

Centre de gravité d'un disque percé

On s'intéresse à un solide homogène d'épaisseur négligeable et de masse totale m_{tot} .

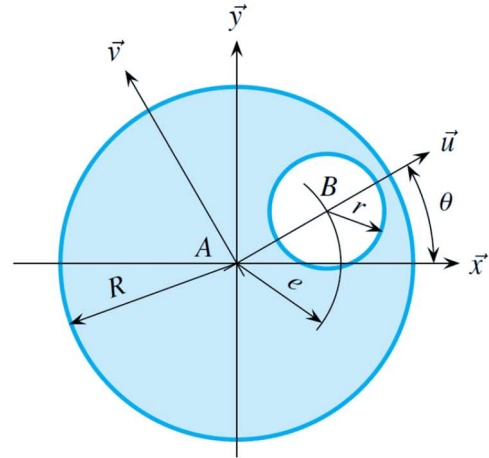
Il est schématisé sur la figure ci-contre et est constitué :

- d'un disque plein 1 de centre A et de rayon R ;
- d'un disque creux 2 de centre B et de rayon r , excentré par rapport au premier disque d'une distance e .

Q.1. Déterminer la position du centre de masse G en fonction de r , R et e dans la base $(\vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$.

On souhaite ramener en A le centre de masse de l'ensemble. Pour cela, on dispose de deux masses ponctuelles additionnelles de coordonnées $P_3(u_3, v_3, 0)$ et $P_4(u_4, v_4, 0)$, de masses respectives m_3 et m_4 .

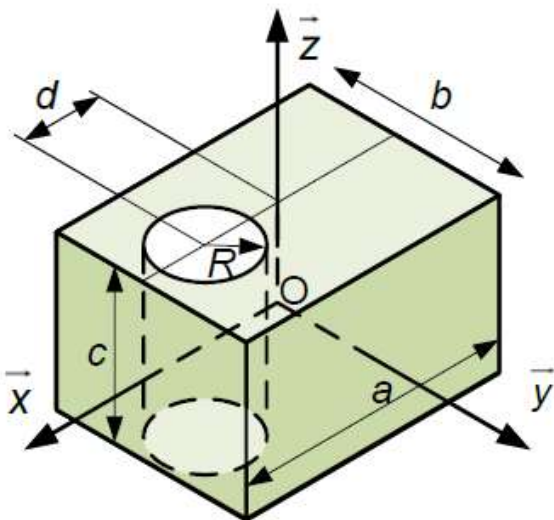
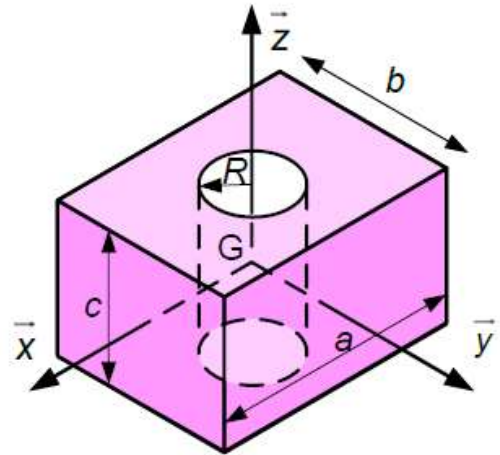
Q.2. Déterminer les conditions à poser sur les coordonnées u_3, v_3, u_4 et v_4 de ces deux points afin d'atteindre l'objectif proposé.



Parallélépipède percé

La matrice d'inertie du cylindre et du pavé sont rappelées sur la page suivante. Il n'est pas attendu de les calculer !

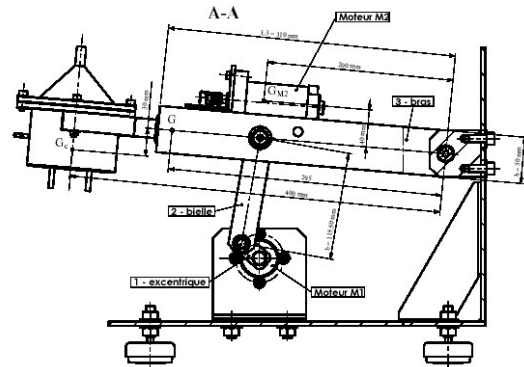
Q.3. Déterminer la matrice d'inertie au point G dans la base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$, d'un parallélépipède de dimension (a, b, c) , percé d'un cylindre de rayon R et de masse volumique ρ . Les deux centres d'inertie des deux volumes sont confondus en G .



