

CHAMP MAGNETIQUE

champ magnétique en régime stationnaire, appelé magnétostatique

très discutable, il faut des courants électriques $\Rightarrow$ charges en mouvement -

1. Courants électriques

$\rightarrow$ fondamentalement, un champ magnétique est créé par un courant électrique -

1.1 grandeurs électriques

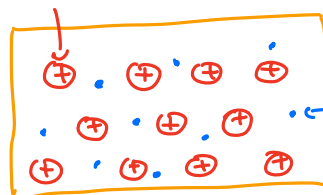
courant électrique = déplacement de charges électriques (porteurs de charge)

$\rightarrow$ électrons libres dans un métal
 $\rightarrow$ ions dans les solutions ioniques

- dans un conducteur il y a des e^- libres, susceptibles de se déplacer dans tout le morceau de conducteur (ils ne sont pas tous libres)
- dans un isolant, tous les e^- sont liés à leur noyau

modèle simple de conducteur : ions $\oplus$ et e^- libres (p.ex, pour ^{le} cuivre, $Z = 29$, 1 e^- libre en moyenne (atome))

réseau d'ions $\oplus$



$\leftarrow$ morceaux de cuivre

$\leftarrow e^-$ libre

ordres de grandeur :

on note n^* la densité d' e^- libres (= densité d'atomes de cuivre)

$$n^* = \frac{\text{nombre atomes Cu}}{\text{volume}}$$

donc

$$n^* = \frac{\mu_{NA} \rightarrow \text{mol}^{-1}}{M \rightarrow \text{kg} \cdot \text{mol}^{-1}} \rightarrow \text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$$

$$\text{A.N : } n^* \approx \frac{3 \cdot 10^3 \times 6 \cdot 10^{23}}{6 \cdot 10^{-2}}$$

$$63,5 \text{ g/mol} \approx 6 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mol}$$

$$\text{donc } n^* \approx 9 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

On en déduit la charge (libre !) volumique : $\rho = n^* (-e)$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$\text{C} \cdot \text{m}^{-3} \quad \text{m}^{-3} \quad \text{C}$$

$$\text{A.N : } \rho = -1,5 \cdot 10^{10} \text{ C} \cdot \text{m}^{-3}$$

charge volumique libre

($\rho_{\text{tot}} = 0$, le métal est globalement électriquement neutre !)

On associe au mouvement des charges le vecteur densité de courant (électrique) :

$$\vec{j} = q \vec{v}$$

$\vec{j}$: densité de courant $C.s^{-1}.m^{-2} = A.m^{-2}$
 q : charge (libre) volumique $C.m^{-3}$
 $\vec{v}$: vitesse des charges $m.s^{-1}$

ce sont des champs (vectoriels)
pour $\vec{j}$ et $\vec{v}$; scalaire pour q

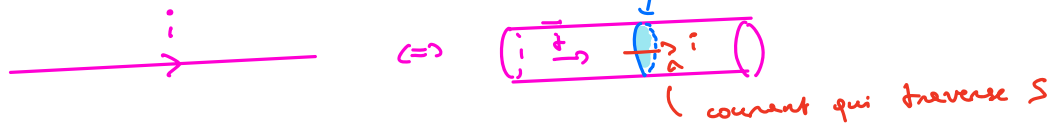
⚠ pour des électrons, $q < 0 \Rightarrow \vec{j}$ et $\vec{v}$ sont en sens inverse !



1.2 Intensité électrique (ou courant)

Fondamentalement, on définit l'intensité au travers d'une surface, quand on parle de

"l'intensité qui circule dans un fil", on veut dire ceci :



l'intensité au travers d'une surface =
débit de charge électrique au travers de cette surface =
flux de $\vec{j}$ au travers de cette surface

$$i = \iint_S \vec{j} \cdot \vec{dS}$$

intensité au travers de S

Dans le cas le + simple : $\begin{cases} S \text{ plane} \\ \vec{j} \text{ uniforme} \\ \vec{j} \perp S \end{cases}$ alors $i = j \cdot S \rightarrow m^2$
 $A \quad \quad \quad B.m^{-2}$

On note que $A = C.s^{-1}$ (avec $i = \frac{dq}{dt}$) : l'intensité est bien un débit de charge électrique



le sens conventionnel pour i est associé à l'orientation de la surface pour le flux.

ordres de grandeur : conducteur en cuivre, de section $S = 1 \text{ mm}^2$, $i = 10 \text{ A}$

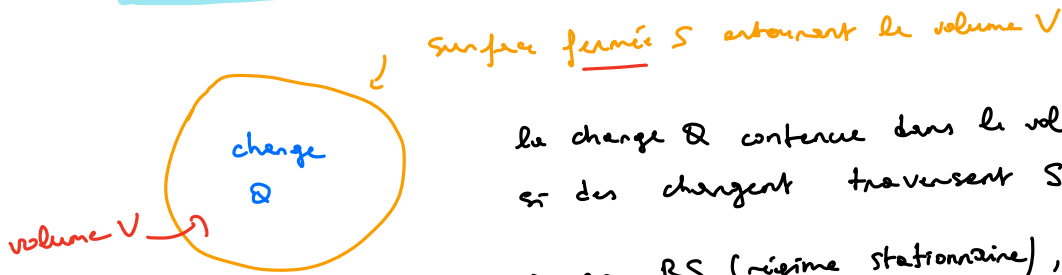
$$j = \frac{i}{S} = 10^7 \text{ A.m}^{-2}$$

$$v = \frac{j}{|e|} = \frac{10^7}{1.5 \cdot 10^{10}} \approx 6 \cdot 10^{-4} \text{ m/s} \approx 0,6 \text{ mm.s}^{-1} (!)$$

↑ les e^- ne se déplacent pas très vite...

1.3 Conservation de la charge

" la charge électrique ne peut être ni créée ni détruite "



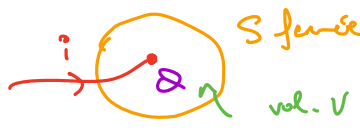
la charge Q contenue dans le vol. V ne peut varier que si des charges traversent S ($\Rightarrow$ courant au travers de S)

$\Rightarrow$ en RS (régime stationnaire), comme $Q = c^{st}$, le courant total (se peut se compenser...) au travers de S est nul :

$$\text{en RS, } \oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

en RS, le flux de $\vec{j}$ est nul au travers de toute surface fermée.

conséquences : - en RS, on ne peut pas accumuler des charges $\Rightarrow$ pour avoir un courant électrique, il faut nécessairement un circuit fermé



$\odot \uparrow$, ce qui est impossible en RS

- loi des nœuds (qui n'est a priori valable qu'en RS, l'utiliser en régime variable est une approximation)

