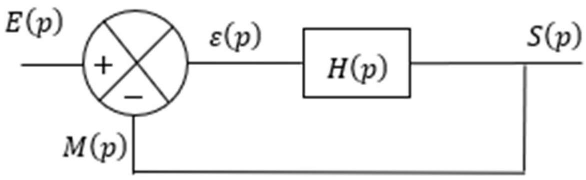
Déterminer les performances des SLCI

Soit le système suivant :



Et

$$G(p) = \frac{S(p)}{E(p)}$$

$$H(p) = \frac{10}{1 + 0{,}11p + 0{,}001p^2}$$

Q.1. **Déterminer l'écart statique du système.**

Écart statique signifie que l'entrée est un échelon. En considérant un échelon d'amplitude E_0 :

La classe étant de 0, l'erreur est de $\frac{E_0}{1+10}$.

Q.2. **Tracer le diagramme de Bode de la FTBO.**

$$H(p) = \frac{10}{1 + 0{,}11p + 0{,}001p^2} = 10\frac{1}{(1 + 0{,}1p)}\frac{1}{(1 + 0{,}01p)}$$

On a donc un gain de 10 puis deux premiers ordres avec comme pulsation de coupure $\omega_1 = 10 rad.s^{-1}$ et $\omega_2 = 100 rad.s^{-1}$.

Q.3. **Déterminer les marges de stabilité et déterminer si le système est stable.**

La lecture graphique donne $M_\varphi = 59°$ et M_G est infinie (-180° est atteint quand la pulsation tend vers l'infini, or la limite du gain en l'infini est – l'infini). Donc le système est stable.

$$H(p) = \frac{20}{p(2 + 12p + 10p^2)}$$

Q.1. **Déterminer l'écart statique du système.**

Le système est de classe 1 donc l'erreur statique est nulle.

Q.2. **Tracer le diagramme de Bode de la FTBO.**

$$H(p) = \frac{20}{p(2 + 12p + 10p^2)} = \frac{10}{p}\frac{1}{1 + 6p + 5p^2} = \frac{10}{p}\frac{1}{(1 + p)}\frac{1}{(1 + 5p)}$$

On a donc un gain de 10 avec un intégrateur puis deux premiers ordres avec comme pulsation de coupure $\omega_1 = \frac{1}{5} = 0{,}2 rad.s^{-1}$ et $\omega_2 = 1 rad.s^{-1}$.

