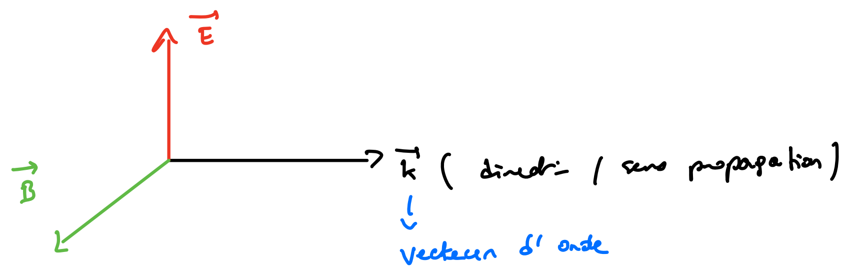
ONDES ÉLECTROMAGNÉTIQUES DANS LE VIDE

1. Propagation dans le vide

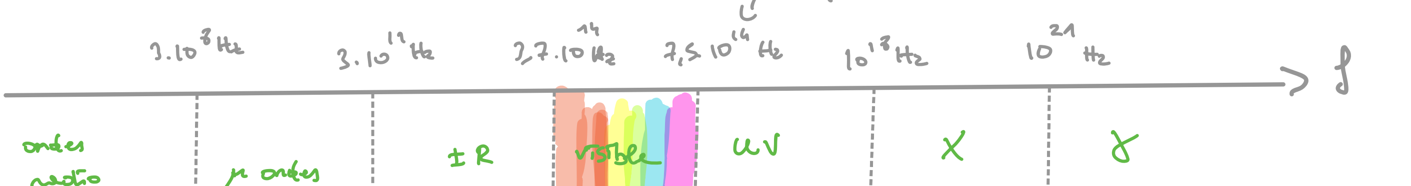
1.1 Domaines des ondes em

- les ondes em sont les seules qui n'ont pas besoin d'un support matériel (en général, une onde est une vibration dans un milieu matériel qui se propage de proche en proche. ex : vagues sur la mer).
- elles consistent en des champ $\vec{E}$ et $\vec{B}$ variables qui s'entretiennent mutuellement via les équations $\vec{rot}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ et $\vec{rot}(\vec{B}) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$.
- ce sont des ondes transversales : vibrations ($\vec{E}$ et $\vec{B}$) ⊥ à la direction de propagation



- Dans le vide, les ondes em se propagent à la vitesse $c = 3.10^8 \ m.s^{-1}$
- Les ondes em peuvent aussi se propager dans des milieux matériels :
  - → diélectriques (isolants) : l'effet essentiel est que la vitesse est plus petite : $v = \frac{c}{n}$
    - pas d'e^- libres
    - (pour des milieux transparents, sinon l'onde est absorbée ...)
    - v : vitesse dans le milieu ; c : vitesse dans le vide ; n : indice de réfraction
  - → conducteurs (métaux, plasma) : cf chapitre suivant
- Les propriétés concrètes (effet sur la matière ...) des ondes em diffèrent considérablement selon leur fréquence :

$$\frac{3.10^8}{4.10^{-7}} = 3/4 . 10^{15}$$



longueur d'onde dans le vide

en effet, les domaines des ondes en sont fondamentalement caractérisés par la fréquence, on ne peut les caractériser par des longueurs d'onde que si l'on prend la longueur dans le vide, via la relation $\boxed{\lambda_{vide} = \frac{c}{f}}$

Si on change de milieu, f reste le même mais λ change : milieu d'indice n, $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c/n}{f} = \frac{1}{n}\frac{c}{f} = \frac{\lambda_{vide}}{n}$

1.2 Equation d'onde → déjà vu chapitre précédent

eq. de Maxwell dans le vide, sans charges ni courants
↳ $\rho = 0$ ↳ $\vec{j} = \vec{0}$

$$\mathrm{div}(\vec{E}) = 0 \qquad \mathrm{div}(\vec{B}) = 0$$

$$\vec{\mathrm{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \vec{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

En appliquant 2 fois le rotationnel à $\vec{E}$ ou $\vec{B}$, et en utilisant la formule $\vec{\mathrm{rot}}(\vec{\mathrm{rot}}(\vec{E})) = \vec{\mathrm{grad}}(\mathrm{div}(\vec{E})) - \vec{\Delta}(\vec{E})$, on obtient :

$$\vec{\mathrm{rot}}(\vec{\mathrm{rot}}(\vec{E})) = -\vec{\Delta}(\vec{E})$$ avec la formule ci-dessus, et $\mathrm{div}(\vec{E}) = 0$