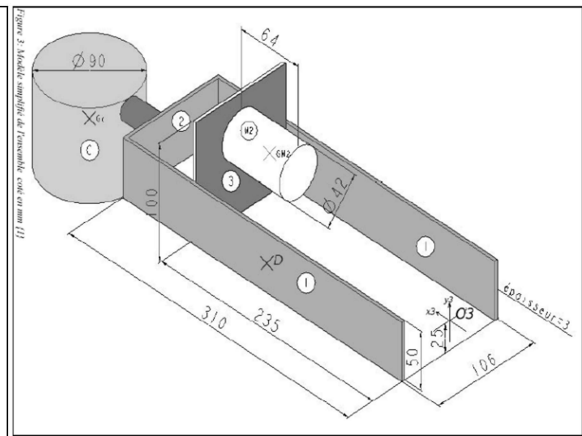
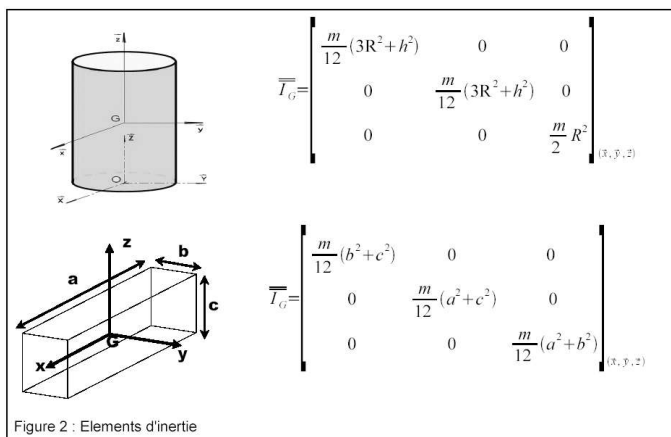
Q.4. Même question mais avec le perçage excentré d'une longueur d suivant $\vec{x}$.

Agitateur de solution médicale

Le système est un agitateur utiliser en laboratoire médicale afin d'accélérer l'action d'enzymes.



On considère ci-dessous un modèle simplifié de l'ensemble mobile {1} :



Le bras **3** constitué de :

- deux plaques **1** d'épaisseur $e_3 = 3 \text{ mm}$, de longueur $L_{31} = 310 \text{ mm}$, de hauteur $h_{31} = 50 \text{ mm}$ et de masse $m_{31} = 0,1 \text{ kg}$;
- une plaque **2** d'épaisseur $e_3 = 3 \text{ mm}$, de largeur $L_{32} = 100 \text{ mm}$, de hauteur $h_{32} = 50 \text{ mm}$ et de masse $m_{32} = 0,033 \text{ kg}$;
- une plaque **3** placée à la distance $d_{33} = 235 \text{ mm}$, d'épaisseur $e_3 = 3 \text{ mm}$, de longueur $L_{33} = 100 \text{ mm}$, de hauteur $h_{33} = 100 \text{ mm}$ et de masse $m_{33} = 0,067 \text{ kg}$;

Le moto-réducteur **M2** :

- modélisé par un cylindre de hauteur $h_{M2} = 64 \text{ mm}$ de diamètre $D_{M2} = 42 \text{ mm}$, de masse $m_2 = 1 \text{ kg}$ et de centre de masse G_{M2} ;

L'ensemble **C** = {pince, enceinte} :

- modélisé par un cylindre de hauteur $h_{cr} = 70 \text{ mm}$ de diamètre $D_{cr} = 90 \text{ mm}$, de masse $m_c = 2,7 \text{ kg}$ et de centre de masse G_c ;

La jonction entre **2** et **C** est négligeable.

On précise les vecteurs suivants :

$$\begin{aligned} \overrightarrow{O_3 G_{M2}} &= x_{G_{M2}} \vec{x}_3 + y_{G_{M2}} \vec{y}_3 = 200 \vec{x}_3 + 40 \vec{y}_3 \text{ (en mm)} \\ \overrightarrow{O_3 G_c} &= x_{G_c} \vec{x}_3 + y_{G_c} \vec{y}_3 = 400 \vec{x}_3 - 30 \vec{y}_3 \text{ (en mm)} \end{aligned}$$

Q.5. Déterminer, à l'aide des données ci-dessus du modèle simplifié, une expression littérale approchée du moment d'inertie I_{O_3z} de l'ensemble mobile {1} (moment d'inertie en O_3 suivant $\vec{z}$).