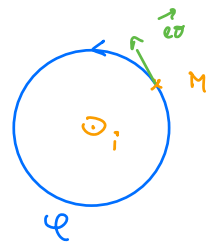


DS 3 - Problème 2

1. Tout plan qui contient le fil est plan de symétrie, et \vec{B} est \perp à un plan de symétrie des courants, donc \vec{B} est selon \vec{e}_0 .
2. Dans un plan \perp au fil les lignes de champ, sur lesquelles la tangente doit être partout \parallel à \vec{e}_0 , doivent être des cercles centrés sur le fil - C'est bien ce que l'on retrouve sur la figure -
3. Invariance par translation le long du fil (infini), donc \vec{B} ne dépend pas de z .
Invariance par rotation autour du fil, donc $\|\vec{B}\|$ ne dépend pas de θ .
Donc $\vec{B}(r) = B_0(r) \vec{e}_0$.

On prend comme contour d'Ampère \mathcal{C} un cercle de rayon r :



$$\oint_{\mathcal{C}} \vec{B} \cdot d\vec{\ell} = 2\pi r B_0(r)$$

et $\mathcal{I}_e = i$

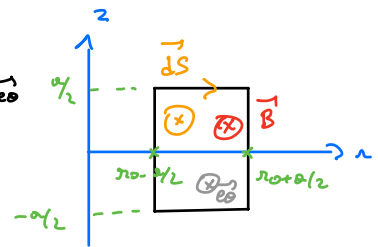
le th. d'Ampère donne donc $2\pi r B_0(r) = \mu_0 i$

et donc $\vec{B}(r) = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{e}_0$

Pour avoir le champ \vec{B} dans le sens indiqué sur la figure, il faut $i > 0$.
Au point M, r est 2 fois plus grand qu'en N, et donc le champ est 2 fois moins intense. Figure page suivante.

4. $\Phi = \iint_{\text{spire}} \vec{B} \cdot d\vec{S}$

avec $\vec{B} = \frac{\mu_0 i}{2\pi r} \vec{e}_0$ et $d\vec{S} = dr dz \vec{e}_0$



D'où $\Phi = \frac{\mu_0 i}{2\pi} \int_{-a/2}^{a/2} dz \times \int_{r_0-a/2}^{r_0+a/2} dr/r$

et donc $\Phi = \frac{\mu_0 i a}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2}\right)$ pour une spire, donc pour les

N spires de la bobine 2, $\Phi = N\Phi$, soit

$$\Phi = \frac{\mu_0 N i a}{2\pi} \ln\left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2}\right)$$