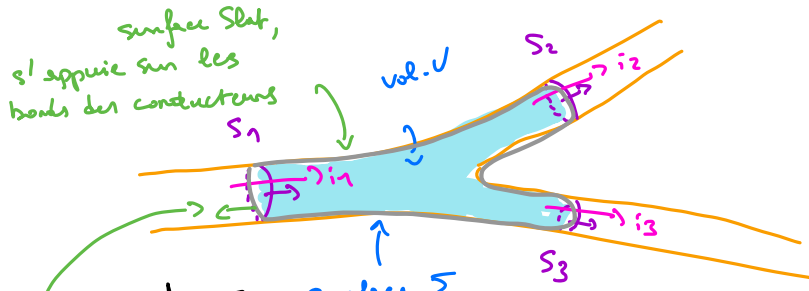
en RS :

$$\oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = 0$$

$$\Rightarrow \oint \vec{j} \cdot d\vec{S} = \iint_{S_1} \vec{j} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_2} \vec{j} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_3} \vec{j} \cdot d\vec{S} + \iint_{S_{slat}} \vec{j} \cdot d\vec{S}$$

flux sortant, par convention

signe $\ominus$ car pour le flux sortant, $\vec{n}$ est

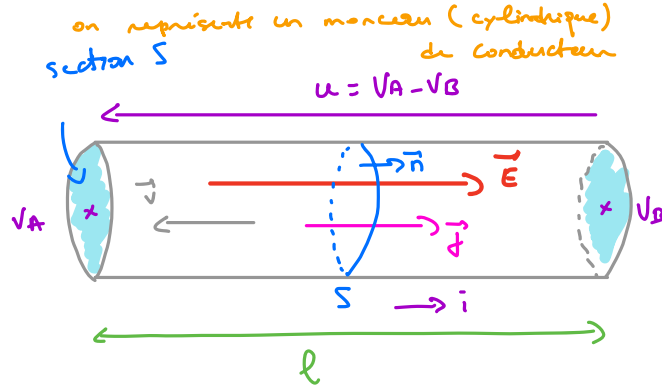


$$D' où \quad 0 = -i_1 + i_2 + i_3 + 0$$

$$\Rightarrow \text{on retrouve bien } i_1 = i_2 + i_3 \dots$$

1.4 Loi d'Ohm

les e^- se déplacent
en sens inverse du
champ $\vec{E}$



sur la dessin, $U > 0$
 $\Downarrow$
 $V_A > V_B$

on est en convention
récepteur -

On simplifie : $\vec{E}$ (et
donc tous les autres
champs) sont uniformes
dans le conducteur

On peut relier certaines grandeurs : $E = \frac{U}{l}$

$$i = j S$$

On a : $\vec{j} = \sigma \vec{E}$ loi d'Ohm microscopique

densité de courant $\vec{j}$ conductivité σ champ électrique $\vec{E}$

On retrouve facilement la loi
d'Ohm "habituelle" (macroscopique) :

$$U = E l = j / \sigma l = \frac{j l}{\sigma S}$$

soit $U = R i$ avec $R = \frac{l}{\sigma S}$

A.N : $l = 10 \text{ cm}$
 $S = 1 \text{ mm}^2$
 $\sigma = 6 \cdot 10^7 \text{ S.m}^{-1}$

$$R = \frac{0,1}{6 \cdot 10^7 \times 10^{-6}} \approx 1,5 \cdot 10^{-3} \Omega$$

résistance d'un
morceau de
conducteur
cylindrique

unité de σ : $\sigma = \frac{l}{R S} \rightarrow \frac{\text{m}}{\Omega \cdot \text{m}^2} \rightarrow \Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$
 $\Omega^{-1} \text{ m}^{-1}$
 S.m^{-1}

Interprétation de la loi d'Ohm microscopique : modèle de Drude

on modélise les interactions entre les e^- libres et le réseau d'ions $\oplus$ par une
"force de frottement fluide" exercée par les ions $\oplus$ sur les e^- libres (les e^- libres
ne se déplacent pas comme dans le vide, ils sont "gênés" par les ions $\oplus$).

On écrit $\vec{f}_{\text{drude}} = -\alpha \vec{v}$ $\rightarrow$ masse (de l'électron)

Mais on préfère poser $\alpha = \frac{m}{\tau}$ $\rightarrow$ temps de relaxation
constante de frottement fluide

parenthèse : justification de $\alpha = \frac{m}{\tau}$ (rappel de 1^{er} année) :

point matériel soumis uniquement à $\vec{f} = -d\vec{v}$: $m\vec{a} = \vec{f} \Rightarrow m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\alpha\vec{v}$

$$\Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{\alpha}{m} \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \frac{d\vec{v}}{dt} + \frac{1}{\tau} \vec{v} = \vec{0}$$

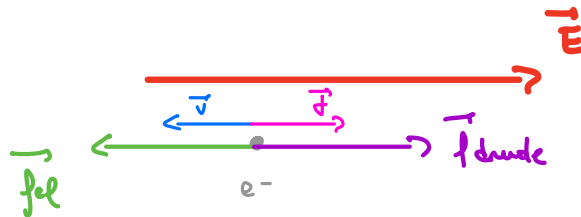
en posant $\tau = \frac{m}{\alpha}$

$$\Rightarrow \text{solutions } \vec{v} = \vec{v}_0 e^{-t/\tau}$$

On retient donc $\boxed{\vec{f}_{\text{drude}} = -\frac{m}{\tau} \vec{v}}$

temps de relaxation des e^- libres dans le métal

On se place en régime stationnaire, en présence d'un champ électrique :



en RS, $\vec{f}_{\text{el}} + \vec{f}_{\text{drude}} = \vec{0}$ (aussi, $\vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{c}\vec{x}$)

$$\Rightarrow -e\vec{E} - \frac{m}{\tau} \vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = -\frac{\tau e}{m} \vec{E} : \text{vitesse des électrons}$$

On reprend $\vec{J} = \rho \vec{v}$ avec $\rho = n^+(-e) \Rightarrow \vec{J} = -n^+e \left(-\frac{\tau e}{m} \vec{E} \right)$

$$= \frac{n^+ e^2 \tau}{m} \vec{E}$$

Soit $\boxed{\vec{J} = \sigma \vec{E}}$ avec $\boxed{\sigma = \frac{n^+ e^2 \tau}{m}}$

loi d'ohm locale (microscopique)

expression de la conductivité d'un métal (en RS)

ordres de grandeur (pour le cuivre) :

$$n^+ \approx 9 \cdot 10^{28} \text{ m}^{-3}$$

$$\sigma = 6 \cdot 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$$

on peut être mesuré avec un ohmmètre via $R = \frac{l}{\sigma S}$

$$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$$

$$m = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

$$\text{Donc } \tau = \frac{m \sigma}{n e^2} = \frac{9 \cdot 10^{-31} \times 6 \cdot 10^7}{9 \cdot 10^{28} \times (1,6 \cdot 10^{-19})^2}$$

$$-31 + 7 - 28 + 38 = -14$$

$$= \frac{6}{2,5} \cdot 10^{-14} \approx 2 \cdot 10^{-14} \text{ s}$$



c'est "court" ... les e^- se mettent rapidement en mouvement !

