

Programme de colles de la semaine 14 (du 6 au 11 janvier)

Equations de Maxwell

Résumé des relations intégrales vues en régime stationnaire. Divergence, rotationnel, théorèmes de Stokes et d'Ostrogradski. Passage aux relations locales. Equations de Poisson et Laplace.

Formules d'analyse vectorielle $\text{div}(\mathbf{rot}(\mathbf{E}))=0$ et $\mathbf{rot}(\mathbf{rot}(\mathbf{E})) = \mathbf{grad}(\text{div}(\mathbf{E})) - \Delta(\mathbf{E})$ pour tout champ vectoriel \mathbf{E} ; $\mathbf{rot}(\mathbf{grad}(V))=0$ pour tout champ scalaire V . Interprétation de ces formules avec l'opérateur nabla.

Régime variable : loi de Faraday et relation locale associée, équations intégrale et locale de conservation de la charge, nécessité de l'introduction du courant de déplacement dans l'équation de Maxwell-Ampère.

Résumé des équations de Maxwell complètes.

Couplage entre les champs \mathbf{E} et \mathbf{B} , propagation d'ondes électromagnétiques, établissement de l'équation d'onde dans le vide, sans charges ni courants, pour \mathbf{E} et \mathbf{B} . Discussions sommaires sur l'ARQS.

Densités volumiques d'énergie électrique et magnétique, établissement à partir d'une situation simplifiée (condensateur et solénoïde sans effets de bord). Equations intégrale et locale de conservation de l'énergie électromagnétique, vecteur de Poynting.

Puissance volumique cédée par le champ aux charges mobiles, effet Joule, bilan local et intégral d'énergie.

Questions de cours :

1. Divergence, théorème d'Ostrogradski
2. Rotationnel, théorème de Stokes
3. Equations de Maxwell, relations locales et intégrales
4. Equations intégrale et locale de conservation de la charge, nécessité du courant de déplacement
5. Etablissement de l'équation d'onde pour \mathbf{E} et \mathbf{B}
6. Retrouver avec un modèle simple les expressions des densités volumiques d'énergie électromagnétiques
7. Equations intégrale et locale de conservation de l'énergie électromagnétique
8. Vecteur de Poynting : expression, aspect dimensionnel et ordres de grandeur
9. Bilan intégral et local d'énergie en présence d'effet Joule

Ondes électromagnétiques dans le vide

Les différents domaines de fréquence des ondes électromagnétiques, ordres de grandeur, applications. Equations de Maxwell sans charges ni courants, équation de d'Alembert, vitesse de propagation dans le vide.

Forme générale d'une onde plane progressive monochromatique, notion de polarisation, action d'un polariseur sur une onde polarisée rectilignement, loi de Malus.

Notation complexe d'une onde plane progressive monochromatique, expressions des opérateurs vectoriels. Application aux équations de Maxwell, structure d'une onde plane progressive monochromatique : caractère transverse, relation $\mathbf{B}=(\mathbf{k} \wedge \mathbf{E})/\omega$. Relation de dispersion $k=\omega/c$.

Déplacement d'énergie associé à la propagation d'une onde plane progressive monochromatique : expression du vecteur de Poynting $\mathbf{\Pi}=w\mathbf{cu}$, expression de l'intensité (valeur moyenne de la norme du vecteur de Poynting) associée : $I=\varepsilon_0 c E_0^2/2$.

Questions de cours :

1. Etablissement de l'équation d'onde pour E et B dans le vide sans charges ni courants, vitesse de propagation
2. Ecriture la plus générale d'une onde plane progressive monochromatique, notation complexe
3. Action d'un polariseur sur une onde polarisée rectilignement, loi de Malus
4. Opérateurs vectoriels pour une onde plane progressive monochromatique en notation complexe, justification pour l'opérateur divergence
5. Justifier le caractère transverse et la relation $\mathbf{B} = (\mathbf{k} \wedge \mathbf{E}) / \omega$ pour une onde plane progressive monochromatique
6. Retrouver la relation de dispersion à partir de l'équation de d'Alembert
7. Justifier l'expression du vecteur de Poynting $\mathbf{\Pi} = w \mathbf{c} \mathbf{u}$ pour une onde plane monochromatique
8. A partir de la relation précédente, retrouver $I = \varepsilon_0 c E_0^2 / 2$ et évaluer les champs E et B pour la lumière en provenance du soleil au niveau de la terre