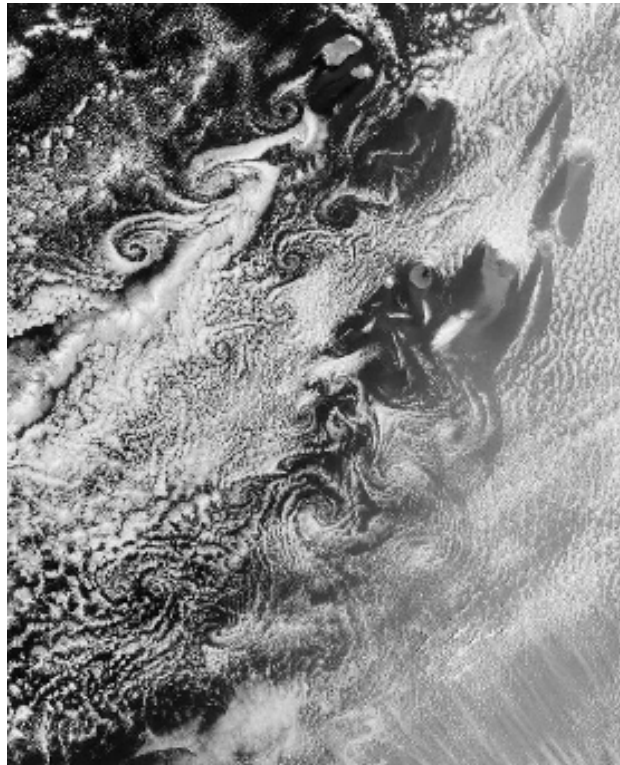


## Problème 1 : Différents aspects de l'écoulement dans une lame de savon

L'étude d'écoulements tourbillonnaires plans, dits aussi bi-dimensionnels, s'applique dans de nombreux domaines, dont les écoulements géophysiques. Parmi ceux-ci, une thématique particulièrement riche est celle des écoulements tourbillonnaires océaniques et atmosphériques de fluide (eau ou air) sur des distances horizontales grandes devant l'épaisseur de la couche de fluide concernée. L'image satellite de la figure 1 présente une allée tourbillonnaire dans le sillage des îles du Cap Vert (image NASA).



### I Interféromètre de Michelson et épaisseur d'une lame de savon

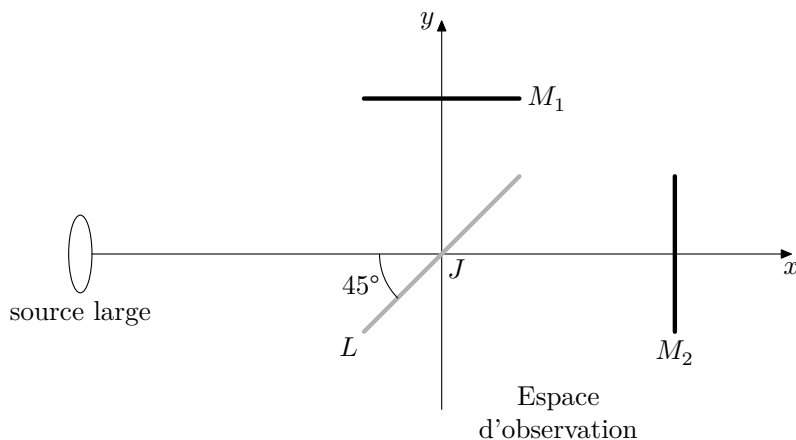
Le but de cette partie est de quantifier, par l'étude de la figure d'interférence à la surface d'une lame de savon, l'écart que présente celle-ci à un écoulement rigoureusement plan. On procédera par analogie avec la figure d'interférence obtenue à l'aide d'un interféromètre Michelson réglé en coin d'air.

**I.A** – On considère un interféromètre de Michelson dans lequel l'ensemble {lame séparatrice + compensatrice} est assimilé à une unique lame semi-réfléchissante d'épaisseur négligeable. On la note par la suite lame séparatrice ( $L$ ).