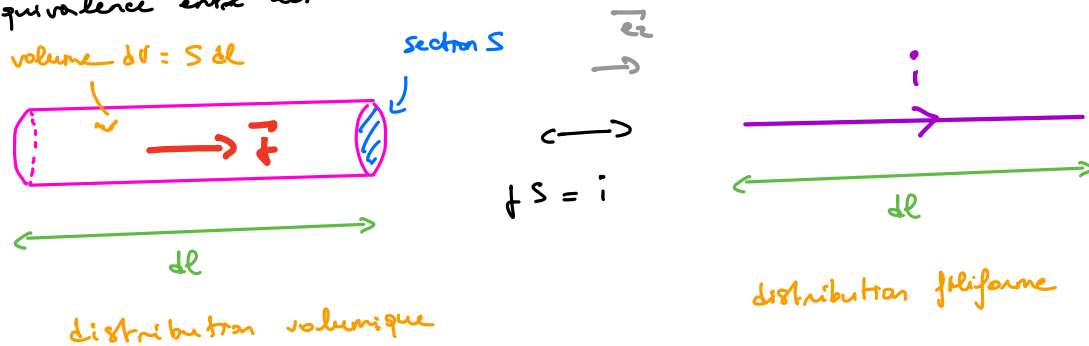
1.5. Distribution filiforme de courants

On décrit, fondamentalement, les courants électriques avec le champ de vecteurs densité de courant $\vec{j}$. Il s'agit d'une description volumique (comme ρ pour les charges).

On peut aussi utiliser des descriptions surfacique et linéique des courants (comme σ et λ pour les charges).
→ hors programme...

La modélisation linéique des courants est ce que l'on a l'habitude de faire avec le "courant dans un fil" ...

Equivalence entre les 2 modèles :



On peut exprimer avec chaque modélisation un élément de courant :

$$\int \vec{j} dV = \int \vec{j} \vec{e}_z dV = \int \vec{j} \vec{e}_z S dl = \int \underbrace{jS}_{i} dl \vec{e}_z = i dl \vec{e}_z = \underbrace{i dl}_{\text{élément de courant en modélisation linéique}} \vec{e}_z$$

élément de courant en modélisation volumique

2. Champ magnétique

2.1 force magnétique

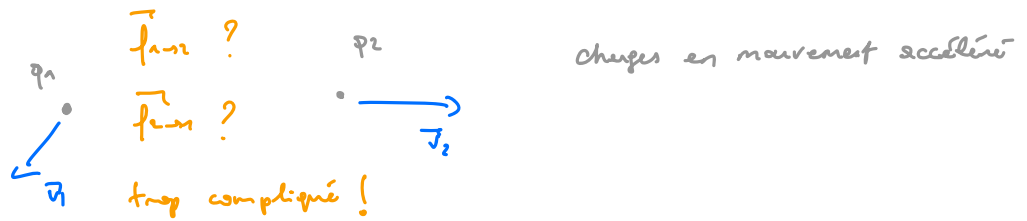
On a introduit $\vec{E}$ en écrivant que la force sur une charge q se mettait sous la forme $\vec{f} = q\vec{E}$.

On fait de même pour le champ $\vec{B}$:

On peut décrire une partie de la force subie par une particule chargée q en mouvement à la vitesse $\vec{v}$ par la force de Lorentz : $\vec{f} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

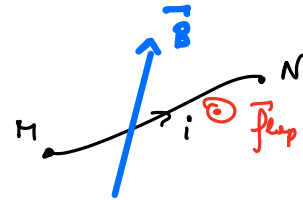
On doit faire ceci car l'expression directe de la force entre 2 charges

électriques est simple si les charges sont immobiles (force de Coulomb)
mais très compliqué si les charges sont en mouvement.



En fait, quand on parle d'interaction magnétique (décrite avec des champs $\vec{B}$)
il s'agit plus souvent de la force exercée sur un morceau de conducteur
parcouru par un courant (force de Laplace) que sur une charge ponctuelle.

$$\vec{F} = \int_M^N \underbrace{i d\vec{\ell} \wedge \vec{B}}_{\substack{\text{élément} \\ \text{de courant}}} = i \int_M^N \underbrace{d\vec{\ell} \wedge \vec{B}}_{\substack{\text{force de Laplace} \\ \text{avec } \vec{B} \text{ uniforme}}} = i \underbrace{\overrightarrow{MN} \wedge \vec{B}}_{\substack{\text{force de Laplace} \\ \text{avec } \vec{B} \text{ uniforme}}}$$



l'une des premières mises en évidence est l'expérience d'Ampère :

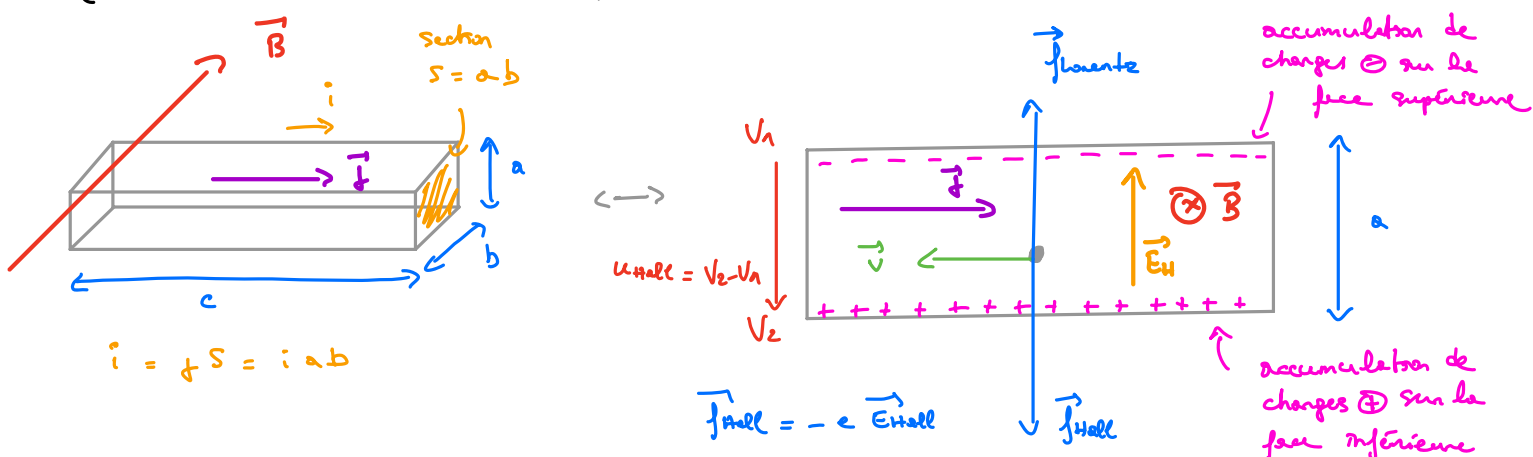


Remarque : définition historique de l'Ampère (jusqu' en ... 2019!) :

1A est le courant pour lequel la force entre 2 fils de longueur 1m et
distants de 1m est égale à $2 \cdot 10^{-7} \text{ N}$.

