

Questions à ne pas traiter : 3, 8, 9, 10, 11, 12, 14

Objectif : Faire le plus de questions possibles et essayer de les faire justes...

Passer au moins 45 minutes sur la partie mécanique

L'étude proposée porte sur la réplique terrestre¹ du système InSIGHT (**I**nterior exploration using **S**eismic Investigations, **G**eodesy and **H**eat Transport), projet du CNES (Centre National d'Études Spatiales) qui a pour but de déployer une station d'étude de la structure interne de la planète Mars.

La station de mesures doit effectuer une campagne de mesures de l'activité sismique afin d'établir des informations sur l'épaisseur de la croûte martienne, de ses manteaux et des zones de subduction, voire des impacts des météorites.

Le support technologique de la mission est un atterrisseur similaire à celui de la mission Phoenix qui a été utilisé avec succès en 2007 pour étudier le sol glacé près du pôle nord de Mars.

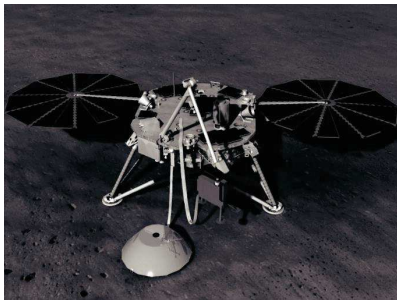


Figure 1 – Atterrisseur du projet InSIGHT

L'atterrisseur InSIGHT (**figure 1**) emportera quatre sous-systèmes d'instrumentation à la surface de Mars afin d'analyser en détail pour la première fois les "statistiques vitales" de la planète :

- son pouls, activité interne, mesuré par l'instrument SEIS ;
- sa température mesurée par l'instrument HP³ ;
- ses réflexes mesurés par l'instrument RISE.

Ensemble, les données fourniront des indices essentiels sur l'évolution, non seulement de la planète Mars, mais aussi de toutes les planètes telluriques.

Sous-systèmes d'instrumentation de l'atterrisseur

- **SEIS** : sismomètre qui fera des mesures précises des tremblements et autres activités internes de Mars pour mieux comprendre l'histoire et la structure de la planète ;
- **HP³** : cet instrument va s'enfoncer, à cinq mètres de profondeur sous la surface de Mars, pour connaître la quantité de chaleur venant de l'intérieur de Mars et pour révéler l'histoire thermique de la planète ;
- **RISE** : il s'agit d'une expérience qui mesurera avec précision le décalage Doppler et le parcours des communications radio entre l'atterrisseur InSIGHT et la Terre pour déterminer la distribution des structures internes de la planète rouge ;
- **Camera** : montée sur le bras de l'atterrisseur, elle servira à prendre des images en noir et blanc des instruments sur le corps de l'atterrisseur ainsi qu'une vue en 3D pour aider les ingénieurs et les scientifiques à guider le déploiement des instruments au sol.

Seul le sous-système SEIS (**figure 2**) sera l'objet de l'étude proposée. Il est basé sur un instrument hybride composé :

- d'un système de déploiement (DPL) ;
- d'une sphère comportant trois capteurs sismiques à très larges bandes et leurs capteurs de température. La sphère dispose d'un système de référencement de ses pieds (**figure 3**). Sa masse est d'environ 3 kg et sa consommation électrique varie autour de 1W.
- d'une boîte électronique d'acquisition dont la structure est donnée par le diagramme de définition des blocs de la **figure 4**.