L'interféromètre, éclairé par une source étendue monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  est réglé comme schématisé sur la figure 2 : les deux bras sont dissymétriques du fait de la position relative des miroirs :  $M_1$  est parallèle à  $(J, x)$  et  $M_2$  est parallèle à  $(J, y)$  mais ils ne sont pas à égale distance de  $J$ . On considère que les deux ondes qui émergent de l'interféromètre vers l'espace d'observation ont le même éclairement  $I_0$ .

**Q 1.** Sur la figure A du document réponse, à rendre avec la copie, tracer avec soin les deux rayons issus du rayon incident qui émergent de l'interféromètre dans l'espace d'observation. Sur le même schéma, dans l'espace réservé à cet effet, montrer graphiquement que l'on peut considérer que ces deux rayons sont issus d'une « lame d'air » d'épaisseur  $e$  que l'on représentera. On supposera que l'indice de l'air est égal à 1.

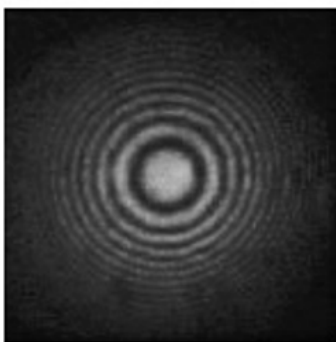
**Q 2.** Établir la différence de marche introduite par le système en fonction de l'angle d'incidence  $\theta$  sur cette lame et de son épaisseur  $e$ .



**Figure 2** Schéma de l'interféromètre éclairé par une source large

**Q 3.** Où est localisée la figure d'interférence ? Comment l'observer dans de bonnes conditions si l'on dispose d'un jeu complet de lentilles convergentes de distances focales comprises entre 20 cm et 1 m ? Un schéma clair de la situation expérimentale correspondante est attendu.

**Q 4.** Montrer que la figure d'interférence est formée d'anneaux d'égale inclinaison (justifier ce terme). On observe sur l'écran la figure d'interférence présentée figure 3.



**Figure 3** Figure d'interférence : anneaux d'égale inclinaison

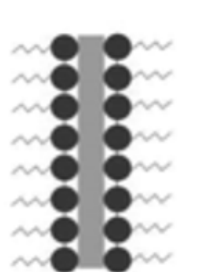
On souhaite maintenant régler l'appareil au contact optique.

**Q 5.** Décrire l'opération : faut-il tourner ou translater un miroir ? Comment savoir dans quel sens ? Décrire l'évolution de la figure d'interférence au cours de l'opération. Quel est l'aspect de l'éclairement sur l'écran une fois ce réglage réalisé ?

**Q 6.** Partant de cette situation on incline un des miroirs d'un petit angle  $\alpha$  pour former un coin d'air. On éclaire le système en incidence quasi-normale de telle sorte que l'on observe des franges d'interférences rectilignes parallèles entre elles. Où sont-elles localisées ? Préciser les conditions de leur observation.