Max. Faraday

$$\vec{\mathrm{rot}}\left(-\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\vec{\mathrm{rot}}(\vec{B})\right) = -\frac{\partial}{\partial t}\left(\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}\right) = -\mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Max. Ampère

Donc $\boxed{\vec{\Delta}(\vec{E}) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}$ même chose pour $\boxed{\vec{B} : \vec{\Delta}(\vec{B}) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{B}}{\partial t^2}}$

équation de d'Alembert

On remarque que la dimension de $\mu_0 \varepsilon_0$ est $\frac{s^2}{m^2}$ et on pose donc $\mu_0 \varepsilon_0 = \frac{1}{c^2}$

(on retient en gl $\boxed{\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1}$) ⇒ $3.10^8\ m.s^{-1} \leftarrow c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$ → $8{,}85.10^{-12}\ F.m^{-1}$; → $4\pi.10^{-7}\ H.m^{-1}$

l'électromagnétisme "contient" la vitesse de la lumière dans le vide (l'électromagnétisme est fondamentalement relativiste)

Rem sur l'analyse dimensionnelle :

$$\underbrace{\vec{\Delta}(\vec{E})}_{\frac{(V\cdot m^{-1})}{m^2}} = \underbrace{\mu_0 \varepsilon_0}_{\frac{s^2}{m^2}} \underbrace{\frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}}_{\frac{(V\cdot m^{-1})}{s^2}} \Rightarrow \mu_0 \varepsilon_0 \text{ en } s^2 \cdot m^{-2}$$

1.3 Onde plane monochromatique

→ souvent noté OPPH ou OPPM

onde plane progressive harmonique (= monochromatique)

C'est la forme d'onde la plus simple qui vérifie l'équation de d'Alembert.

On étudie spécialement les ondes planes monochromatiques (comme les signaux sinusoïdaux en électricité) parce que on peut ensuite construire n'importe quelle onde en les sommant (paquets d'onde, c'est le même principe que les séries de Fourier).

- onde monochromatique : caractérisée par une fréquence bien définie (contient une seule fréquence)

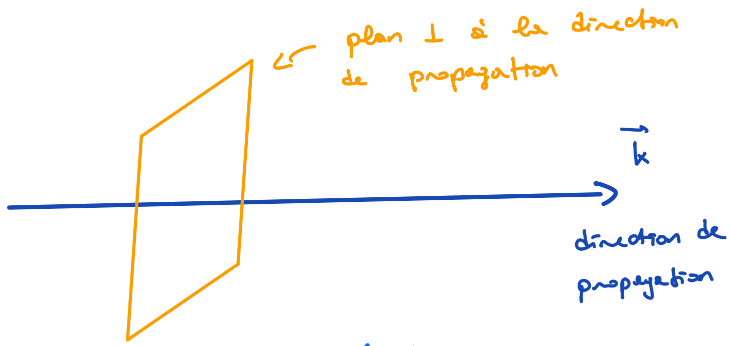
c'est la même chose que pour un signal sinusoïdal

sinusoïdal ⇔ harmonique ⇔ monochromatique

monochromatique car une seule fréquence ⇔ 1 seule couleur.

- onde plane :

les champs $\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont partout les mêmes dans un plan ⊥ à la direction de propagation

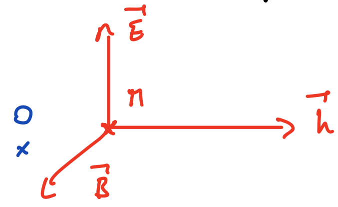


↪ si $\vec{k} = k\,\vec{e_z}$, donc propagation selon l'axe (Oz),
$\vec{E}$ et $\vec{B}$ sont indépendants de x et y.

Rem : quand on ajoute "progressive" c'est par opposition à onde stationnaire.

