Discovery 1

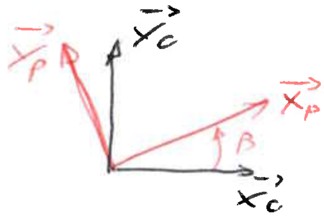
q1) Avec la condition de roulement sans glissement RSG

$$\vec{V}(I_D \in Roue/R_0) = \vec{0} = \vec{V}(A \in Roue/R_0) + \vec{I_DA} \wedge \vec{\Omega}(Roue/R_0)$$

$$\vec{V}(I_D \in Roue/R_0) = \overbrace{\vec{V}(A \in Roue/cadre)}^{\vec{0}} + \vec{V}(A \in cadre/Roue) + \vec{I_DA} \wedge \vec{\Omega}(Roue/R_0)$$

$$\vec{V}(A \in cadre/Roue) = -\vec{I_DA} \wedge \vec{\Omega}(Roue/R_0) = -r\,\vec{z_p} \wedge \dot{\theta}_D\,\vec{y_p}$$

$$\underline{\underline{\vec{V}(A \in cadre/Roue) = r\,\dot{\theta}_D\,\vec{x_p}}}$$



q2) $\vec{I_CA} \cdot \vec{V}(A \in cadre/roue) = 0$

si $\Delta y = 0$ $\quad \vec{I_CA} = \begin{pmatrix} \frac{e}{2}\,\vec{x_c} \\ a\,\vec{y_c} \\ 0\,\vec{z_c} \end{pmatrix}$

$$\begin{pmatrix} \frac{e}{2}\,\vec{x_c} \\ a\,\vec{y_c} \\ 0\,\vec{z_c} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} r\dot{\theta}_D \cos\beta \\ r\dot{\theta}_D \sin\beta \\ 0 \end{pmatrix} = \frac{e}{2} r\dot{\theta}_D \sin\beta + a r \dot{\theta}_D \cos\beta = 0$$

$$\Rightarrow \quad \underline{\underline{\tan\beta = -\frac{e}{2a}}}$$

$$\tan\beta = -\frac{800}{2 \cdot 1440} \qquad \underline{\underline{\beta = -15{,}524°}}$$

q3) On a : $a = -\dfrac{e}{2\tan\theta}$ avec $\theta = -15{,}524 \pm 10^{-3}$

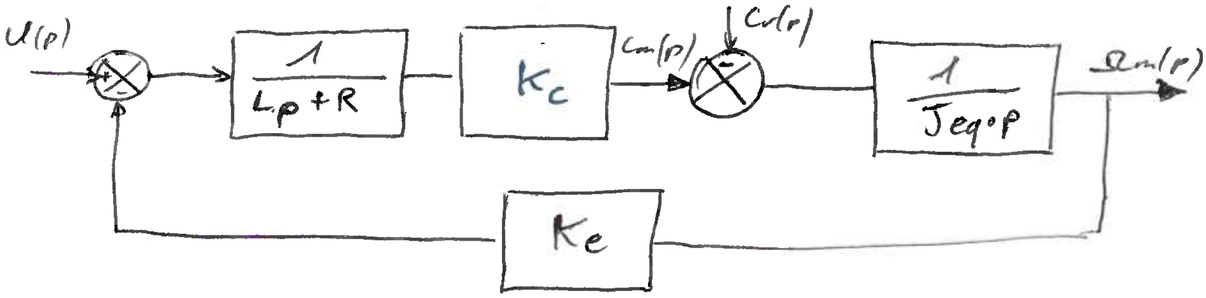
$$a_{min} = -\frac{800}{2\tan(-15{,}525)} \qquad a_{min} = 1439{,}9 \text{ mm}$$

$$a_{max} = -\frac{800}{2\tan(-15{,}523)} \qquad a_{max} = 1440{,}1 \text{ mm}$$

l'erreur est de $\underline{\underline{\pm 0{,}1 < \pm 5\text{mm}}}$ $\quad$ <u>cdcf respecté</u>

q4) $U(p) = Lp\,I(p) + R.I(p) + E(p)$ $\qquad C_m(p) = k_c\,I(p)$

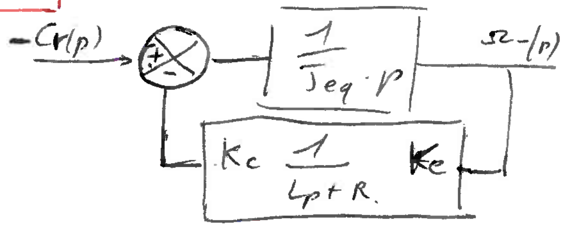
$E(p) = K_e\,\Omega_m(p)$ $\qquad C_m(p) - C_r(p) = J_{eq}\,p\,\Omega_m(p)$