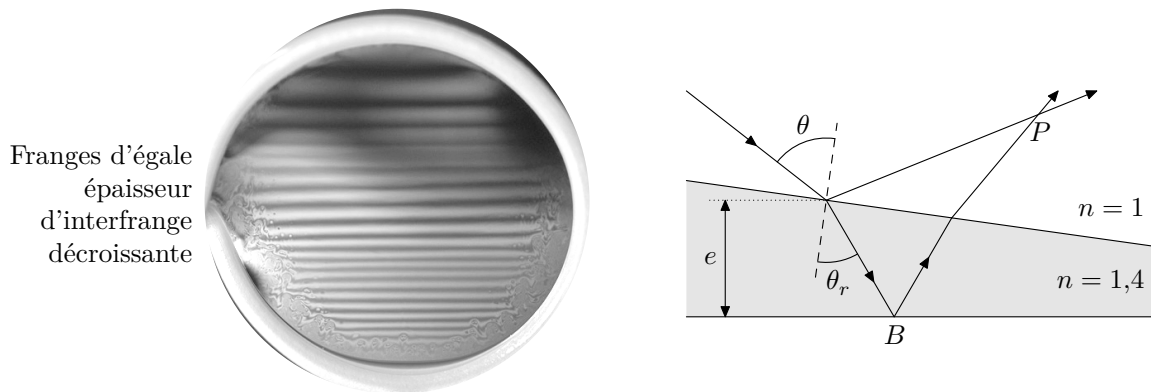
**Q 7.** On admet que la différence de marche introduite par le coin d'air en un point  $M$  de la surface de localisation situé à une distance  $x$  de l'arête commune des deux miroirs est  $\delta(M) \approx \pm 2n\alpha x$  avec  $n = 1$ . Déterminer l'interfrange  $i$  sur la surface de localisation, en fonction de  $\alpha$  et  $\lambda_0$ . Comment évolue la figure d'interférence si l'angle  $\alpha$  varie ?

**I.B** – Une lame de savon est constituée d'une mince couche d'eau entourée de part et d'autre par une couche de savon. Cette configuration est due aux tensio-actifs contenus dans le savon. Ces molécules sont constituées de deux parties distinctes : une tête hydrophile, généralement ionique, et une queue hydrophobe, généralement constituée d'une chaîne carbonée (figure 4).



**Figure 4**

Cette propriété amène ainsi les tensio-actifs à se concentrer et à se fixer les uns aux autres aux interfaces entre l'eau et l'air. En éclairage monochromatique, cette lame fait apparaître des franges d'interférence (figure 5), dont l'interfrange diminue vers le bas de la lame. Ces franges sont liées à un phénomène d'interférence se produisant sur une couche mince. On suppose ici que l'indice de cette fine couche est  $n \approx 1,4$ . L'épaisseur de cette couche est variable de haut en bas sans dépasser une épaisseur maximum d'environ  $1 \mu\text{m}$ . La masse volumique et la viscosité du liquide savonneux sont pris égaux à ceux de l'eau.



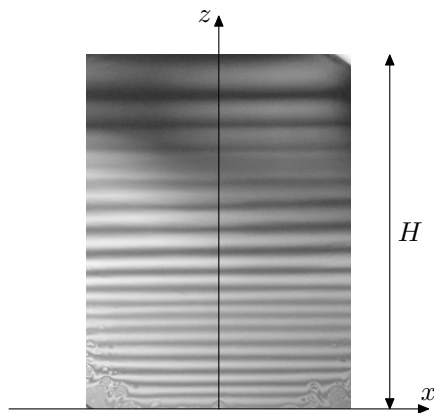
**Figure 5** Interférences sur le film (à gauche) et modélisation des rayons lumineux (à droite)

Le trajet d'un rayon lumineux arrivant sous incidence  $\theta$  sur une lame d'indice  $n$  et d'épaisseur locale  $e$ , doit tenir compte du phénomène de réfraction à l'intérieur de la lame. On note  $\theta_r$  l'angle de réfraction et  $\theta$  l'angle d'incidence. Une division d'amplitude se produit sur la face avant, suivie d'une réflexion sur la face arrière, produisant deux rayons réfléchis par la lame qui interfèrent au point  $P$ . On admet que la réflexion sur un milieu plus réfringent s'accompagne d'un déphasage de  $\pi$ .