Une onde plane monochromatique s'écrit, de la façon la + g^{le} possible :

$$\boxed{\begin{aligned}\vec E = \ & E_{0x}\cos(\omega t - \vec k\cdot\vec{OM} + \phi_x)\,\vec{e_x} \\ & + E_{0y}\cos(\omega t - \vec k\cdot\vec{OM} + \phi_y)\,\vec{e_y} \\ & + E_{0z}\cos(\omega t - \vec k\cdot\vec{OM} + \phi_z)\,\vec{e_z}\end{aligned}}$$



Le plus souvent, la direction de propagation est l'un des 3 axes (le + souvent (Oz)) et c'est déjà plus simple :

$$\boxed{\begin{aligned}\vec E = \ & E_{0x}\cos(\omega t - kz + \phi_x)\,\vec{e_x} \\ & + E_{0y}\cos(\omega t - kz + \phi_y)\,\vec{e_y}\end{aligned}}$$

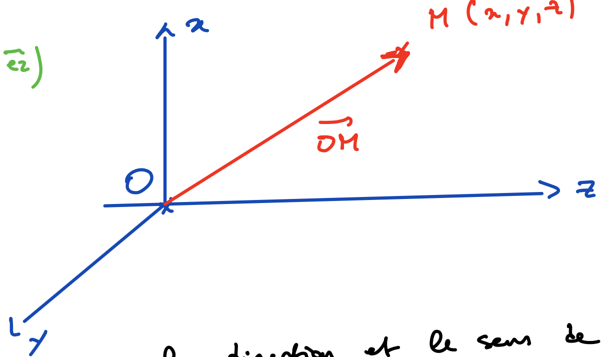
Onde plane monochromatique, avec direction de propagation (Oz) (donc $\vec k = k\,\vec{e_z}$).

On a simplifié quoi ?

→ onde transversale, donc si propagation (Oz), $\vec E \perp \vec{e_z} \Rightarrow E_z = 0$

→ $\vec k\cdot\vec{OM} = (k\,\vec{e_z})\cdot(x\,\vec{e_x} + y\,\vec{e_y} + z\,\vec{e_z})$

$= kz$



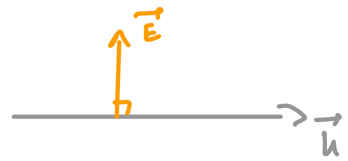
• $\vec k$ est le vecteur d'onde, il donne la direction et le sens de propagation de l'onde et sa norme k est la "pulsation spatiale" ($k = \frac{2\pi}{\lambda}$)

Rem : pour être précis, écrivons $\vec k = k_z\,\vec{e_z}$,
ainsi $\vec k = k\,\vec{e_z}$ si $k_z > 0$ (propagation z ↗)
et $\vec k = -k\,\vec{e_z}$ si $k_z < 0$ (propagation z ↘)

Rem : on décrit toujours a priori une onde par champ $\vec E$,
on peut ensuite déduire $\vec B$ de $\vec E$.

1.4 Polarisation

Une onde em est transverse, il y a donc une notion de polarisation : direction du champ $\vec{E}$ (et $\vec{B}$, mais on privilégie E et B se déduit de E)



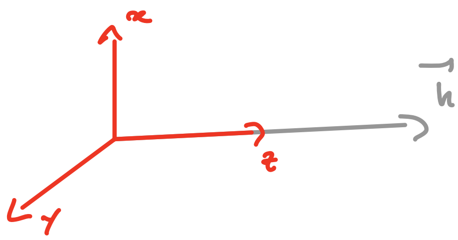
Pour discuter la polarisation, on prend une onde plane monochromatique, propagée vers les z ↗. Ce qui conduit à la forme de champ $\vec{E}$:

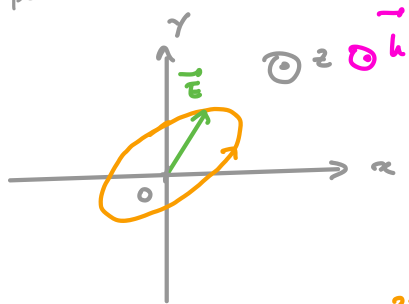
$$\vec{E} = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \phi_x)\, \vec{e_x} + \underbrace{E_{0y}}_{\text{amplitudes}} \cos(\omega t - kz + \underbrace{\phi_y}_{\text{phases}})\, \vec{e_y}$$

Rem : avec $k > 0$,
$\cos(\omega t - kz) \Rightarrow$ propagée z ↗
$\cos(\omega t + kz) \Rightarrow$ propagée z ↘

L'état de polarisation dépend de E_{0x}, E_{0y}, ϕ_x et ϕ_y

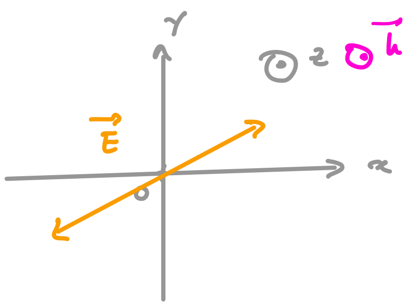
- cas le + général ("rien de spécial") : polarisation elliptique





en une période $\left(T = \frac{2\pi}{\omega}\right)$, $\vec{E}$ décrit une ellipse

- Polarisation rectiligne : $\vec{E}$ garde toujours la même direction



Pour avoir une polarisation rectiligne, il faut :

$\phi_y = \phi_x \; [\pi]$.