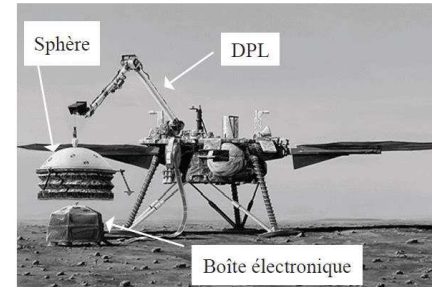


Figure 2 – Ensemble SEIS en phase de déploiement

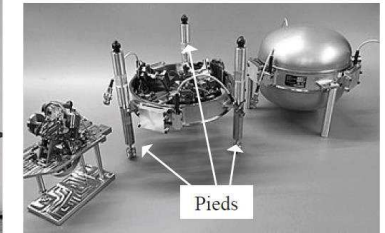


Figure 3 – Sphère SEIS

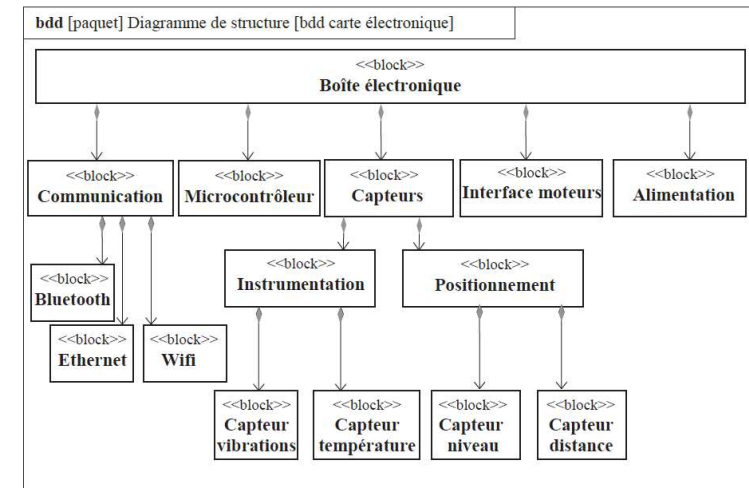


Figure 4 – Diagramme de définition des blocs

La **figure 5** (page 3) présente le diagramme des cas d'utilisation du système de positionnement DPL et du module SEIS et la **figure 6** (page 3) le diagramme partiel des exigences concernant le système de déploiement DPL et le module SEIS.

¹ Utilisée sur Terre pour validation des différents sous-systèmes.