2.2 Effet Hall et force de Laplace

On considère un morceau de matériau conducteur parcouru par un courant i
(densité de courant uniforme $\vec{j}$) et plongé dans un champ $\vec{B}$ (constant et uniforme)



On reprend $\vec{f}_{\text{Lorentz}} + \vec{f}_{\text{Hall}} = \vec{0}$:

$$-e \vec{v} \wedge \vec{B} - e \vec{E}_{\text{Hall}} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \underline{\vec{E}_{\text{Hall}} = -\vec{v} \wedge \vec{B}} \quad \text{on peut en déduire plusieurs choses -}$$

- Du fait des accumulations de charges, il apparaît une tension de Hall entre les 2 faces (sup. et inf.):

$$U_{\text{Hall}} = E_{\text{Hall}} a$$

$$\text{Or, } E_{\text{Hall}} = v B \quad (\text{vient de } E_{\text{Hall}} = -\vec{v} \wedge \vec{B}, \text{ et } \vec{v} \perp \vec{B})$$

$$\Rightarrow U_{\text{Hall}} = v B a$$

$$\text{Or, } i = j a b \text{ et } \vec{j} = e \vec{v} \Rightarrow j = n^+ e v$$

$$\text{Donc } i = n^+ e v a b \Rightarrow v a = \frac{i}{n^+ e b} \quad \text{et donc}$$

$$\boxed{U_{\text{Hall}} = \frac{i B}{n^+ e b}}$$

Application:
mesure de $\vec{B}$
(testamètre à effet Hall)

(il faut prendre un 1/2 conducteur, pour lequel n^+ est beaucoup + faible, sinon l'effet est trop petit).

- analyse des forces exercées sur le métal:

$$\rightarrow \text{sur les } e^- \text{ libres: } \vec{f}_{\text{Lorentz}} + \vec{f}_{\text{Hall}} = \vec{0}.$$

$$\rightarrow \text{sur les ions } \oplus: \quad \underbrace{e \vec{E}_{\text{Hall}}}_{\text{sur un ion } \oplus}$$

Donc sur un volume dV de conducteur:

$$d\vec{f} = \underbrace{n^+ dV}_{\text{nombre d'ions } \oplus \text{ dans le volume } dV} \underbrace{e \vec{E}_{\text{Hall}}}_{\text{force sur un ion } \oplus}$$

$$\text{Or, } \vec{E}_{\text{Hall}} = -\vec{v} \wedge \vec{B} \quad \text{donc} \quad \begin{aligned} d\vec{f} &= n^+ dV e (-\vec{v} \wedge \vec{B}) \\ &= \underbrace{(-e n^+ \vec{v})}_{\vec{j}} \wedge \vec{B} dV = \vec{j} \wedge \vec{B} dV \end{aligned}$$

Donc sur tout un morceau de conducteur:

$$\boxed{\vec{f}_{\text{Laplace}} = \iiint_{\text{conducteur}} \vec{j} \wedge \vec{B} dV}$$

force de Laplace avec modélisation volumétrique des courants

l'électron en mouvement dans le conducteur subit la force de Lorentz: $\vec{f} = -e \vec{v} \wedge \vec{B}$, vers le haut

$\Rightarrow$ accumulations de charges.

il en résulte un champ de Hall, dirigé

vers le haut et l'accumulation de charges continue jusqu'à ce que les forces de Lorentz et de Hall se compensent.

$\Rightarrow$ situation stationnaire, $\vec{f}_{\text{Lorentz}} + \vec{f}_{\text{Hall}} = \vec{0}$

on peut aussi passer à la modélisation filiforme: $\vec{j} \wedge \vec{B} dV = (\vec{j} dV) \wedge \vec{B} = i d\vec{l} \wedge \vec{B}$

$$\text{et donc } \boxed{\vec{f}_{\text{Laplace}} = \int_{\text{conducteur filiforme}} i d\vec{l} \wedge \vec{B}}$$

force Laplace avec courant filiforme

2.3 Théorème d'Ampère

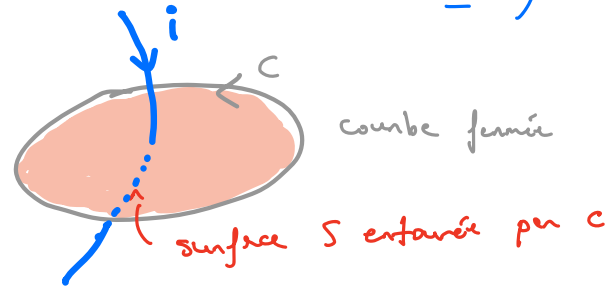
Un champ $\vec{B}$ est toujours créé par un courant. Le th d'Ampère permet de relier $\vec{B}$ et les courants qui le créent.

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \mu_0 I_e$$

circulation de $\vec{B}$
le long d'une courbe C
fermée (contour d'Ampère)

μ_0 est la perméabilité magnétique du vide
("constante magnétique") $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{SI}{H \cdot m^{-1}}$
Rem: $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$

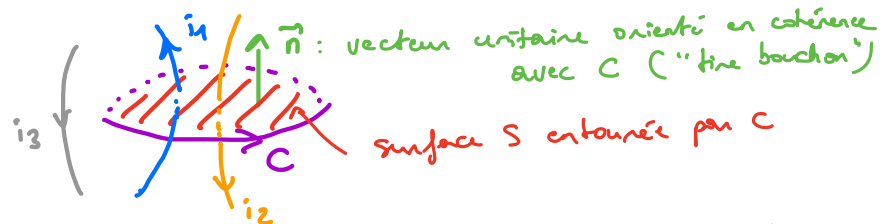
I_e : courant enlacé : courant qui traverse la surface S entourée par C



Rem: en fait, n'importe quelle surface qui s'appuie sur C convient.

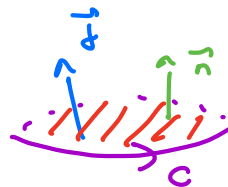
Rem: le courant enlacé peut être décrit via des courants filiformes ou volumiques

→ courants filiformes:



$I_e = i_1 - i_2$: i_1 traverse S positivement (même sens que $\vec{n}$)
 i_2 traverse négativement
 i_3 ne traverse pas

→ courants volumiques: $I_e = \iint_S \vec{j} \cdot d\vec{S}$ (flux de $\vec{j}$ au travers de S)



Le théorème d'Ampère est notre troisième grande loi de l'électromagnétisme - il doit être modifié en régime variable.