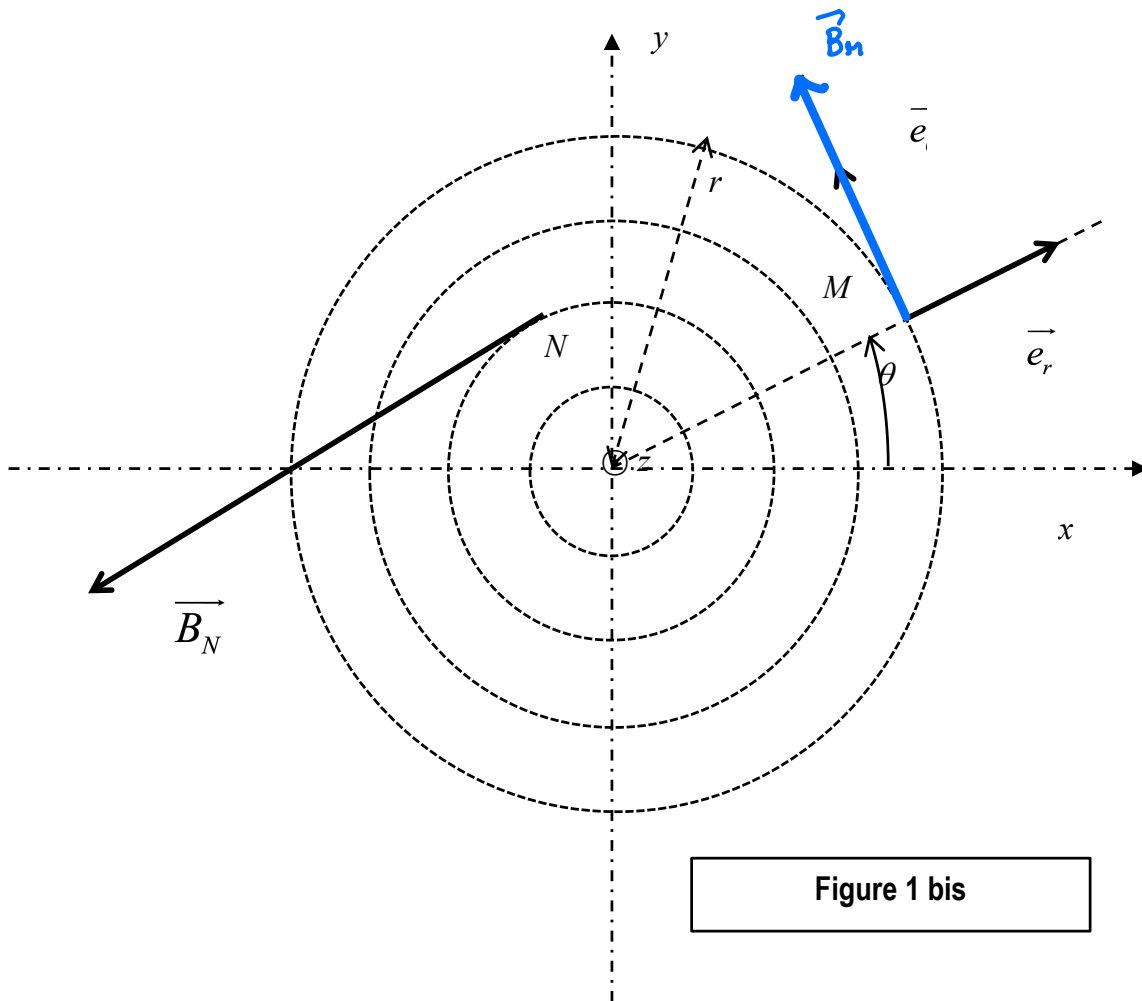


Figure 1 bis

5. C' est plus simple : $\phi_{21} = \frac{\mu_0 N i a^2}{2\pi r_0}$

6. $\left| \frac{\phi_{21} - \phi}{\phi_{21}} \right| = \left| \frac{a/r_0 - \ln\left(\frac{r_0 + a/2}{r_0 - a/2}\right)}{a/r_0} \right|$ A.N : écart relatif de 1,4%

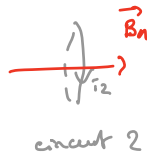
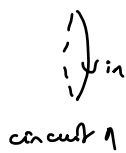
7. $e = -\frac{d\phi_{21}}{dt} = -\frac{\mu_0 N a^2}{2\pi r_0} \frac{di}{dt}$ et, en circuit ouvert, $u_2 = |e|$,
 donc $u_2 = \frac{\mu_0 N a^2}{2\pi r_0} \left| \frac{di}{dt} \right|$ si $i = i_m \cos(\omega t)$, $u_2 = 0$.

8. $i = I_m \cos(\omega t)$, donc $\left| \frac{di}{dt} \right| = I_m \omega |\sin(\omega t)|$
 et donc $u_2 = \frac{\mu_0 N I_m a^2 \omega}{2\pi r_0} |\sin(\omega t)|$

9. $T = 4 + 5 = 20 \text{ ms}$, donc $f = 50 \text{ Hz}$

10. La valeur max de u_2 est 1V, donc $\frac{\mu_0 N I_m a^2 \omega}{2\pi r_0} = U_m$ avec $U_m = 1V$
 On en déduit $I_{\text{eff}} = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$, donc $I_{\text{eff}} = \frac{2\pi r_0 U_m}{\mu_0 N a^2 \cdot 2\pi f \sqrt{2}}$ A.N : $I_{\text{eff}} = 4 \text{ kA}$

11.



Par définition, $\Phi_{21} = M_{21} i_1$

flux au travers du circuit 2 du champ B créé par le circuit 1. courant dans le circuit 1

On avait $\Phi_{21} = \frac{\mu_0 N i_1 a^2}{2\pi r_0}$,

donc $M_{21} = \frac{\mu_0 N a^2}{2\pi r_0}$

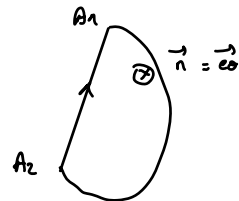
12. C'est une bobine torique à section carrée, qui possède une symétrie de révolution autour de l'axe (Oz) .

$\vec{B}_z(M) = B_z(r, z) \vec{e}_z$, et l'application du th d'Ampère sur un cercle centré sur le fil et passant par M (de rayon r) donne :

$$\begin{cases} \vec{B}(M) = \frac{\mu_0 N i z}{2\pi r} \vec{e}_z & \text{à l'intérieur} \\ \vec{B}(M) = \vec{0} & \text{à l'extérieur} \end{cases}$$

Détail pour la direction : tout plan qui contient (Oz) est plan de symétrie, et \vec{B} est \perp à de tels plans, donc orthoradial.

13. $\Phi_{12} = \iint_{\text{circuit 1}} \vec{B}_2 \cdot \vec{dS}$ avec $\vec{B}_2 = \frac{\mu_0 N i_2}{2\pi r_0} \vec{e}_z$ à l'intérieur
 et $\vec{dS} = dS \vec{e}_z$



Dans un plan méridien du tore signifie un plan qui contient l'axe (Oz) , sur lequel un vecteur normal s'identifie à \vec{e}_z .

Comme "à l'intérieur du tore" revient à découper une surface d'aire a^2 dans un plan méridien, $\Phi_{12} = \frac{\mu_0 N i_2}{2\pi r_0} a^2$

En posant $\Phi_{12} = M_{12} i_2$, cela donne : $M_{12} = \frac{\mu_0 N a^2}{2\pi r_0}$

On retrouve $M_{12} = M_{21}$, ce qui est une propriété générale pour des circuits couplés par inductance mutuelle.