**Q 8.** Justifier qu'en incidence quasi-normale, le déphasage entre les deux ondes qui interfèrent peut s'écrire

$$\Delta\phi = 2\frac{\pi}{\lambda_0} \left( 2ne + \frac{\lambda_0}{2} \right).$$

En l'absence de perturbation extérieures (telles que celles qui seront abordées par la suite) la lame n'est le siège que de son écoulement gravitaire (du haut vers le bas sous l'effet de la gravité). Dans le cadre d'un modèle simplifié, dit d'interface sans interaction, la pression  $P$  au sein du fluide en écoulement gravitaire entre l'interface de tensioactifs est supposée uniforme. Le phénomène de drainage des tensioactifs est alors négligé. L'axe ( $Oz$ ) sera pris vertical ascendant. La figure 6 présente la figure d'interférence observée sur un film de savon, ainsi que les notations introduites.



**Figure 6** Vue de face de la lame de savon

On note  $H = 5,0 \text{ cm}$  la hauteur de la lame de savon. On note  $e(z, t)$  l'épaisseur de la lame, dans la direction ( $Oy$ ), à l'altitude  $z$  et à l'instant  $t$ . Du fait de l'écoulement de drainage gravitaire, cette épaisseur varie au cours du temps à  $z$  fixé et à  $t$  fixé elle augmente vers le bas.

**Q 9.** Compte tenu de la topographie des franges observées sur la figure 6, discuter qualitativement l'écart du profil de la lame à une portion de coin d'angle constant, induit par son drainage gravitaire.

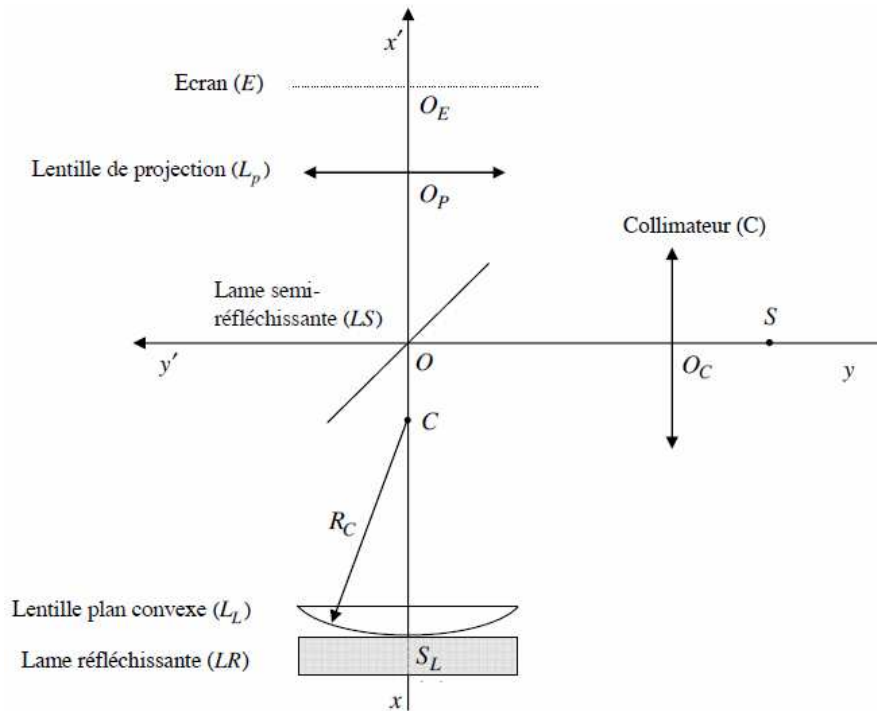
Afin d'interpréter ces différences, une modélisation de mécanique des fluides, non détaillée ici, aboutit à l'expression suivante pour l'épaisseur  $e$  de la lame en fonction de  $z$  et du temps :