→ si $\phi_y = \phi_x$

$$\vec{E} = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \phi_x)\, \vec{e_x} + E_{0y} \cos(\omega t - kz + \phi_x)\, \vec{e_y}$$

$$= \underbrace{\left(E_{0x}\, \vec{e_x} + E_{0y}\, \vec{e_y}\right)}_{\text{direction de polarisation}} \cos(\omega t - kz + \phi_x)$$

→ de même, si $\phi_y = \phi_x + \pi$:

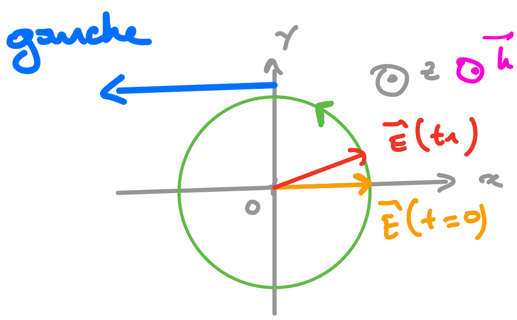
$$\vec{E} = E_{0x} \cos(\omega t - kz + \phi_x)\, \vec{e_x} + E_{0y} \underbrace{\cos(\omega t - kz + \phi_x + \pi)}_{= -\cos(\omega t - kz + \phi_x)}\, \vec{e_y}$$

$$= \underbrace{(E_{0x}\,\vec{e_x} - E_{0y}\,\vec{e_y})}_{\text{direct. de polarisat.}}\cos(\omega t - kz + \varphi_x)$$

- polarisation circulaire : il faut $\begin{cases} E_{0x} = E_{0y} = E_0 \\ \varphi_x \text{ et } \varphi_y \text{ en quadrature (déphasage } \pi/2). \end{cases}$

Cela conduit à 2 possibilités : Dans les 2 cas, l'extrémité de $\vec{E}$ décrit un cercle.

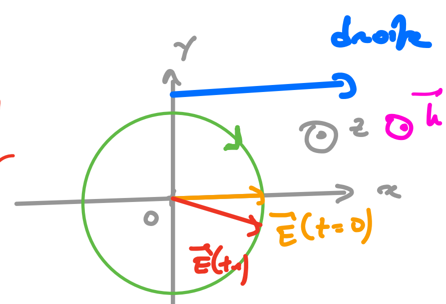
→ $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{e_x} + E_0 \sin(\omega t - kz)\,\vec{e_y}$



pol. circulaire gauche

→ $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\,\vec{e_x} - E_0 \sin(\omega t - kz)\,\vec{e_y}$

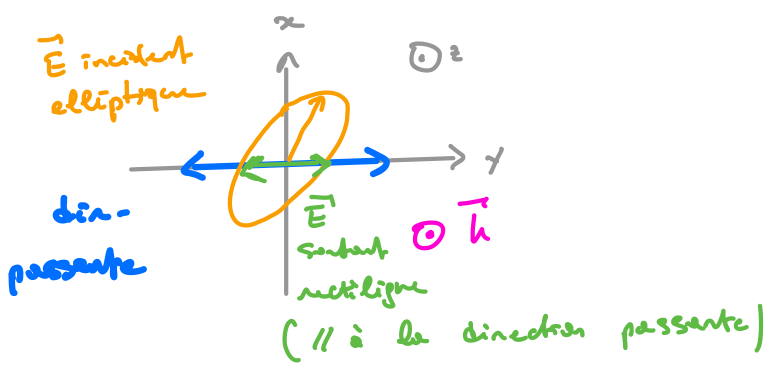
On considère un instant t_1 " légèrement supérieur à $t_0 = 0$ " ($t_1 \ll T$)