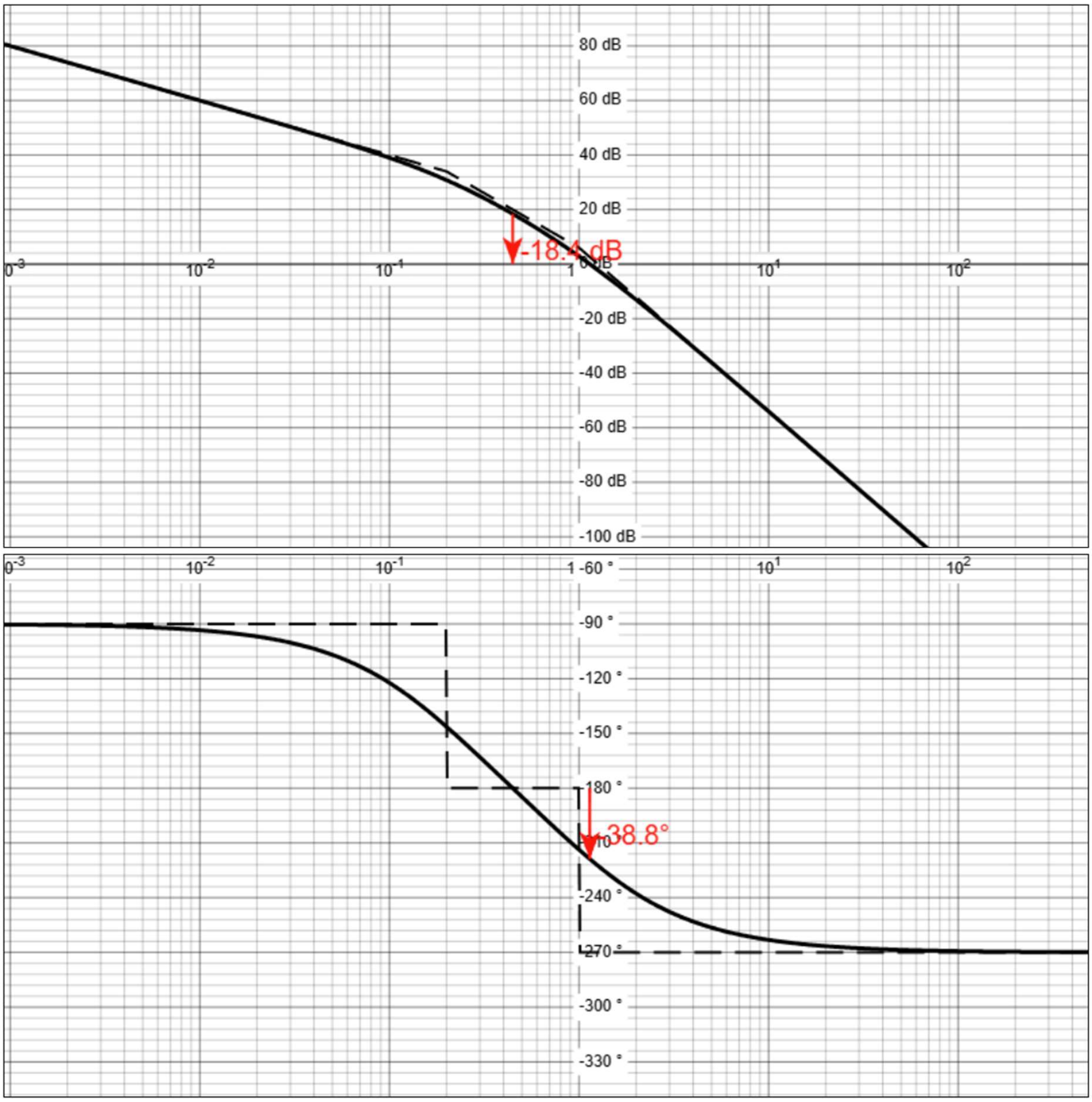
On sait qu'un intégrateur à une pente de -20dB/décade, il suffit de déterminer un point pour le tracer.

On ne considère que l'intégrateur avec le gain.

Soit on trouve la pulsation pour laquelle le gain s'annule : $G(H(j\omega)) = 20\log(10) - 20\log(\omega) = 0dB$, donc $\omega_{0dB} = 10 rad.s^{-1}$.

Soit on prend un ω quelconque (simple à calculer), par exemple 1 : $G(H(1j)) = 20\log(10) - 20\log(1) = 20dB$.

Pour une pente de -20dB/décade, avoir 20dB pour $\omega = 1$ implique avoir 40dB pour $\omega = 0{,}1$ (avant les pulsations de coupure). A partir de $0{,}2rad.s^{-1}$ la pente est de $-40dB/dec$ donc 0dB est atteint avant $2rad.s^{-1}$



Q.3. **Déterminer les marges de stabilité et déterminer si le système est stable.**

La lecture graphique donne $M_\varphi = -39°$ et $M_G = -18dB$ donc le système est instable.

Il n'y a pas d'erreur, bien que l'erreur statique soit nulle, le système est instable, c'est un exemple qui montre qu'il faut toujours vérifier la stabilité afin de considérer la précision.

L'intégrateur dit qu'en régime permanent l'erreur pour une entrée en échelon est nulle. Cependant, les marges de stabilité mettent en évidence que le système est instable, c'est-à-dire que le régime permanent ne sera jamais atteint. Considérer l'erreur statique pour un système instable n'a donc pas de sens.