q5) $$H_1(p)_{(C_r(p)=0)} = \frac{\frac{1}{Lp+R}\,K_c\,\frac{1}{J_{eq}\cdot p}}{1 + \frac{K_c K_e}{(Lp+R)\,J_{eq}\cdot p}} = \frac{K_c}{L J_{eq} p^2 + J_{eq} R p + K_c K_e}$$

$$\boxed{H_1(p)_{(C_r(p)=0)} = \frac{1/K_e}{\frac{L J_{eq}}{K_c K_e} p^2 + \frac{J_{eq} R}{K_c K_e}\cdot p + 1}}$$

$$H_1(p)(U(p)=0) = \frac{\frac{1}{J_{eq}\cdot p}}{1 + \frac{1}{J_{eq}\cdot p}\cdot\frac{K_c K_e}{(Lp+R)}}$$



$$= \frac{(Lp+R)}{J_{eq}.L p^2 + J_{eq} R\, p + K_c K_e}$$

$$\boxed{H_1(p)(U(p)=0) = \frac{\frac{R}{K_c.K_e}\cdot\left(\frac{L}{R}\cdot p + 1\right)}{\frac{J_{eq} L}{K_c K_e} p^2 + \frac{J_{eq}.R}{K_c K_e} p + 1}}$$

$$\Omega_m(p) = H_1(p)_{(C_r(p)=0)} \cdot U(p) - H_1(p)(U(p)=0) \cdot C_r.$$

q6) $$\frac{\Omega_m(p)}{U(p)} = \frac{K_m}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)} = \frac{K_m}{1 + \tau_1.\tau_2\cdot p^2 + (\tau_1+\tau_2)p}$$

$$\tau_1\cdot\tau_2 = \frac{L J_{eq}}{K_c K_e} = a = \frac{0{,}15\,10^{-3}\;5{,}3.10^{-3}}{0{,}113 \cdot 0{,}113} = 6{,}22\,10^{-5} \qquad K_m = \frac{1}{K_e} = \frac{1}{0{,}113} = 8{,}85\ \text{rad/s/V}$$

$$\tau_1 + \tau_2 = \frac{J_{eq}\,R}{K_c K_e} = b = \frac{5{,}3.10^{-3}.\,0{,}07}{0{,}113\,.\,0{,}113} = 0{,}029$$

$\tau_1 = \frac{a}{\tau_2}$ et $\frac{a}{\tau_2} + \tau_2 = b$ $\qquad \tau_2 = 0{,}0023\,s$ ou $0{,}0267$

$\tau_2^2 - b\tau_2 + a = 0$ $\qquad \tau_1 = 0{,}027\,s$

97) • $V = \omega_{Roue} \cdot r = \omega_{moteur} \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot r$

$$K_R = k_1 \cdot k_2 \cdot r = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{28,9} \cdot 0,115 \qquad \underline{K_R = 9,95.10^{-4}\ m/rad}$$

• $\mathcal{E}(p) = V_c(p) \cdot K_{conv} - \Omega_m(p) \cdot K_{vit}$

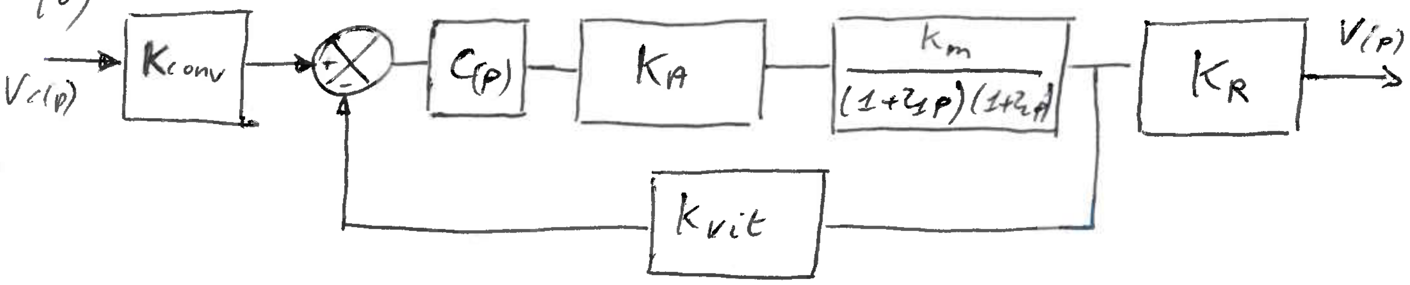
$$\mathcal{E}(p) = V_c(p) \cdot K_{conv} - V(p) \frac{K_{vit}}{k_1 \cdot k_2 \cdot r}$$