2.4 Flux de $\vec{B}$

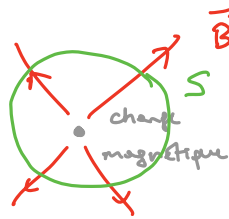
Quatrième loi: le flux de $\vec{B}$ est nul au travers de toute surface fermée

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{S} = 0$$

Reste valable en régime variable

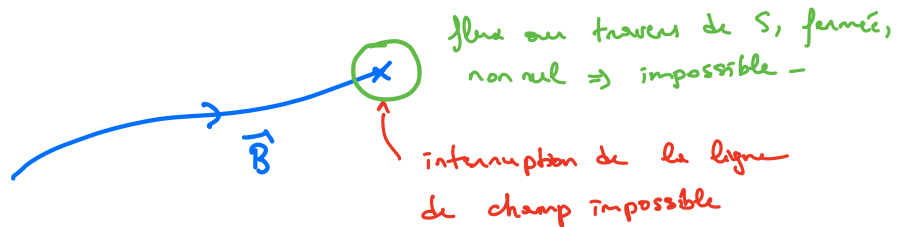
consequences :

- pas de "charge magnétique"



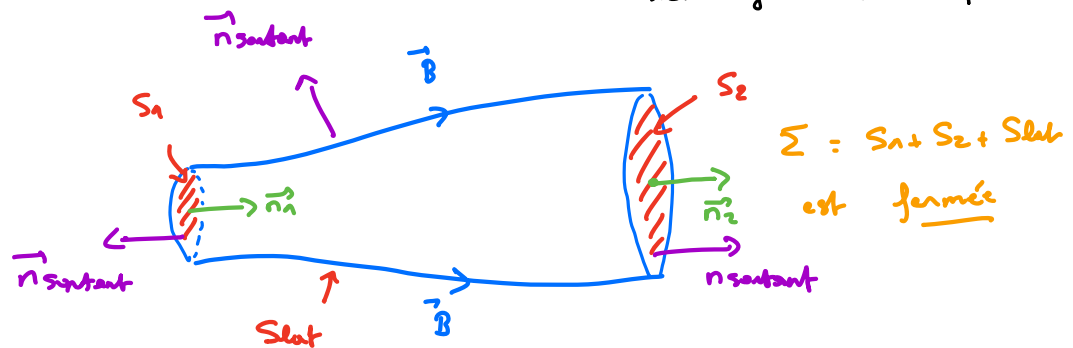
avec un $\vec{B}$ radial,
 $\phi(\vec{B}/s) \neq 0$
 $\Rightarrow$ pas possible!

- les lignes de champ $\vec{B}$ sont des courbes fermées :



- on utilise souvent l'expression " $\vec{B}$ est à flux conservatif"

cela fait référence à un tube de champ : surface qui s'appuie sur les lignes de champ



On note $\phi_1 = \phi(\overline{CB}/S_1)$ et $\phi_2 = \phi(\overline{BA}/S_2)$ avec les orientations du schéma

$$\phi(\bar{B}|\Sigma) = 0 \quad \text{avec } n_1$$

↓
faux

$$\phi(\bar{B}|\Sigma) = \underbrace{\phi(\bar{B}|S_1)}_{\substack{\text{faux} \\ \nearrow \\ n_{\text{santé}} \\ \downarrow \\ -\Phi_1}} + \underbrace{\phi(\bar{B}|S_2)}_{\Phi_2} + \underbrace{\phi(\bar{B}|S_{\text{ext}})}_0$$

$$D'_{ai} \quad 0 = -\phi_1 + \phi_2 + 0 \Rightarrow \phi_1 = \phi_2$$

"flux conservatif" signifie "même flux au travers de toute section d'un tube de champ"

2.5 Symmetries & invariances

3. Symboles :

Le principe de Curie est utilisé de la même manière pour $\vec{B}$ que pour $\vec{E}$:

symétries des causes $\Rightarrow$ symétries des effets

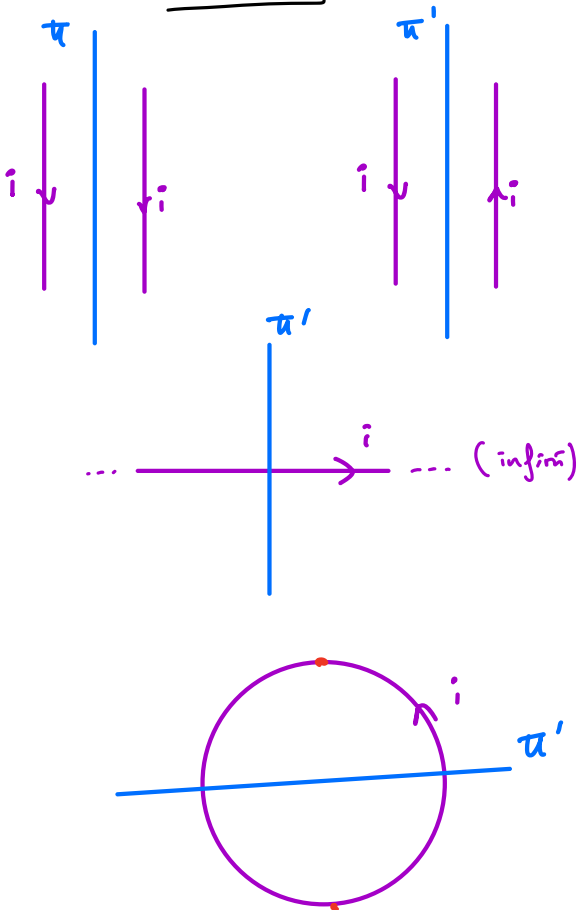
↓ ↓

courants champ magnétique
(distribution de courants)

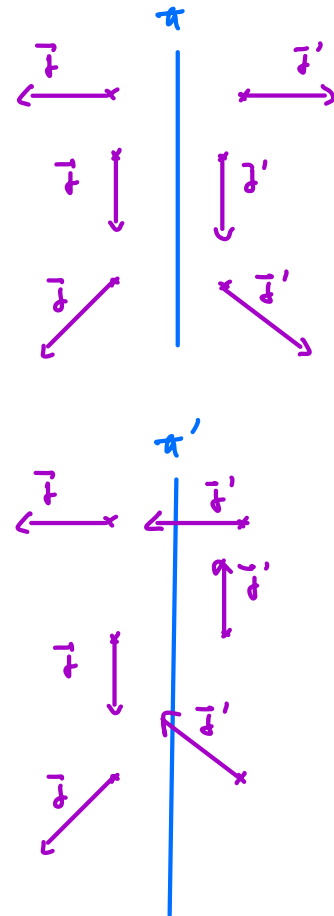
Pour les invariances, cela fonctionne exactement comme pour $\vec{E}$.