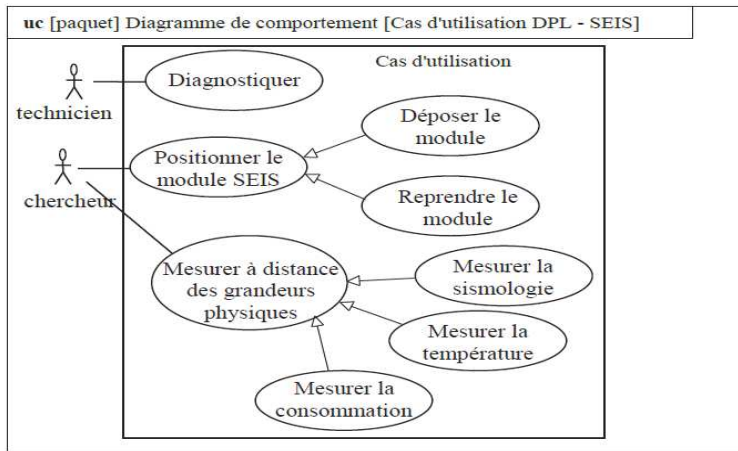


Figure 5 – Diagramme des cas d'utilisation

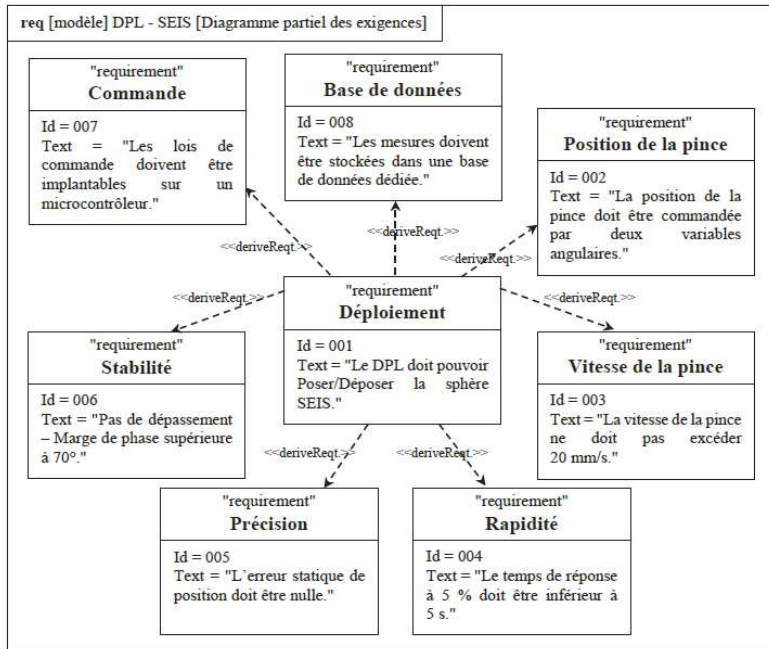


Figure 6 – Diagramme partiel des exigences

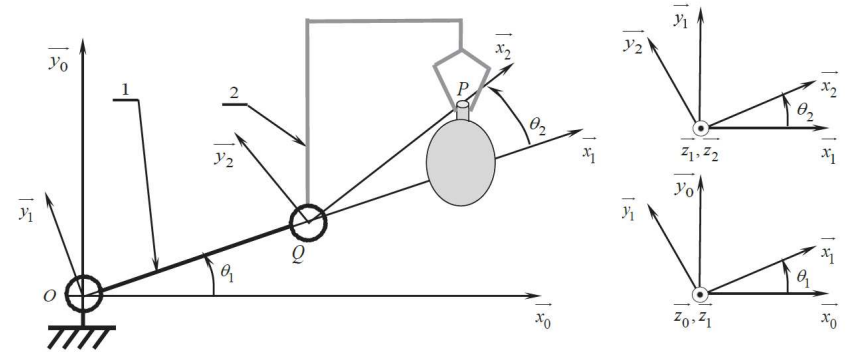


Figure 7 – Schématisation cinématique du bras de déploiement

Le bras de déploiement est constitué de :

Bâti : 0

Le repère $R_0(\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$ est lié au bâti fixe 0.

Bras : 1

Repère lié $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$

Mouvement (1/0) : rotation autour de $(O\vec{z}_0)$

Position (1/0) repérée par : $\theta_1 = (\vec{x}_0, \vec{x}_1) = (\vec{y}_0, \vec{y}_1)$

Centre d'inertie G_1 tel que $\vec{OG}_1 = \frac{L}{2} \vec{x}_1$ avec $\vec{OQ} = L\vec{x}_1$

Masse $m_1 = 352 \text{ g}$; $L = 0,5 \text{ m}$.

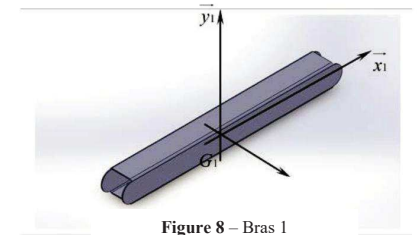


Figure 8 – Bras 1

La figure 8 présente le modèle volumique du bras 1. Les plans $(G_1, \vec{x}_1, \vec{y}_1)$ et $(G_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ sont des plans de symétrie matérielle du bras 1.

Le mouvement de 1 par rapport à 0 est commandé par un actionneur M_{01} , constitué d'un moteur pas à pas et d'un réducteur de vitesse à couronne dentée flexible de rapport de transmission $\lambda = 82$, d'encombrement et de masse très faibles en regard des autres solides, logés à l'intérieur de la liaison (0/1).

Avant-bras : 2

Repère lié $R_2(Q, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$

Mouvement (2/0) : rotation autour de $(Q\vec{z}_1)$

Position (2/0) repérée par : $\theta_2 = (\vec{x}_1, \vec{x}_2) = (\vec{y}_1, \vec{y}_2)$

Masse $m_2 = 352 \text{ g}$

Centre d'inertie G_2 tel que $\vec{QG}_2 = \frac{L}{2} \vec{x}_2$ ($L=0,5\text{m}$) avec $\vec{QP} = L\vec{x}_2$ (le bras 1 et l'avant bras 2 ont la même longueur)

L'extrémité en P est équipée d'une pince de masse négligeable qui saisit la sphère SEIS.

On note K_{02} le moment d'inertie de l'avant-bras 2 par rapport à l'axe $(O\vec{z}_0)$ dans la position la plus défavorable.

Le mouvement de 2 par rapport à 1 est commandé par un actionneur M_{12} , constitué d'un moteur pas à pas et d'un réducteur de vitesse à couronne dentée flexible de rapport de transmission $\lambda = 82$, d'encombrement et de masse très faibles en regard des autres solides, logés à l'intérieur de la liaison (1/2).

Sphère du SEIS : S

On considère que l'amplitude du mouvement (S/2) est très faible.

Position (S/0) repérée par : $\vec{OP} = X_P(t)\vec{x}_0 + Y_P(t)\vec{y}_0$

Masse $m_s = 1,2 \text{ kg}$ considérée comme ponctuelle en son centre d'inertie G_S par rapport aux autres mouvements. G_S est tel que $\vec{PG}_S = -R\vec{y}_0$ (R est une constante positive).