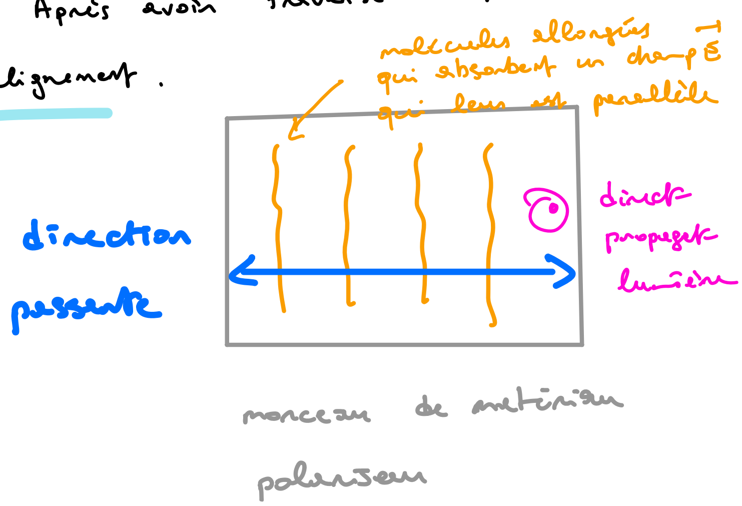


pol. circulaire droite

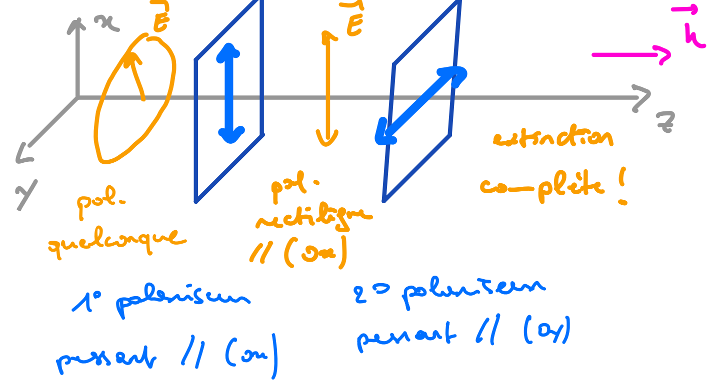
1.5 Polariseurs

polariseur = matériau transparent qui ne laisse passer la lumière que selon une certaine direction de polarisation. Après avoir traversé un polariseur, la lumière est toujours polarisée rectilignement.





- cas de 2 polariseurs croisés :



Application : – intensité lumineuse à la sortie de 2 polariseurs décalés d'un angle α => loi de Malus | vu en TP.

– Écrans LCD → voir TP.

1.6 Notation complexe

Reprenons l'écriture la + générale d'une onde plane monochromatique :

$$\vec{E} = E_{0x} \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM} + \phi_x)\,\vec{e_x}$$
$$+ E_{0y} \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM} + \phi_y)\,\vec{e_y}$$
$$+ E_{0z} \cos(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM} + \phi_z)\,\vec{e_z}$$

On utilise la notation complexe $\underline{\vec{E}}$ associée au champ réel $\vec{E}$ en "remplaçant les cos(..) par des $e^{i(..)}$" (comme en électricité)

Donc $$\underline{\vec{E}} = E_{0x}\, e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM} + \phi_x)}\,\vec{e_x}$$
$$+ E_{0y}\, e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM} + \phi_y)}\,\vec{e_y}$$
$$+ E_{0z}\, e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM} + \phi_z)}\,\vec{e_z}$$

on factorise par $e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM})}$

Donc $$\underline{\vec{E}} = \underbrace{\left(\underbrace{E_{0x} e^{i\phi_x}}_{\underline{E_{0x}}}\vec{e_x} + \underbrace{E_{0y} e^{i\phi_y}}_{\underline{E_{0y}}}\vec{e_y} + \underbrace{E_{0z} e^{i\phi_z}}_{\underline{E_{0z}}}\vec{e_z}\right)}_{\underline{\vec{E_0}} \leftarrow \text{terme constant.}} e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM})}$$

⚠ Le $\underline{\vec{E_0}}$ "cache" les choses !

Soit, en condensant ainsi les notations : $$\boxed{\underline{\vec{E}} = \underline{\vec{E_0}}\, e^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{OM})}}$$

Avec les notations complexes, les opérateurs vectoriels (pour les ondes planes monochromatiques) prennent une forme simple :

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} &= i\omega \vec{E} \\ \mathrm{div}(\vec{E}) &= -i\,\vec{k}\cdot\vec{E} \\ \vec{\mathrm{rot}}(\vec{E}) &= -i\,\vec{k}\wedge\vec{E} \\ \vec{\Delta}(\vec{E}) &= -k^2\vec{E} \end{aligned}}$$

expression simplifiées des opérateurs pour des ondes planes monochromatiques

la justification n'est pas difficile, mais calculatoire.