Pour les symétries, on cherche des plans de symétrie (π) et d'antisymétrie (π') pour les courants :

description filiforme :



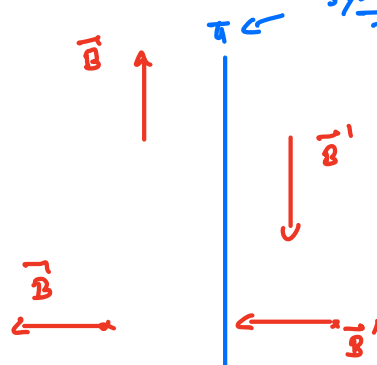
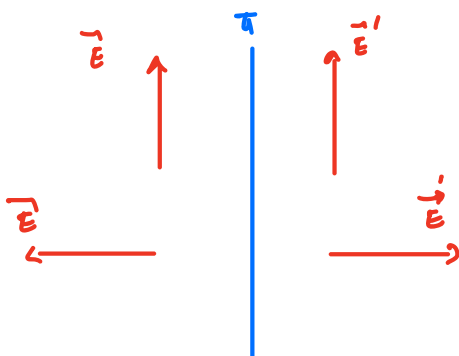
description volumique :



c'est exactement la même chose qu'avec le champ électrique.

On dira toujours "plan de symétrie / antisymétrie pour les courants" $\Rightarrow$
"plan de symétrie / antisymétrie pour $\vec{B}$ "

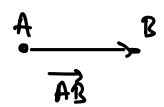
Le problème est que les symétries de $\vec{B}$ sont inversées par rapport à celles de $\vec{E}$:



symétrie

les symétries pour $\vec{B}$ sont comme les antisymétries pour $\vec{E}$ (et inversement)

On dit que $\vec{E}$ est un vrai vecteur, il se comporte comme un bipoint

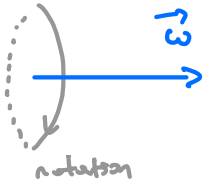


On peut aussi l'interpréter comme un déplacement.

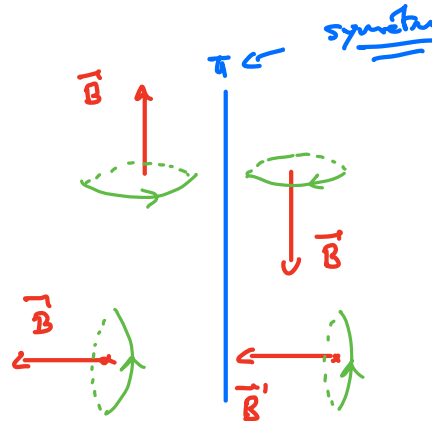
Autres exemples de vrais vecteurs : $\vec{OM}$, $\vec{J}$, $\vec{S}$, $\vec{J}$, $\vec{F}$, $\vec{E}$

Inversement, $\vec{B}$ est un pseudovecteur, il se comporte comme une rotation :

vecteur rotation :

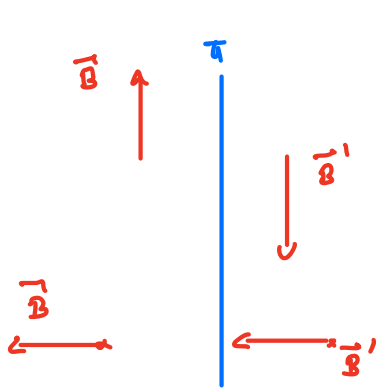


régle du
tête-baillon -



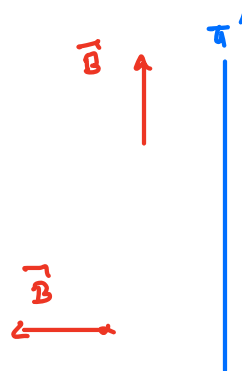
Autres exemples de pseudo-vecteurs : $\vec{B}$, $\vec{\omega}$, $\vec{L}_O$, $\vec{M}_O$ ← moment d'une force
moment cinétique

Synthèse des propriétés de $\vec{B}$ vis à vis des symétries :



$$\vec{B}'_{\parallel} = -\vec{B}_{\parallel}$$

$$\vec{B}'_{\perp} = \vec{B}_{\perp}$$



$$\vec{B}'_{\parallel} = \vec{B}_{\parallel}$$

$$\vec{B}'_{\perp} = -\vec{B}_{\perp}$$

" antisymétrie
pour $\vec{B}$ =
symétrie pour $\vec{E}$ "

En particulier, en un point situé sur un plan π / π' :

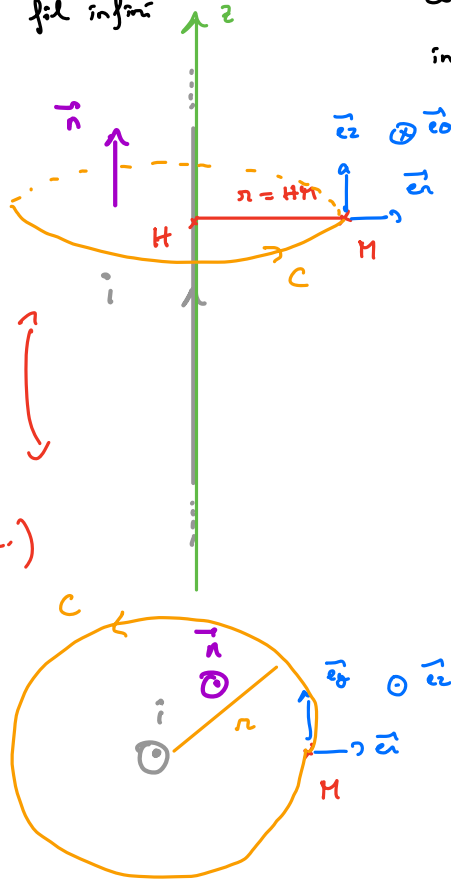
$\vec{B}$ est $\perp$ à un plan de symétrie
 $\vec{B}$ est contenu dans un plan d'antisymétrie

le plus souvent, on
trouve un plan de
symétrie (qui passe par le
point M considéré ...) et
on conclut directement :
1 seul plan π suffit -

3. Exemples de champs magnétiques

3.1 fil rectiligne infini / cylindre infini avec densité de courant uniforme ↪ en TD