On note K_{0S} le moment d'inertie de la sphère S par rapport à l'axe $(O\vec{z}_0)$ dans la position $\theta_1 = \theta_2 = 0$.

Partie I - Validation des capacités de positionnement du système de déploiement

Objectif : vérifier l'exigence 002 « Position de la pince » afin que le point de préhension P du système de déploiement DPL puisse être défini à partir de deux coordonnées articulaires.

Q1 Etablir la relation vectorielle entre X_p, Y_p, L et $\vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{x}_1, \vec{y}_1$.

Q2 Projeter la relation précédente selon \vec{x}_0, \vec{y}_0 , puis donner les deux équations scalaires correspondantes.

Q3 Exprimer θ_1 et θ_2 en fonction de X_p, Y_p, L . Conclure quand au respect de l'exigence 002

Partie II - Validation du non-dépassement de la vitesse de la sphère SEIS

Objectif : valider l'exigence 003 « Vitesse de la pince » quand la sphère SEIS se déplace en translation afin de conserver toujours la même orientation.

Notation :

$\vec{v}_{M,S/R}$ est le vecteur vitesse du point M appartenant au solide S par rapport à R .

Q4 Déterminer l'expression de la vitesse du point P , appartenant à l'avant bras 2 par rapport à R_0 en fonction de θ_1, θ_2 et L .

Q5 Déterminer la valeur maximale du taux de rotation $\|\vec{\omega}_{1/0}\|$ pour que l'avant-bras 2 suive un mouvement de translation circulaire par rapport à R_0 en respectant l'exigence 003 « Vitesse de la pince ».

Partie III - Validation de la capacité statique du système de déploiement

Objectif : déterminer le couple statique du moto-réducteur M_{01} qui permet l'équilibre du système de déploiement.

Spécification

$\vec{g} = -g\vec{v}_0$ est l'accélération du champ de pesanteur terrestre² avec $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$.

Q6. Exprimer puis calculer le couple statique, noté C_{01} , que doit exercer le moto-réducteur M_{01} dans la position du système de déploiement la plus défavorable. Préciser clairement le système isolé ainsi que le principe/théorème utilisé.

Q7. En déduire la valeur minimale du couple de maintien, noté C_{m1min} , dont doit disposer le moteur pas à pas.

²Rappel : le système est une réplique terrestre.

Partie IV - Validation des capacités dynamiques du système de déploiement

Objectif : déterminer le couple du moto-réducteur M_{01} qui permet la manipulation de la sphère SEIS par le système de déploiement.

Le **figure 7** (page 5) présente la schématisation du bras de déploiement, noté $\Sigma = \{1, 2, S\}$.

Q8. Justifier que la matrice d'inertie du bras 1, en son centre d'inertie G_1 , est de la forme :

$$J(G_1, 1) = \begin{bmatrix} I_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & K_1 \end{bmatrix}_{R_1}$$

Q9. Exprimer le moment d'inertie K_{01} du bras 1 au point O suivant \vec{z}_0 en fonction des paramètres cinétiques.

Q10. Exprimer le moment d'inertie $K_{O\Sigma}$ de l'ensemble Σ au point O autour de l'axe \vec{z}_0 en fonction des paramètres cinétiques.

On considère, pour la suite, que le moteur M_{02} est à l'arrêt dans la position $\theta_2 = 0$ et que seul le moteur M_{01} est en fonctionnement.

Q11. Pour effectuer une modélisation dynamique du système, établir l'équation donnant le couple, noté C_{01} , du moteur (**plutôt moto-réducteur**) M_{01} en fonction des paramètres cinétiques du système de déploiement. Préciser clairement le système isolé ainsi que le principe/théorème utilisé.

$$C_{01} = \left(K_{O\Sigma} \ddot{\theta}_1 + m_1 g \frac{L}{2} \cos \theta_1 + m_2 g \frac{3L}{2} \cos \theta_1 + 2m_s g L \cos \theta_1 \right)$$

Des calculs amènent à considérer que la valeur de $K_{O\Sigma}$ est très faible et donc pratiquement négligeable.

Q12. Donner l'expression de l'équation précédente limitée au voisinage de la position du système de déploiement la plus défavorable.

Partie V - Validation du positionnement du module SEIS

Objectif : valider les réglages de la commande des trois actionneurs linéaires associés aux pieds, (**figure 3**, page 2), afin de respecter les exigences liées à leur positionnement.