$$G(p) = \frac{10}{11}\frac{1}{1 + 0{,}01p + 9.10^{-5}p^2}$$

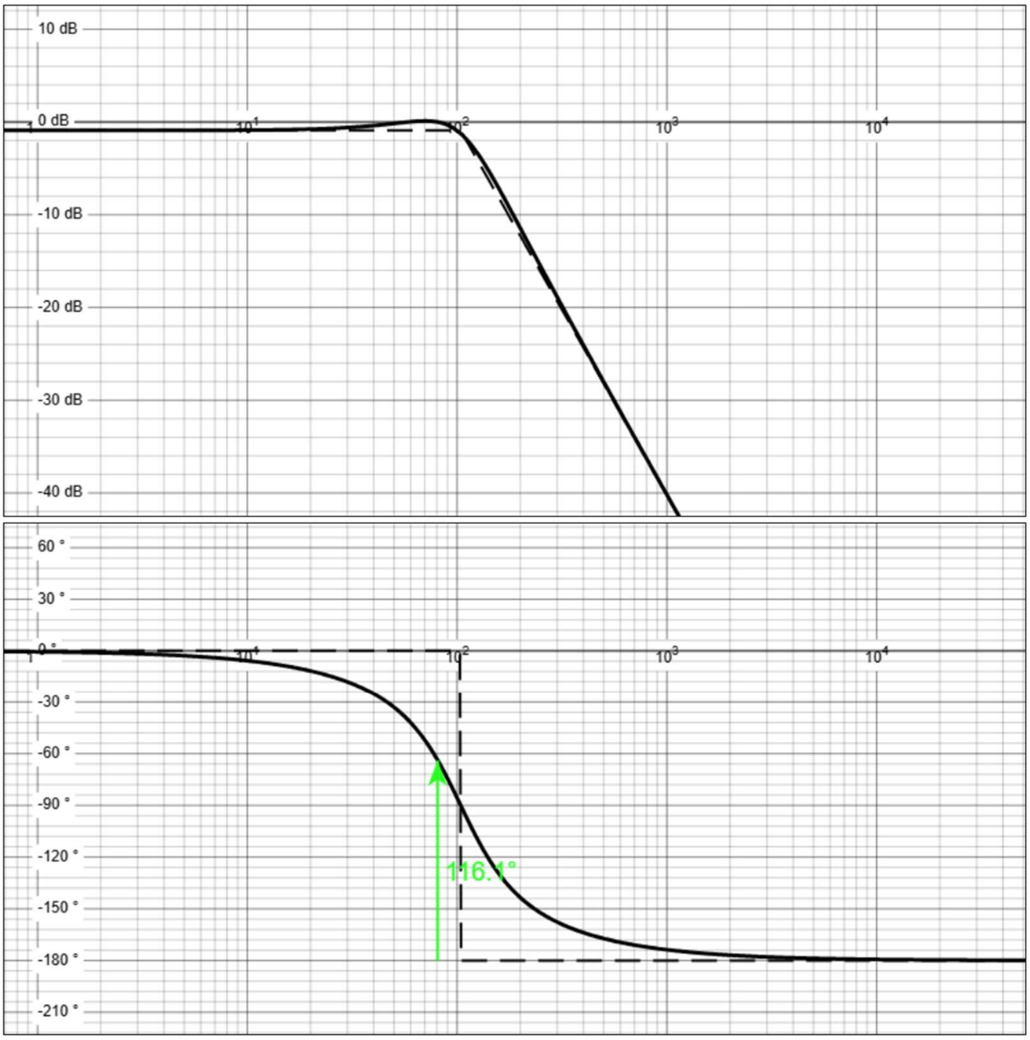
Q.4. **Tracer le diagramme de Bode de la FTBF.**

On détermine ω_0 et ξ : $\omega_0 = 105 rad.s^{-1}$ et $\xi = 0{,}53$.

Il y a résonance, la pulsation de résonance est : $\omega_r = \omega_0\sqrt{1 - 2\xi^2} = 70 rad.s^{-1}$. Le facteur de résonance est $Q = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} = 1{,}12$; on trouve alors en dB : $20\log(Q) = 1dB$.

On sait également à partir de la valeur de ξ que le dénominateur admet une racine double (ω_0 est la pulsation de coupure).

ATTENTION : Regarder les marges n'a pas de sens sur la FTBF ! (le logiciel montrent les marges sans distinction sur les fonctions de transfert).



Q.5. **Déterminer la bande passante à -3dB.**
A peu près $128 rad.s^{-1}$.