Pour que $\mathcal{E}(p) = 0$ lorsque $V_c(p) = V(p)$ il faut que :

$$K_{conv} = \frac{K_{vit}}{k_1\, k_2 \cdot r} = \frac{1,4 .10^{-3} \cdot 4 \cdot 28,9}{0,115}$$

$$\underline{K_{conv} = 1,407\ V.m^{-1}.s}$$

98)



99) $$H(p) = \frac{V(p)}{V_c(p)} = K_{conv}\, K_R \cdot \frac{C(p)\, K_A \frac{K_m}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}}{1 + \frac{C(p)\, K_A\, K_m K_{vit}}{(1+\tau_1 p)(1+\tau_2 p)}}$$

$$H(p) = \frac{K_{conv}\, K_R\, C(p)\, K_A\, K_m}{\tau_1 \tau_2\, p^2 + (\tau_1 + \tau_2)\, p + 1 + C(p)\, K_A K_m K_{vit}}$$

$$H(p) = \frac{\frac{K_{conv}\, K_R\, C(p)\, K_A\, K_m}{(1 + C(p)\, K_A K_m K_{vit})}}{\frac{\tau_1 \cdot \tau_2}{(1+C(p) K_A K K_{vit})} p^2 + \frac{(\tau_1 + \tau_2)}{(1 + C(p) K_A K K_{vit})} p + 1}$$

on a $K_{conv} \cdot K_R = K_{vit}$

$$K = \frac{K_{vit}\, K_A\, K_m}{1 + K_A K_m K_{vit}} \Rightarrow \underline{K = 8,9\ 10^{-2}}$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{1 + K_A K_m K_{vit}}{\tau_1 \cdot \tau_2}} \Rightarrow \underline{\omega_0 = 133\ rad/s}$$

$$\xi = \frac{1\,(\tau_1 + \tau_2)}{2\,(1 + K_A K_m K_{vit})} \cdot \omega_0 \Rightarrow \underline{\xi = 1,77}$$

q10) ξ est supérieur à 1 on n'a donc pas de dépassement. Entre $t = 0s$ et $t = tr_{5\%}$, a_{moy} peut être approximé par $\frac{V_{MAX}}{t_{r5\%}}$, on aura donc $a_{MAX} > a_{moy}$

q11) $tr_{5\%} \cdot \omega_0 = 10$ d'après l'abaque

$$tr_{5\%} = \frac{10}{133} \Rightarrow \underline{\underline{tr_{5\%} = 0{,}075\ s}}$$

$$V = 0{,}3\ m/s \qquad a_{moy} = \frac{0{,}3}{0{,}075} = 4\ m/s^2$$

L'exigence n'est pas satisfaisante l'accélération est beaucoup trop grande, il faudrait utiliser une rampe comme consigne.

q12) Erreur en régime permanent

$$\varepsilon = \lim_{t \to +\infty} (s(t) - e(t)) = \lim_{p \to 0} p(S(p) - E(p)) \qquad S(p) = H(p) \cdot E(p)$$

$$\varepsilon = \lim_{p \to 0} p \left(\frac{K}{1 + \frac{2\xi}{\omega_0} p + \frac{1}{\omega_0^2} p^2} \cdot \frac{V_c(p)}{p} - \frac{V_c}{p} \right)$$

$$\varepsilon = V_c(p)(K - 1) \qquad \underline{\underline{\varepsilon = 0 \text{ si } K = 1.}}$$

On peut ajouter un intégrateur dans la fonction de transfert pour rendre le système précis.

q13) Pour la FTBO on ne prend que les blocs entre la sortie et le moins du sommateur.