On limitera l'étude à un des trois actionneurs.

La chaîne structurelle de l'actionneur électrique utilisé dans le système est donnée **figure 9**.

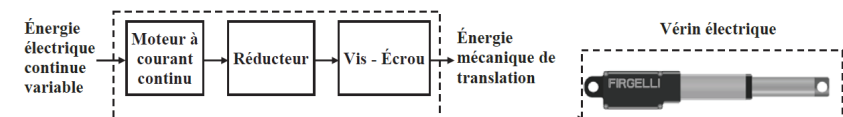


Figure 9 – Chaîne structurelle de l'actionneur électrique linéaire

Chaque actionneur électrique, appelé aussi vérin électrique, est asservi en position.

Notations et spécifications

- Masse à déplacer pour chaque vérin : $M = 1 \text{ kg}$
- Pesanteur de la Terre : $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$
- Rapport de réduction du réducteur : $r = 0,01$
- Rendement du réducteur : $\eta_r = 0,95$
- Pas de la vis du système vis-écrou : $p = 12 \text{ mm}$
- Rendement du système vis-écrou : $\eta_v = 0,96$
- Coefficient de frottement visqueux du moteur : $f = 0,002 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{s}/\text{rad}$
- Moment d'inertie équivalent total ramené sur l'arbre moteur : $J = 0,00004 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
- Résistance de l'induit de la MCC (Machine à Courant Continu) : $R = 1 \Omega$
- Inductance de l'induit de la MCC : $L = 20 \mu\text{H}$
- Constante de couple : $K_c(t) = 0,35 \text{ N}\cdot\text{m}\cdot\text{A}^{-1}$
- Constante de force contre électromotrice : $K_e(t) = 0,35 \text{ V}\cdot\text{s}/\text{rad}$
- Tension d'alimentation de l'induit de la MCC : $u(t) [V]$
- Courant absorbé par l'induit de la MCC : $i(t) [A]$
- Vitesse de rotation en sortie de la MCC : $\omega(t) [\text{rad}/\text{s}]$
- Position angulaire en sortie de la MCC : $\theta(t) [\text{rad}]$
- Force contre électromotrice de la MCC : $e(t) [V]$
- Couple moteur de la MCC : $C_m(t) [N\cdot\text{m}]$
- Couple résistant total ramené sur l'arbre moteur : $C_r(t) [N\cdot\text{m}]$

Équations du moteur à courant continu

Equation électrique :
$$u(t) = e(t) + R \cdot i(t) + L \cdot \frac{di(t)}{dt} \quad (1)$$

Équations de couplage électro-mécanique :
$$e(t) = K_e \cdot \omega(t) \quad (2)$$

$$C_m(t) = K_c \cdot i(t) \quad (3)$$

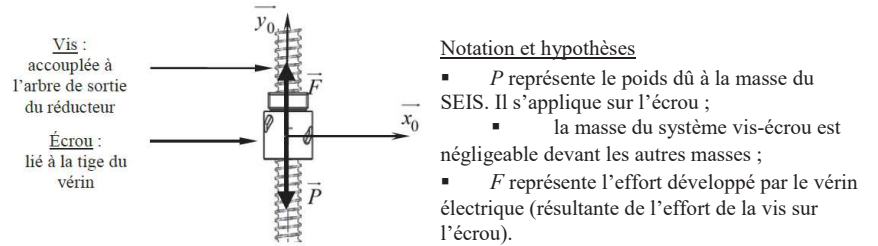
Transformée de Laplace

On se place dans les conditions d'Heaviside pour l'ensemble de l'étude (conditions initiales nulles). La transformée de Laplace d'une fonction $h(t)$ dans le domaine temporel sera notée en majuscule : $L[h(t)] = H(p)$.

On s'intéresse tout d'abord à la modélisation des différents constituants du vérin électrique (figure 9, page 6).

V.1 - Détermination du couple résistant appliqué à l'arbre moteur (système vis-écrou)

Une représentation du système vis-écrou et de la charge est donnée figure 10.



Notation et hypothèses

- P représente le poids dû à la masse du SEIS. Il s'applique sur l'écrou ;
- la masse du système vis-écrou est négligeable devant les autres masses ;
- F représente l'effort développé par le vérin électrique (résultante de l'effort de la vis sur l'écrou).