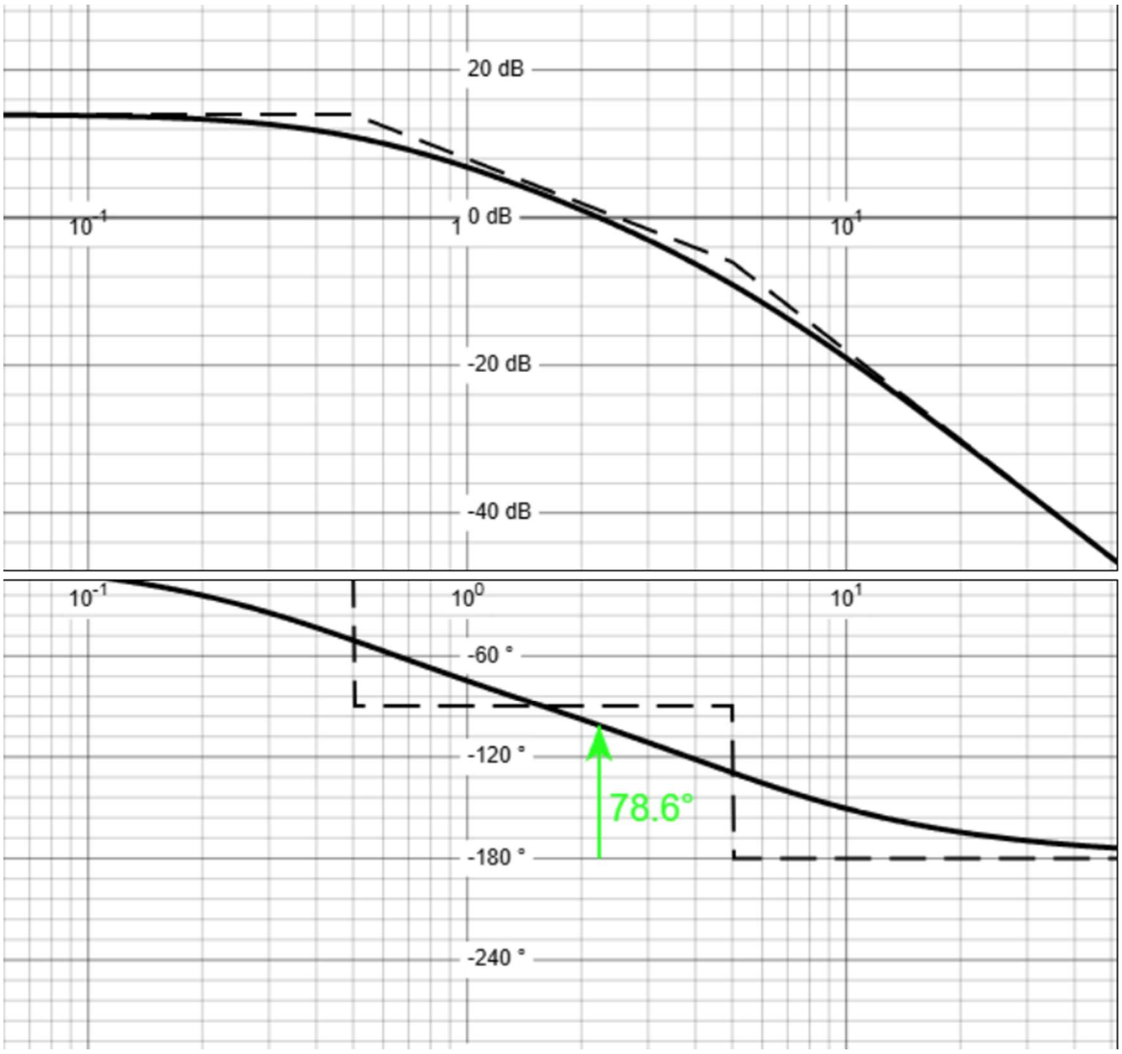
Q.6. **Si cela est possible, déterminer pour quelle plage de pulsation l'ordre du système peut être réduit.**
Le système a une racine double, ce n'est pas possible de réaliser une réduction d'ordre.

$$G(p) = \frac{5}{(1+2p)(1+0{,}2p)}$$

Q.4. **Tracer le diagramme de Bode de la FTBF.**

Gain 5, pulsation de coupure : 0,5 et 5.

ATTENTION : regarder les marges n'a pas de sens sur la FTBF ! (le logiciel montrent les marges sans distinction sur les fonctions de transfert).



Q.5. **Déterminer la bande passante à -3dB.**

Pour un premier ordre, on sait que le tracer réel passe à -3dB au niveau de la pulsation de coupure, donc la bande passante est de $0{,}5 rad.s^{-1}$.

Q.6. **Si cela est possible, déterminer pour quelle plage de pulsation l'ordre du système peut être réduit.**

On peut le considérer comme un premier ordre à peu près jusqu'à $1 rad.s^{-1}$ au-delà de cette pulsation la phase est trop impactée par le second premier ordre.