$$H_{BO}(p) = k_p \left(1 + \frac{1}{T_i p}\right) \cdot \frac{k_A\ K_m\ K_{vit}}{(1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

$$H_{BO}(p) = \frac{k_p k_A k_m k_{vit} (T_i p + 1)}{T_i \cdot p\ (1 + \tau_1 p)(1 + \tau_2 p)}$$

$$\boxed{K_{BO} = \frac{k_p k_A k_m k_{vit}}{T_i}}$$

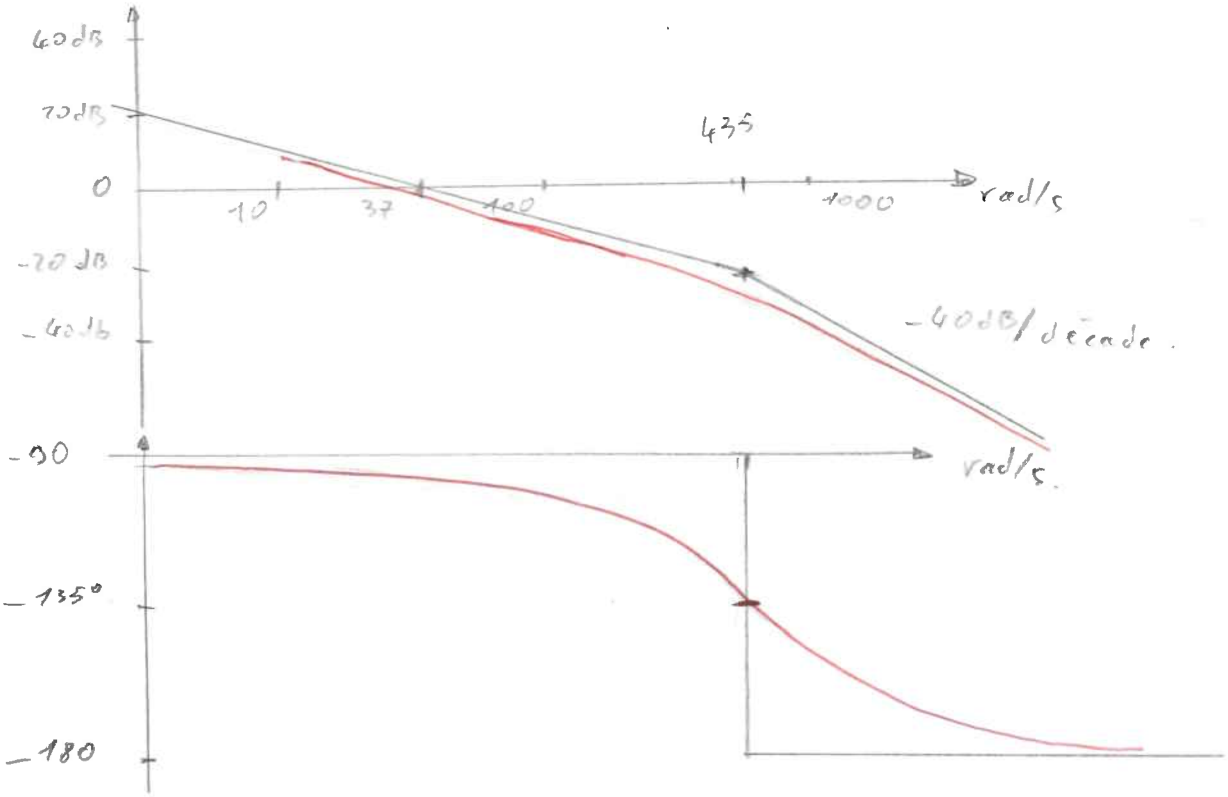
q14) Le mode le plus lent correspond à la constante de temps la plus grande soit $\tau_1 = 0{,}027$ s

On a alors $H_{BO}(p) = K_{BO} \cdot \dfrac{1}{p(1+\tau_2 p)}$

q15) $K_{BO} = 37\, K_p$

- Le correcteur apporte un intégrateur le système sera donc précis
- Avec $K_p = 1$, on a $H_{BO}(p) = \dfrac{37}{p(1+0{,}0023\, p)}$

$\tau_2 = 0{,}0023$ s $\quad \omega_2 = 435$ rad/s



On veut $M\varphi \geqslant 45°$, il faut donc remonter la courbe de gain afin qu'elle coupe l'axe à 435 rad/s (pulsation ayant une phase de $-135°$). On cherche K

$$\text{Gain}_{dB} = 20 \log K - 20 \log 435 - 20 \log \sqrt{(1+0{,}0023^2 \cdot 435^2)} = 0$$

$$= 20 \log K - 52{,}77 - 3 = 0$$

$$K = 10^{\frac{55{,}7}{20}} \Rightarrow K = 614 = 37\, K_p \qquad \boxed{K_p = 16{,}6}$$

Graphiquement :