Figure 10 – Système vis - écrou

Pour une vis pas à droite :
$$L_{21} = \frac{-pas}{2\pi} * X_{21}$$

Q13. Effectuer un bilan des forces exercées sur l'écrou en équilibre statique afin d'obtenir l'expression liant F , la norme du vecteur F et la masse du système à déplacer, M . Préciser clairement le principe/théorème utilisé.

Q14. Donner l'expression littérale de $C_r(t)$ et mettre celle-ci sous la forme ci-dessous. Calculer la valeur numérique de $C_r(t)$: $C_r(t) = \frac{M \cdot g \cdot p \cdot r}{2\pi \cdot \eta_v \cdot \eta_r}$.

V.2 - Modélisation de la motorisation

La structure du schéma bloc obtenue à partir du modèle de connaissance de la MCC est présentée sur le document réponse **DRI**.

Q15. À partir des équations du moteur à courant continu (équations 1 à 3), compléter sous forme littérale les schémas bloc modélisant la MCC sur le **DRI**.

Q16. À partir de l'application du PFD on a obtenu l'expression littérale liant le couple moteur, J , f et $C_r(t)$.

$$J \times \frac{d\omega(t)}{dt} = C_m(t) - C_r(t) - f \times \omega(t)$$

Compléter le schéma bloc sur le **DRI**.

On se place dans le cas particulier où $C_r(p) = 0$

Q17. Donner l'expression, sous sa forme canonique, de la fonction de transfert en boucle fermée $F_{m1}(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)}$

Le **DR2** présente les résultats expérimentaux de l'évolution de la vitesse de rotation $\omega(t)$ de la MCC à la suite de l'application d'un échelon de tension $u(t)$ d'une amplitude de 12 V aux bornes de la MCC.

$$\text{On pose } F_{m2}(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{F_0}{1+T_0 p}$$

Q18. Justifier le choix d'une fonction de transfert d'ordre 1 pour modéliser le comportement de la MCC à partir des essais expérimentaux. Effectuer les constructions graphiques nécessaires sur le **DR2** afin de déterminer la valeur du gain statique F_0 et de la constante de temps T_0 de $F_{m2}(p)$. Proposer une hypothèse simplificatrice permettant de justifier le passage à l'ordre 1 de $F_{m2}(p)$ par rapport à $F_{m1}(p)$.

V.3 - Étude de l'asservissement en position du vérin

Objectif : choisir un correcteur approprié permettant de satisfaire le cahier des charges vis-à-vis des exigences

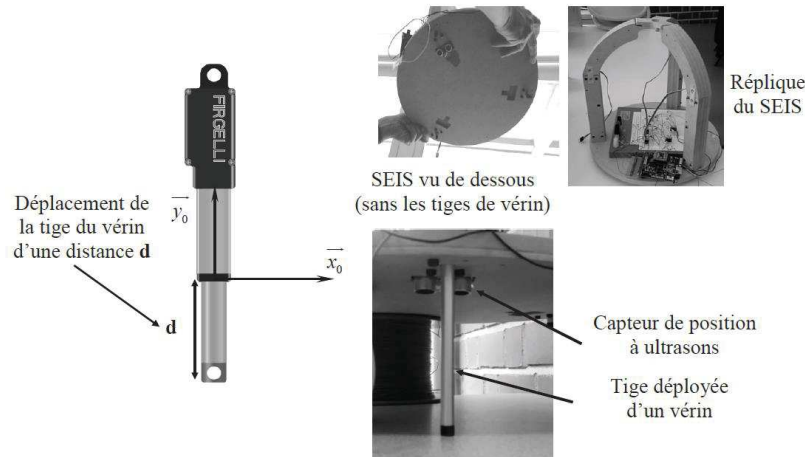


Figure 11 – Déplacement de la tige du vérin

La mesure de la distance est obtenue grâce à un capteur à ultrason permettant de délivrer, sous la forme d'impulsions, une image de la distance entre la structure sur SEIS et le sol. Cette information est ensuite traitée afin de générer un signal image de la distance parcourue par la tige du vérin.