1.7 Structure d'une onde en plane monochromatique

→ on applique ces nouveaux outils aux éq. Maxwell / propagat.

- $\mathrm{div}(\vec{E}) = 0 \Rightarrow -i\vec{k}\cdot\vec{E} = 0 \Rightarrow \vec{E} \perp \vec{k}$

  $\mathrm{div}(\vec{B}) = 0 \Rightarrow -i\vec{k}\cdot\vec{B} = 0 = \vec{B} \perp \vec{k}$

  justifie le caractère transversal de l'onde em

- $\vec{\mathrm{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ donne : $\cancel{+}\,\cancel{i}\,\vec{k}\wedge\vec{E} = \cancel{+}\,\cancel{i}\,\omega\vec{B}$

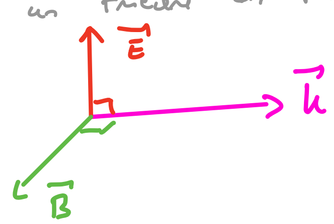
  d'où $\boxed{\vec{B} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega}}$

relation de structure, fonctionne également avec les notations réelles.

c'est toujours ainsi que l'on calcule $\vec{B}$ à partir de $\vec{E}$ (onde em plane)

↳ si pas onde plane, on "revient" à $\vec{\mathrm{rot}}(\vec{E}) = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

On voit ainsi que $\vec{k}$, $\vec{E}$ et $\vec{\omega}$ forment un trièdre direct.



On peut aussi exploiter l'aspect dimensionnel :

$\vec{B} = \frac{\vec{k}\wedge\vec{E}}{\omega} \Rightarrow B = \frac{kE}{\omega}$ Or, $\underset{s^{-1}}{\frac{\overset{m^{-1}}{k}}{\omega}} = \frac{1}{c} \Rightarrow \boxed{B = \frac{E}{c}}$

T ; champ $\vec{E}$; $V.m^{-1}$; $m.s^{-1}$; champ B ; vitesse

- $\overrightarrow{\mathrm{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$ donne essentiellement les mêmes informations

(on obtient $\vec{E} = -\frac{c^2}{\omega} \vec{k} \wedge \vec{B}$)

- équat° de propagation : $\vec{\Delta}(\vec{E}) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$

donne $-k^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} (i\omega)^2 \vec{E}$

et donc $k^2 \vec{E} = \frac{\omega^2}{c^2} \vec{E} \Rightarrow \boxed{k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}}$

relation de dispersion pour les ondes planes dans le vide.

On voit ainsi que $\underbrace{k}_{m^{-1}} = \frac{\overset{s^{-1}}{\omega}}{\underbrace{c}_{m.s^{-1}}}$

la relation de dispersion est toujours utile dans tous les phénomènes ondulatoires.

1.8 Retour sur la double périodicité spatiale et temporelle

$\vec{E} = \underbrace{E_0}_{\text{amplitude}} \cos(\omega t - kz) \underbrace{\vec{e_x}}_{} \rightarrow$ polarisat° rectiligne selon (Ox)

direct° de propagation (Oz)

le signe indique propagat° vers les z ↗ (en admettant que $k > 0$)

Les variables temps et espace sont couplées (dans le $\cos(\omega t - kz)$) ce qui indique une onde qui se propage (progressive) (par opposit° à une onde stationnaire)

Double périodicité :

- temporelle : À $z = z_0$ fixé, $\vec{E} = E_0 \underbrace{\cos(\omega t - \overbrace{kz_0}^{\text{terme de phase}})}_{\text{ne dépend que de } t} \vec{e_x} \Rightarrow$ signal temporel

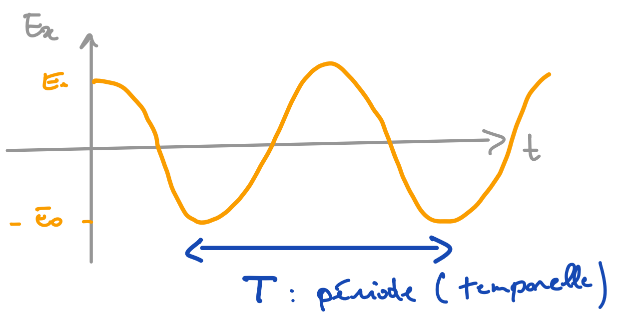
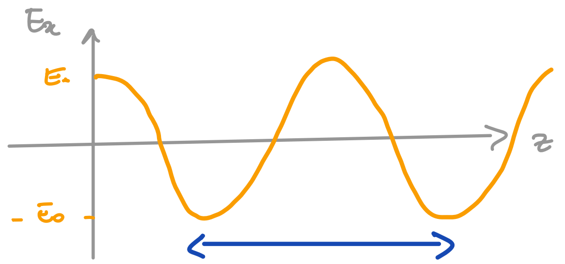


illustration : on étudie le mouvement (de haut en bas) d'un objet flottant sur l'eau lors du passage des vagues.