Pour $\omega = 435$ rad/s, le gain vaut environ -23 dB

il faut donc remonter la courbe de 23 dB, soit

$20 \log C_p = 23$

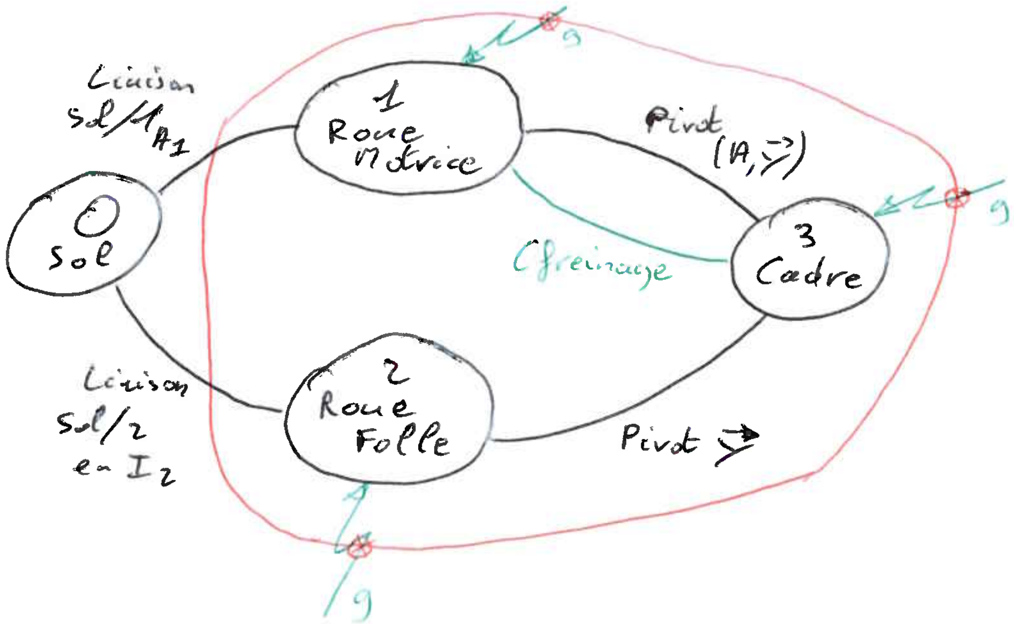
$C_p = 10^{\frac{23}{20}}$ => $\boxed{C_p = 14,13}$

q16) Pour $K_p = 0,1$ on trouve une perte à l'origine de 0,3 m/s pour 0,3 s => $a = 1$ m/s qui est supérieur à 0,8 m/s. Aucune valeur de K ne satisfait le cdcf et $K_p = 0,1$ est la valeur la plus proche, les autres ayant une accélération supérieure.

q17) La simulation et le réel sont stables et précis et répondent aux simulations.

Pour la rapidité la simulation est plus rapide que le réel et le réel est trop rapide par rapport au cdcf. ($\frac{0,3}{0,2} = 1,5\ m/s^2 > 0,8\ m/s^2$).

q18) On a le graphe de structure :



• Application du théorème de la résultante dynamique

$$m\,\overrightarrow{\Gamma}(G/R) = \sum \vec{F}_{\bar{E}\to E} = \sum \vec{F}_{\bar{\Sigma}\to\Sigma}$$

$$m\,\overrightarrow{\Gamma}_{\Sigma/R}(G) = -m_\Sigma\,\gamma\,\vec{x}$$

Les forces extérieures • m_Σ sur $\vec{z}$

• sol/1 : $-X_{01}\,\vec{x} + Z_{01}\,\vec{z}$

• sol/2 : $Z_{02}\,\vec{z}$

• Freinage c'est un moment.

On a donc : $-m_\Sigma\,\gamma = -X_{01} \Rightarrow \boxed{m_\Sigma\,\gamma = X_{01}}$

q19) Application du théorème du moment dynamique sur 1.

• $\vec{\delta}(A,1/0) = \sum \vec{M}_A(\bar{1}\to 1)$

A correspond au centre de gravité de la roue.