L'étude précédente a permis d'obtenir un modèle de comportement de la MCC intégré dans le schéma bloc de l'asservissement présenté en **figure 12** pour lequel $C_r(p) = 0$

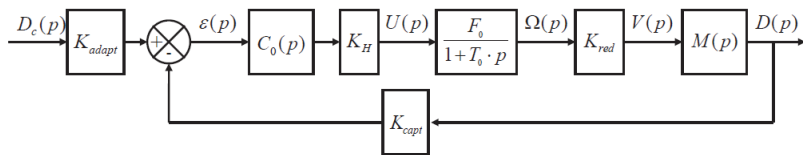


Figure 12 – Schéma bloc de l'asservissement en position du vérin électrique

Notations et spécifications

Gain du capteur : $K_{capt} = 588 \text{ impulsions/m}$
 Gain de l'ensemble réducteur et vis-écrou : $K_{red} = 19,1.10^{-6} \text{ m/rad}$
 Vitesse linéaire de la tige du vérin : $V(t) \text{ m.s}^{-1}$
 Déplacement linéaire de la tige du vérin : $d(t) [m]$
 Correcteur : $C_0(p)$
 Gain du hacheur : $K_H = 1,163$

Pour toute la suite du sujet, on considère : $C_r(p) = 0$.

Tout d'abord, le correcteur est considéré unitaire : $C_0(p) = 1$.

Q19. Donner l'expression littérale de $M(p)$ et, pour garantir un bon asservissement, l'expression littérale de K_{adapt} .

Q20. Déterminer l'expression littérale de la fonction de transfert en boucle ouverte $G_{BO}(p)$ et mettre celle-ci sous forme canonique. Évaluer la classe de cette fonction de transfert. En déduire la précision du système.

On donne l'expression numérique de la fonction de transfert en boucle ouverte :

$$G_{BO}(p) = \frac{0,0112}{p \cdot (0,00028 \cdot p + 1)}$$

Q21. Tracer les diagrammes de Bode asymptotiques et réels de la fonction de transfert $G_{BO}(p)$ sur le **DR3**. En déduire la marge de phase de l'asservissement en effectuant toutes les constructions graphiques nécessaires. Conclure sur le respect de l'exigence 006 « Stabilité ».

La marge de phase M_ϕ est définie par la relation : $M_\phi = 180^\circ + \phi(\omega_{0dB})$

C'est donc : 180° plus la phase de la pulsation de coupure, donc la phase pour laquelle le gain est égal à 0dB.

On désire quantifier la rapidité du système à la suite d'une sollicitation en échelon. On donne les relations permettant de calculer le temps de réponse à 5 %, noté $tr_{5\%}$, pour un système d'ordre deux (avec ξ le facteur d'amortissement et ω_0 la pulsation propre du système non amorti) :

$$\left. \begin{aligned} \xi < \frac{1}{\sqrt{2}} ; tr_{5\%} &\approx \frac{3}{\xi \cdot \omega_0} \\ \xi > \frac{1}{\sqrt{2}} ; tr_{5\%} &\approx \frac{6 \cdot \xi}{\omega_0} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Q22. Déterminer et calculer les paramètres caractéristiques de la fonction de transfert en boucle fermée $G_{BF}(p) = \frac{D(p)}{D_c(p)}$. En déduire le temps de réponse de l'asservissement en vitesse. Conclure sur le respect de l'exigence 004 « Rapidité ».

Afin d'améliorer les performances de l'asservissement, on choisit un correcteur proportionnel de gain K_D tel que $C_0(p) = K_D$. La valeur numérique du gain sera déterminée à partir de deux méthodes :

- approche graphique, à partir de la marge de phase (maîtrise de la stabilité) ;
- approche analytique, à partir d'un comportement imposé.

Q23. À partir de constructions graphiques sur le **DR3**, donner la valeur du gain du correcteur K_{D1} , permettant de garantir une marge de phase supérieure à 70° . La valeur de K_{D1} vous paraît-elle pertinente et réaliste ?

On impose un temps de réponse à 5% de 5 s et un facteur d'amortissement ξ supérieur à 1.

On donne l'expression numérique de $G_{BF}(p)$ avec un correcteur de gain K_D :

$$G_{BF}(p) = \frac{1}{\frac{0,025}{K_D} p^2 + \frac{89}{K_D} p + 1}$$

Q24. À partir des équations (4) liant le temps de réponse, le facteur d'amortissement et la pulsation propre ainsi que de l'expression numérique de $G_{BF}(p)$, donner une expression liant $t_{5\%}$ et

K_{D2} . En déduire la valeur de K_{D2} permettant de respecter la contrainte imposée en termes de rapidité.

On donne ci-dessous les tracés de la sortie du système asservi à la suite d'un échelon de consigne de 10 cm pour $K_{D1} = 220000$ et $K_{D2} = 53$.