- spatiale : À $t = t_0$ fixé, $\vec{E} = E_0 \cos(\overbrace{\omega t_0 - kz}^{\text{terme de phase}})\,\vec{e_x}$ ⇒ signal spatial

$\cos(\omega t_0 - kz)$: ne dépend que de z



λ : longueur d'onde
(période spatiale)

illustration : on prend une photo des vagues ...

Résumé des différentes grandeurs spatiales et temporelles de l'onde :

	spatiale	temporelle
période	λ : longueur d'onde (m)	T : période (s)
fréquence	σ : nombre d'onde (m^{-1})	f : fréquence (Hz $= s^{-1}$)
pulsation	k : vecteur d'onde (rad . m^{-1} $= m^{-1}$)	ω : pulsation (rad . s^{-1} $= s^{-1}$)

$\lambda = c\,T$

$\sigma = \frac{1}{c} f$

$k = \frac{\omega}{c}$

⚠ $\lambda = v \cdot T$ ← vitesse de propagation, attention si $v = \frac{c}{n}$ ...

$k = 2\pi\sigma$ $\qquad$ $\omega = 2\pi f$

$\sigma = 1/\lambda$ $\qquad$ $f = \frac{1}{T}$

$\lambda = \frac{2\pi}{k}$ $\qquad$ $T = \frac{2\pi}{\omega}$

le + souvent, on retient $\boxed{k = \frac{2\pi}{\lambda}}$

$\boxed{k = \frac{\omega}{c}}$ souvent utile

relation de dispersion

1.9 Aspects énergétiques

Le déplacement d'énergie associé à l'onde est donné par le vecteur de Poynting :

$\vec{\pi}$ donne la direction / sens de déplacement de l'énergie.

$\vec{\pi}$ et $\vec{k}$ sont colinéaires (et ds le m sens)

$\pi = \|\vec{\pi}\|$ est la puissance par u. de surface transportée par l'onde.

(Rappel : $P = \iint_S \vec{\Pi} \cdot \vec{dS}$)

puissance em qui traverse surface S

- Calcul du vecteur de poynting associé à une onde plane monochromatique :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0} \quad \text{(déf. de } \vec{\Pi} \text{)}$$

Or, pour une onde plane / monochromatique, $\vec{B} = \dfrac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$

D'où $\vec{\Pi} = \dfrac{1}{\mu_0 \omega} \vec{E} \wedge (\vec{k} \wedge \vec{E})$

Rappel : double produit vectoriel :
$\vec{a} \wedge (\vec{b} \wedge \vec{c}) = (\vec{a} \cdot \vec{c})\vec{b} - (\vec{a} \cdot \vec{b})\vec{c}$

$$= \frac{1}{\mu_0 \omega} \left((\vec{E} \cdot \vec{E})\vec{k} - \underbrace{(\vec{E} \cdot \vec{k})}_{= 0 \text{ car } \vec{E} \perp \vec{k}} \vec{E} \right)$$

D'où $\vec{\Pi} = \dfrac{1}{\mu_0 \omega} E^2 \vec{k}$: on voit que $\vec{\Pi}$ et $\vec{k}$ colinéaires (^ sens)

Or, $\vec{k} = \dfrac{\omega}{c} \vec{u}$ ($\vec{u} = \dfrac{\vec{k}}{k}$: vecteur unitaire direct / sens de propagat.)

D'où $\vec{\Pi} = \dfrac{1}{\mu_0 \cancel{\omega}} E^2 \dfrac{\cancel{\omega}}{c} \vec{u}$ et $\dfrac{1}{\mu_0 c} = \varepsilon_0 c$

Et donc $\boxed{\vec{\Pi} = \varepsilon_0 c E^2 \vec{u}}$

L'énergie transportée par l'onde Π (puissance par u. de surface) est proportionnelle à E^2.