- fil infini



coordonnées cylindriques (r, θ, z)

invariances : translation / $\vec{e}_z$, rotation autour de (Oz)
 $\Rightarrow \|\vec{B}\|$ ne dépend que de r

symétrie : tout plan qui contient (Oz) est π -
 $\vec{B} \perp$ à π , donc porté par $\vec{e}_\theta$.
 (champ $\vec{B}$ orthoradial)

conclusion : $\vec{B}(M) = B_0(r) \vec{e}_\theta$

contour d'Ampère : cercle de centre H et de rayon r

calcul de la circulation :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_C (B_0(r) \vec{e}_\theta) \cdot (dl \vec{e}_\theta)$$

$$= B_0(r) \underbrace{\oint_C dl}_{\text{périmètre du cercle}} = 2\pi r B_0(r)$$

calcul du courant enlacé :

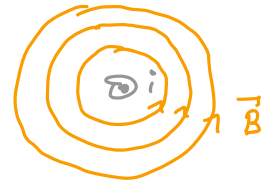
$$I_e = i$$

conclusion avec le th d'Ampère :

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_e \Rightarrow 2\pi r B_0(r) = \mu_0 i \Rightarrow B_0(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r}$$

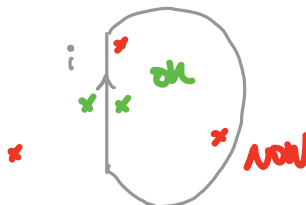
Donc finalement : $\vec{B}(M) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{e}_\theta$

Rem : - le champ est orthoradial : les lignes de champ sont des cercles concentriques



- ordre de grandeur : $i = 10A$, $r = 1cm$: $B = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} = \frac{4\pi \cdot 10^{-7} \times 10}{2\pi \times 10^{-2}} = 2 \cdot 10^{-4} T$

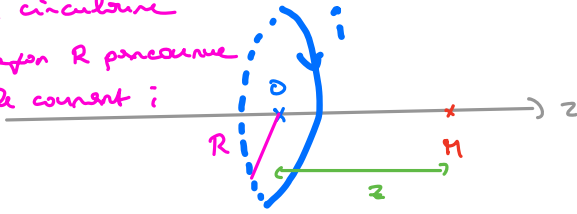
- approximation du "fil infini"
 pertinente proche du fil et
 pas trop près des bords



c'est faible,
 de l'ordre
 de B terrestre

3.2 Spire (boucle de courant)

spire circulaire
de rayon R parcourue
par le courant i



- Invariance par rotation autour de (Oz)
 $\Rightarrow \|\vec{B}\|$ ne dépend pas de θ
- le plan de la spire est π
 $\Rightarrow$ dans ce plan, $\vec{B}$ selon $\vec{e}_z$
- sur l'axe (Oz) , $\vec{B}$ selon $\vec{e}_z$
(tout plan qui contient (Oz) est π).

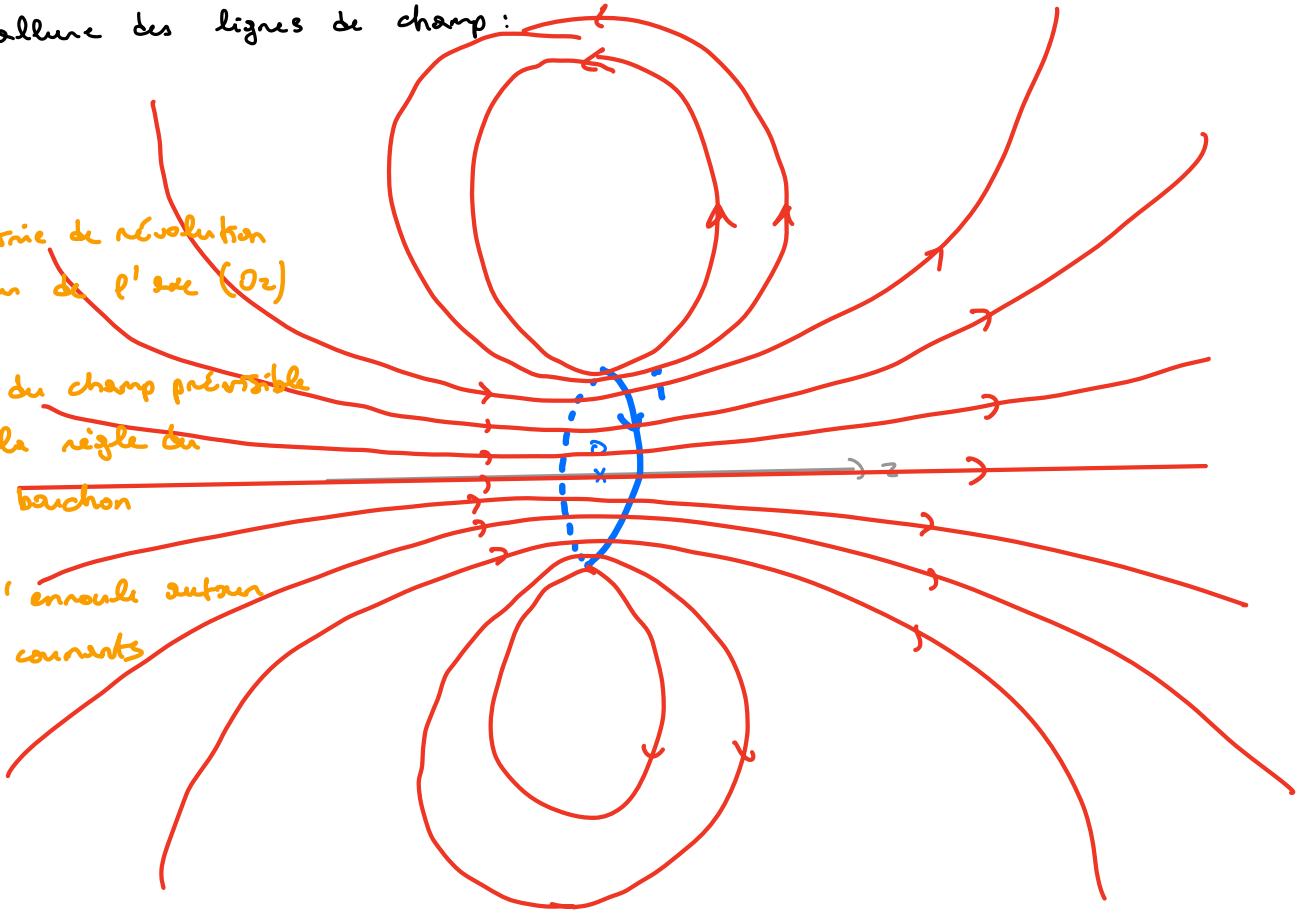
expression du champ sur l'axe :
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2R} \left(1 + \frac{z^2}{R^2} \right)^{-3/2} \vec{e}_z$$