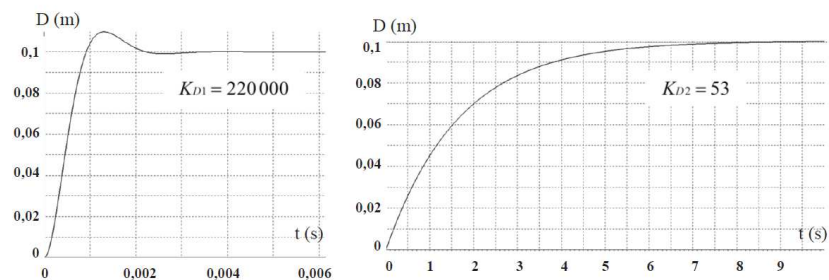
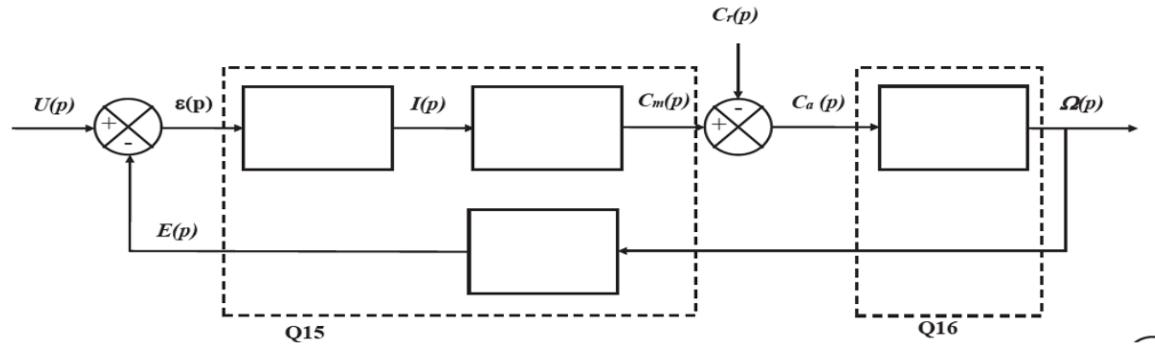


Figure 13 – Réponses indicielles du système asservi

Q25. Commenter les courbes (respect des exigences) et choisir le correcteur qui vous paraît le plus pertinent.

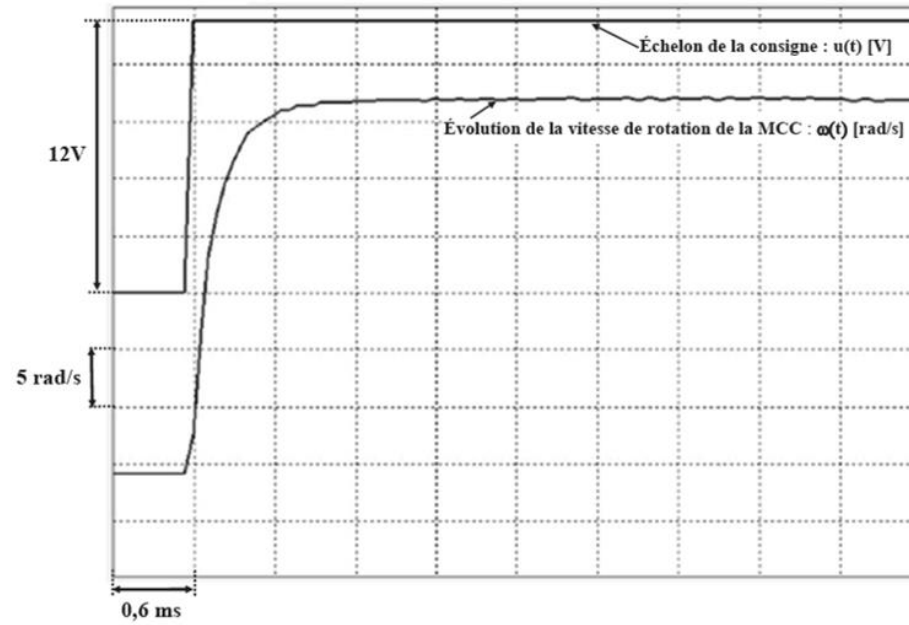
Documents réponses

Q15 – Q16.



DR2 - Réponse indicielle MCC

Q18.



DR3 - Diagrammes de Bode

