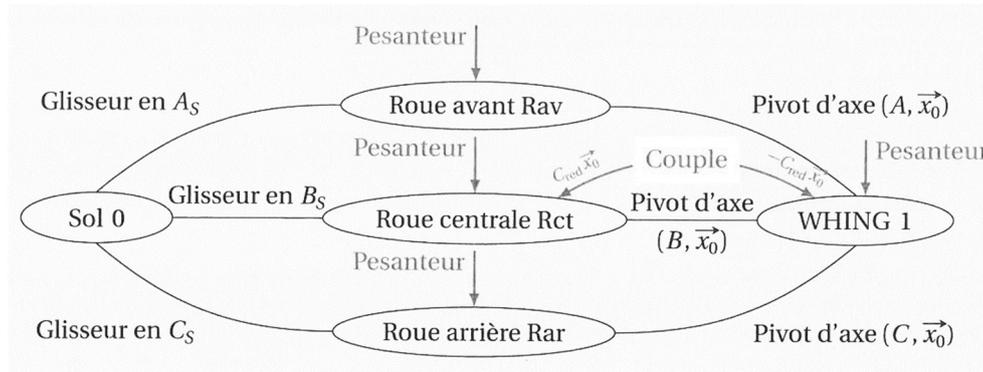
$$\|B_2C_2\| \cdot \|F_2\| + \|C_2D_2\| \cdot \|F_v\| = 0 \rightarrow c \cdot \|F_2\| = c \cdot \|F_v\| \rightarrow \|F_v\| = \|F_2\| = 15223,6\text{N} < 29\text{ kN} \rightarrow \text{C.d.C.F. ok.}$$

**Q.5.** Les biellettes 1 et 2 servent à s'opposer à l'effort disque / garniture suivant  $\bar{x}$  et soulagent ainsi les liaisons pivot en  $C_1$  et  $C_2$ . Elles servent aussi à encaisser le poids de la garniture.

**Q.6.** Frein rhéostatique qui consiste à faire fonctionner les moteurs en générateurs et à charger le générateur en lui faisant fournir de l'énergie à un récepteur (réseau ou résistances). Frein à courants de Foucault, en utilisant les courants induit sur un disque ou sur le rail.

## WHING : WHeelchair Initiative New Generation

**Q.1.** Recopier et compléter le graphe de liaisons en faisant apparaître les actions mécaniques manquantes.



**Q.2.** Appliquer le principe fondamental de la statique à l'ensemble WHING et personne à mobilité réduite { WHING + PMR }. Isoler et écrire les 3 équations scalaires en supposant le problème plan dans la base  $(\vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$  en fonction des données littérales. L'équation de moment sera exprimée au point  $B_s$ .

BAME :

$$\begin{aligned}
 \{\tau_{g \rightarrow 1}\} &= \left\{ \begin{array}{c} -\frac{m}{2} g \vec{z}_0 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_G \\
 \{\tau_{0 \rightarrow R_{av}}\} &= \left\{ \begin{array}{c} N_{AS} \vec{z}_1 + T_{AS} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{A_s} \\
 \{\tau_{0 \rightarrow R_c}\} &= \left\{ \begin{array}{c} N_{BS} \vec{z}_1 + T_{BS} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{B_s} \\
 \{\tau_{0 \rightarrow R_{ar}}\} &= \left\{ \begin{array}{c} N_{CS} \vec{z}_1 + T_{CS} \vec{y}_1 \\ \vec{0} \end{array} \right\}_{C_s}
 \end{aligned}$$

On déplace tous les moments au point  $B_s$  :

$$\begin{aligned}
 \overrightarrow{M}_{B_s, 0 \rightarrow R_{av}} &= (\delta_2 + b - a - \delta_3) N_{AS} \vec{x}_1 \\
 \overrightarrow{M}_{B_s, 0 \rightarrow R_{ar}} &= (\delta_2 + b - \delta_1) N_{CS} \vec{x}_1 \\
 \overrightarrow{M}_{B_s, g \rightarrow 1} &= -\frac{m}{2} g ((\delta_2 + b - d) \cos \alpha - c \sin \alpha) \vec{x}_1
 \end{aligned}$$

Le PFS appliqué à l'ensemble de la chaise donne le système à 3 équations suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{l} N_{AS} + N_{BS} + N_{CS} - \frac{m}{2} g \cos \alpha = 0 \\ T_{AS} + T_{BS} + T_{CS} - \frac{m}{2} g \sin \alpha = 0 \\ -\frac{m}{2} g ((\delta_2 + b - d) \cos \alpha - c \sin \alpha) + (\delta_2 + b - a - \delta_3) N_{AS} + (\delta_2 + b - \delta_1) N_{CS} = 0 \end{array} \right.$$

**Q.3.** Isoler la roue arrière, puis la roue avant et déterminer une équation issue du principe fondamental de la statique donnant la composante normale de l'action du sol sur la roue, en fonction des paramètres géométriques et de la composante tangentielle.

On isole la roue arrière et on choisit d'utiliser l'équation des moments au point C pour ne pas faire intervenir les inconnues de la liaison pivot.

$$\overrightarrow{M}_{C, 0 \rightarrow R_{ar}} = (N_{CS} \vec{z}_1 + T_{CS} \vec{y}_1) \wedge \overrightarrow{C_s C} = \left( -\delta_1 N_{CS} + \frac{D_1}{2} T_{CS} \right) \vec{x}_1$$



C'est le seul moment non nul de l'isolement, on en déduit donc :

$$\delta_1 N_{CS} = \frac{D_1}{2} T_{CS}$$

De la même manière en isolant la roue avant :

$$\delta_3 N_{AS} = \frac{D_3}{2} T_{AS}$$

**Q.4.** Isoler la roue motrice et déterminer une équation issue du PFS donnant  $C_{red}$  en fonction des données géométriques, de  $N_{BS}$  et de  $T_{BS}$ .

Cette fois en plus du moment créé par la ponctuelle avec frottement, le couple du réducteur  $C_{red}$  intervient.

$$C_{red} = \delta_2 N_{BS} - \frac{D_2}{2} T_{BS}$$

**Q.5.** Justifier que la composante  $\vec{T}_{BS} \cdot \vec{y}_1$  est négative.

Il est normal que le frottement augmente le couple que doit fournir le moteur. Au vu de l'équation déterminé à la question précédente,  $T_{BS}$  doit donc être négatif.

**Q.6.** À partir des valeurs de  $\|\vec{N}_{BS}\|$  et  $\|\vec{T}_{BS}\|$ , déterminer la valeur de  $|C_{red}|$ . En déduire la valeur de  $|C_m|$  et conclure vis-à-vis des exigences du cahier des charges (voir caractéristiques du moteur dans le tableau des valeurs).

$$\text{AN: } C_{red} = 0,004 \times 1140 + \frac{0,336}{2} \times 350 = 63,36 \text{ Nm}$$

$$\text{D'où } C_m = \frac{C_{red}}{\eta \times i} = \frac{63,36}{0,9 \times 8,78} = 8 \text{ Nm}$$

Le moteur peut développer un couple moteur de 24 Nm, le WHING peut donc démarrer sur une pente de 15°.