Rem : - pas à connaître

- sert de base à pas mal de calculs

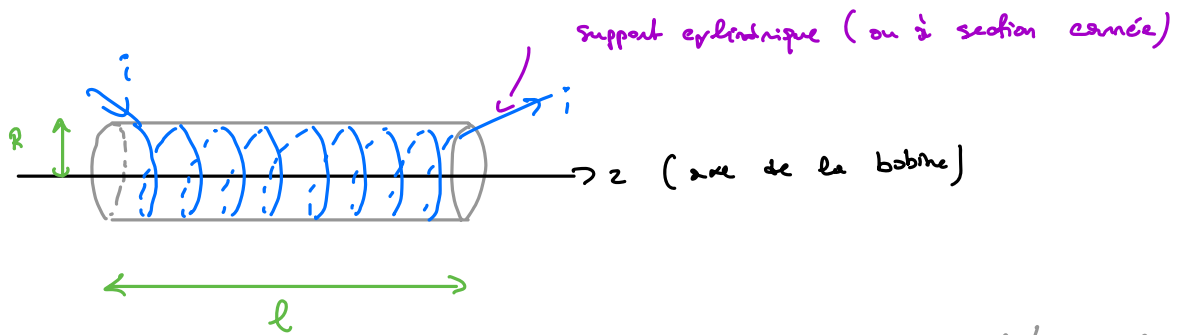
allure des lignes de champ :

- symétrie de révolution
autour de l'axe (Oz)
- Sens du champ prévisible
par la règle du
tine bouchon
- $\vec{B}$ s'enroule autour
des courants

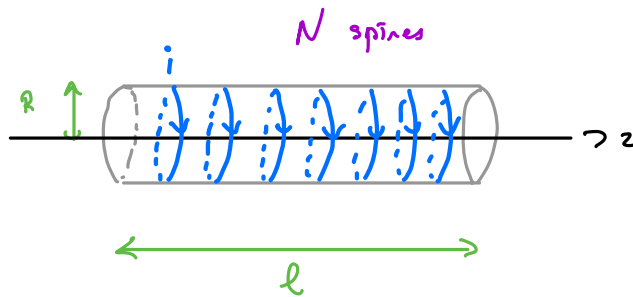


3.3 Bobines

On a constaté qu'avec un fil ou une spire, le champ B (de l'ordre de $\frac{\mu_0 i}{R}$)
est faible (du fait que $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \dots$)
La solution est d'utiliser un grand nombre de spires $\Rightarrow$ bobine



on enroule du fil (isolé !) sur le support. la forme de l'enroulement est hélicoïdale, mais on peut à une excellente approximation près le considérer comme un ensemble de spires planes.



on considère les courants comme filiformes (on ne prend pas en compte l'épaisseur des fils).

N de l'ordre de 100 - 10000 (généralement en plusieurs couches)

tout l'intérêt est que les champs des N spires s'ajoutent
 $\Rightarrow$ possibilité de générer des champs $\vec{B}$ élevés (jusqu'à 30 dizaines de Teslas avec des bobines supraconductrices).

2 domaines d'approximation :

$\rightarrow$ bobine plate : $l \ll R$

champ très proche de celui d'une spire (mais multiplié par le nombre de spires...), en particulier au centre :

$$B = \frac{\mu_0 N i}{2R}$$

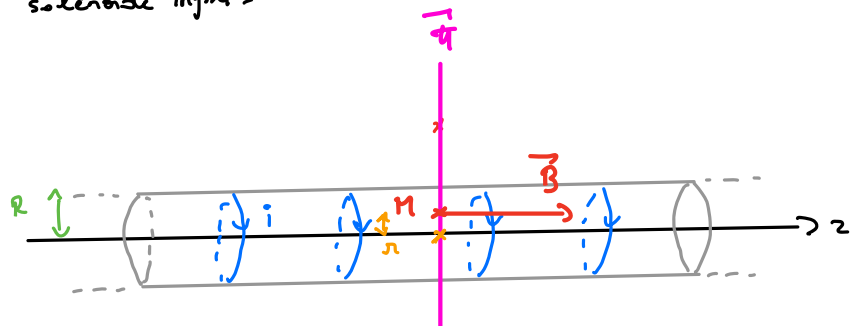
On peut atteindre 30 centaines de mT avec des bobines utilisées en TP (i de l'ordre de 10 A max)

$\rightarrow$ bobine très allongée : $l \gg R$

$\Rightarrow$ modèle du solénoïde infini.

3.4 Solénoïde infini

coord. cylindriques
 (r, θ, z)



N spires sur une longueur $l \Rightarrow n = \frac{N}{l}$: densité de spires (nombre de spires)

par u. de longueur)

- symétries : tout plan $\perp (Oz)$ est π

$$\Rightarrow \vec{B} \text{ selon } \vec{e_z}$$

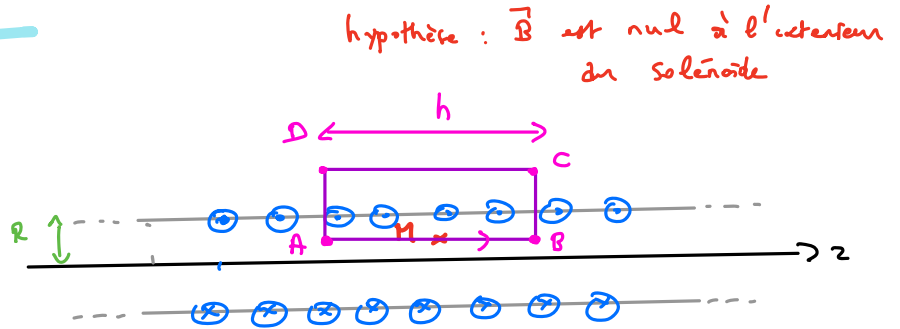
- invariances : par translation $\vec{e_z}$ et rotation autour de (Oz)

$$\Rightarrow \|\vec{B}\| \text{ ne dépend que de } r.$$

conclusion : $\vec{B}(r) = B_z(r) \vec{e_z}$

- contour d'Ampère :

rectangle ABCD



hypothèse : $\vec{B}$ est nul à l'extérieur du solénoïde

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = \int_A^B \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_B^C \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_C^D \vec{B} \cdot d\vec{\ell} + \int_D^A \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = B_z(r) \cdot h$$

$B_z(r) h$ $\vec{B} \perp d\vec{\ell}$ nul à l'extérieur $\vec{B} \perp d\vec{\ell}$

- courant enlacé : $I_e = n h i$ $n h$ spires traversent ABCD

th d'Ampère : $B_z(r) \cdot h = \mu_0 n h i \Rightarrow B_z(r) = \mu_0 n i$

finallement :

$$\vec{B}(r) = \begin{cases} \mu_0 n i \vec{e_z} & \text{à l'intérieur } (r < R) \\ \vec{0} & \text{à l'extérieur} \end{cases}$$

$\vec{B}$ est uniforme, parallèle à (Oz) à l'intérieur du solénoïde.