$\vec{\delta}(A,1/0) = \dfrac{d\,\vec{\sigma}(A,1/0)}{dt}$; avec $\vec{\sigma}(A,1/0)\cdot\vec{y} = J\dot{\theta}$

On a donc $\vec{\delta}(A,1/0)\cdot\vec{y} = J\ddot{\theta}$

• Les forces extérieures à 1 :

• $m_1 g\,\vec{z}$ appliquée en A $\Rightarrow \vec{M}(A,\text{Poids})\cdot\vec{y} = 0$

• Liaison sol en I_1 : $-X_{01}\,\vec{x} + Z_{01}\,\vec{z}$

$$\vec{M}(A,LS\,0/1) = \overrightarrow{AI_1}\wedge\begin{pmatrix}-X_{01}\\0\\Z_{01}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\0\\-r\end{pmatrix}\wedge\begin{pmatrix}-X_{01}\\0\\Z_{01}\end{pmatrix}$$

$$\vec{M}(A,LS\,0/1) = r\,X_{01}\,\vec{y}$$

• Pivot en A $\vec{M}(A,\text{Pivot}) = \vec{0}$ pas de frottement.

• Couple de freinage $\vec{M}(A,\text{Frein}) = -C_f\,\vec{y}$

On a donc : $J\ddot{\theta} = r\,X_{01} - C_f$ avec $\ddot{\theta} = \dfrac{-\gamma}{r}$

$$C_f = r\,m_\Sigma\,\gamma + J\frac{\gamma}{r}$$

$$\boxed{C_f = \gamma\left(\frac{J}{r} + m_\Sigma\cdot r\right)}$$

q20) $\boxed{C_f = \gamma . m_\Sigma . r}$

q21) Moment dynamique en I_2 : mvt de translation

On a $\vec{\delta}(I_2, \Sigma/0) = \cancel{\vec{\delta}(G, \Sigma/0)} + m_\Sigma \overrightarrow{I_2G} \wedge \vec{\Gamma}(G, \Sigma/0)$ $\vec{0}$

$$\vec{\delta}(I_2, \Sigma/0) = m_\Sigma \begin{pmatrix} -(\ell - x_G) \\ 0 \\ z_G \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -\gamma \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \Rightarrow \boxed{\vec{\delta}(I_2, \Sigma/0) = -m_\Sigma z_G \gamma . \vec{y}}$$

q22) Forces extérieures :

- Sol /2 en I_2 $\quad \vec{M}(I_2, sol/2) = \vec{0}$
- sol /1 en I_2 $\quad \vec{M}(I_2, sol/1) = \overrightarrow{I_2I_1} \wedge \vec{F}_{0\to 2} = \begin{pmatrix} -\ell \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -x_{01} \\ 0 \\ z_{01} \end{pmatrix}$

$$\underline{\vec{M}(I_2, sol/1) = \ell \, z_{01} \vec{y}}$$

- Poids m_Σ en G

$$\vec{M}(I_2, \text{Poids } m_\Sigma) = \overrightarrow{I_2G} \wedge \overrightarrow{\text{Poids}}_{m_\Sigma} = \begin{pmatrix} -(\ell - x_G) \\ 0 \\ z_G \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ -m_\Sigma g \end{pmatrix}$$

$$\underline{\vec{M}(I_2, \text{Poids } m_\Sigma) = (x_G - \ell) . m_\Sigma . g \, \vec{y}} .$$

On a donc : $\underline{-m_\Sigma . z_G \gamma = \ell z_{01} + (x_G - \ell) . m_\Sigma . g}$

pour $z_{01} = 0$ $\quad z_G . \gamma + (x_G - \ell) . g = 0 \Rightarrow \boxed{\gamma_{NB/1} = \frac{(\ell - x_G) . g}{z_G} = 5{,}68 m/s^2}$

q23) A la limite du glissement $x_{01} = -\mu . z_{01}$

On a donc : $-m_\Sigma z_G \gamma = -\frac{x_{01} . \ell}{\mu} + (x_G - \ell) m_\Sigma . g$

$$\Leftrightarrow + \gamma \left(-m_\Sigma z_G + m_\Sigma \frac{\ell}{\mu} \right) = (x_G - \ell) m_\Sigma g$$

$$\Leftrightarrow \boxed{\gamma_{NG,1} = \frac{\mu (x_G - \ell) . g}{-z_G \mu + \ell} = 5{,}13 m/s^2}$$

q24) pour une décélaration suivant $-\vec{x}$, $\gamma_{NB,2} = 4{,}5 m/s^2$ et $\gamma_{NG,2} = 5{,}5 m/s^2$, la décélaration maximale est donc de $4{,}5 m/s^2$.

Le basculement pour une décélaration suivant $+\vec{x}$ est impossible puisque $\vec{z}_{01}$ diminue la décelartion aussi puisque x_{01} est liée à $\vec{z}_{01}$, on aura du glissement.