- On peut relier Poynting aux densités d'énergie :

$w_{el} = \dfrac{\varepsilon_0 E^2}{2}$ et $w_{mag} = \dfrac{B^2}{2\mu_0}$, or pour une onde en plane monochromatique dans le vide, $B = \dfrac{E}{c}$

(par ex, on la retrouve avec $\vec{B} = \dfrac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$
$\Rightarrow B = \dfrac{kE}{\omega} = \dfrac{\omega E}{c \omega} = \dfrac{E}{c}$)

donc $w_{mag} = \dfrac{(E/c)^2}{2\mu_0} = \dfrac{E^2}{2\mu_0 c^2}$

$$= \frac{\varepsilon_0 E^2}{2}$$

Ainsi $w_{el} = w_{mag}$ et $w_{el} + w_{mag} = 2 w_{el}$ pour une onde ...

$$w = w_{el} + w_{mag} = \varepsilon_0 E^2$$

On avait $\vec{\pi} = \varepsilon_0 c E^2 \vec{u}$

d'où $\boxed{\vec{\pi} = w c \vec{u}}$

vitesse de propagation de l'onde

puissance par u. de surface

densité volumique d'énergie em

- Valeur moyenne :

On s'intéresse très souvent à la valeur moyenne de $\|\vec{\pi}\|$,

qui est donc l'énergie moyenne par u. de surface.

On l'appelle, particulièrement en optique, intensité lumineuse ou éclairement.

$$\boxed{I = \langle \|\vec{\pi}\| \rangle}$$

très utile en optique ondulatoire.

On reprend $\vec{\pi} = \varepsilon_0 c E^2 \vec{u} \Rightarrow \|\vec{\pi}\| = \varepsilon_0 c E^2$

Or, $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kz)\, \vec{e_x}$ (par exemple ...)

$\Rightarrow E^2 = \vec{E}\cdot\vec{E} = E_0^2 \cos^2(\omega t - kz)$

Et $\underbrace{\langle \cos^2(\omega t - kz) \rangle}_{\text{moyenne temporelle sur une période}} = \frac{1}{2}$ donc $\langle E^2 \rangle = \frac{E_0^2}{2}$

Ainsi, $\boxed{I = \frac{\varepsilon_0 c E_0^2}{2}}$ relation très utile en pratique !

Applications :

- lumière arrivant du soleil sur la terre :
  $I \approx 1\ kW/m^2 \Rightarrow E_0 \simeq 900\ V.m^{-1}$

- laser de TP : $10\,W$ sur une surface de $1\ mm^2$
  $\Rightarrow I = \frac{P}{S} = 10^7\ W.m^{-2}$
  $\Rightarrow E_0 \simeq 9.10^4\ V.m^{-1}$

2. Réflexion sur un conducteur parfait

2.1 Conducteur parfait

Approximation du comportement d'un milieu conducteur (présence d'e^- libres) qui revient à poser $\gamma \to \infty$ (conductivité infinie).

conséquences essentielles : pas de champ $\vec{E}$ ni de $\vec{B}$ variable dans le conducteur.

Plus en détail :

- $\underbrace{j = \gamma E}_{\text{loi d'Ohm locale}}$ donc il faut $E = 0$ si $\gamma = \infty$ pour ne pas avoir $\underbrace{j = \infty}$.

  courants électriques infinis $\Rightarrow$ pas acceptable.

- $\text{div}(\vec{E}) = \rho/\varepsilon_0 \Rightarrow \rho = 0$

  charge volumique nulle.
  (les éventuelles charges en excès dans le conducteur sont localisées en surface)

- $\vec{\text{rot}}(\vec{E}) = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} \Rightarrow \dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0 \Rightarrow B_{\text{variable}} = 0$

  il peut y avoir un champ $\vec{B}$ constant (mais cela ne peut pas correspondre à des ondes em)

- $\vec{\text{rot}}(\vec{B}) = \mu_0 \vec{j} \left(\cancel{+ \mu_0 \varepsilon_0 \dfrac{\partial \vec{E}}{\partial t}}\right)$

  donc si $\vec{B} = \vec{0}$, $\vec{j} = \vec{0} \Rightarrow$ pas de $\vec{j}$ variable

Résumé :

> conducteur parfait
> γ infinie
> $\vec{E} = \vec{0}$
> $\rho = 0$
> $\vec{B}_{\text{variable}} = \vec{0}$
> $\vec{j}_{\text{variable}} = \vec{0}$

il ne peut y avoir des champs $\vec{B}$ et courants que constants.

charges en surface.