$$e(z, t) = \sqrt{\frac{2\eta(H - z)}{\rho g t}}.$$

**Q 10.** Discuter qualitativement la validité de cette expression en regard de la figure 6.

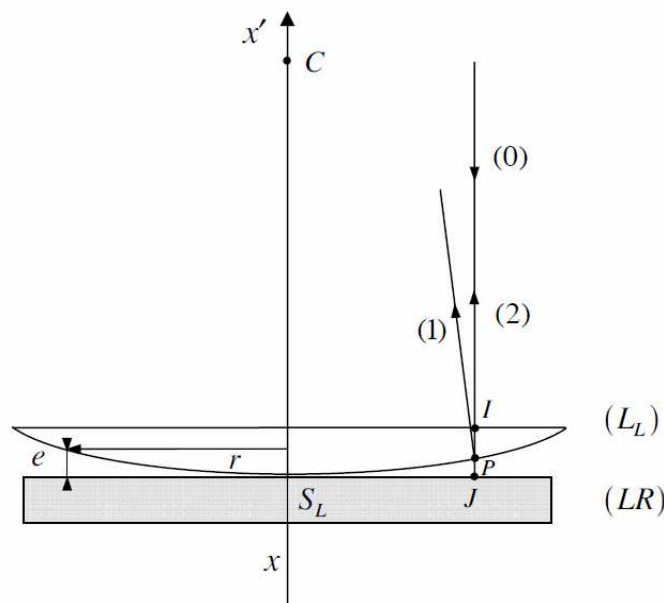
## Problème 2 : mesure du rayon de courbure d'une lentille

Pour caractériser une lentille mince correctrice, un opticien lunetier utilise le dispositif de la **figure 1** dit des «anneaux de Newton».



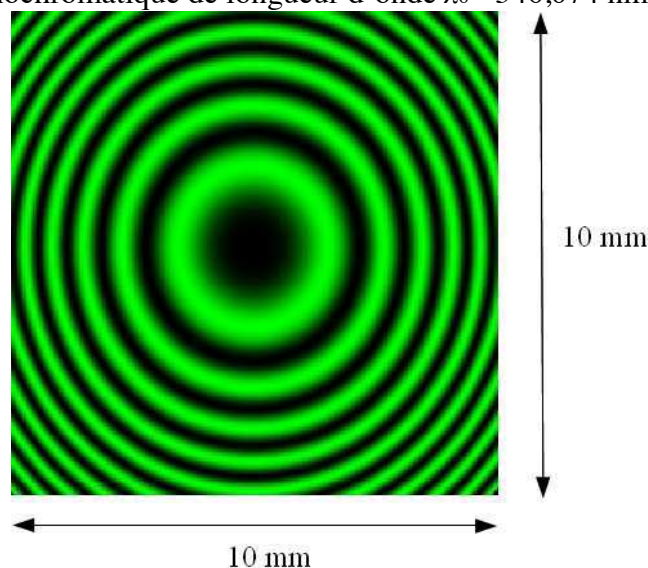
**Figure 1 : dispositif des anneaux de Newton (la figure n'est pas à l'échelle)**

Un collimateur fournit, à l'aide d'une source ponctuelle  $S$  située au foyer principal objet d'une lentille convergente de centre  $O_C$ , un faisceau de lumière parallèle, monochromatique de longueur d'onde dans le vide  $\lambda_0$  qui tombe sur une lame semi-réfléchissante ( $LS$ ) d'épaisseur négligeable, centrée en  $O$  et inclinée à  $45^\circ$  sur l'axe du collimateur ( $yy'$ ). Une partie du faisceau se réfléchit parallèlement à l'axe ( $xx'$ ), axe du système centré formé de la lentille plan convexe étudiée ( $LL$ ) et de la face plane de la lame réfléchissante ( $LR$ ) qui sont en contact ponctuel au point  $S_L$ . L'intervalle situé entre la face sphérique de rayon  $R_C$  de centre  $C$  de ( $LL$ ) et la face plane réfléchissante de ( $LR$ ) forme une lame d'air d'épaisseur  $e$  qui varie en fonction de la distance  $r$  à l'axe du système (**figure 2**).



**Figure 2 : marche d'un rayon lumineux (0) réfléchi soit par la face sphérique de ( $LL$ ) (rayon (1)) soit par la surface plane de ( $LR$ ) (rayon (2)).**

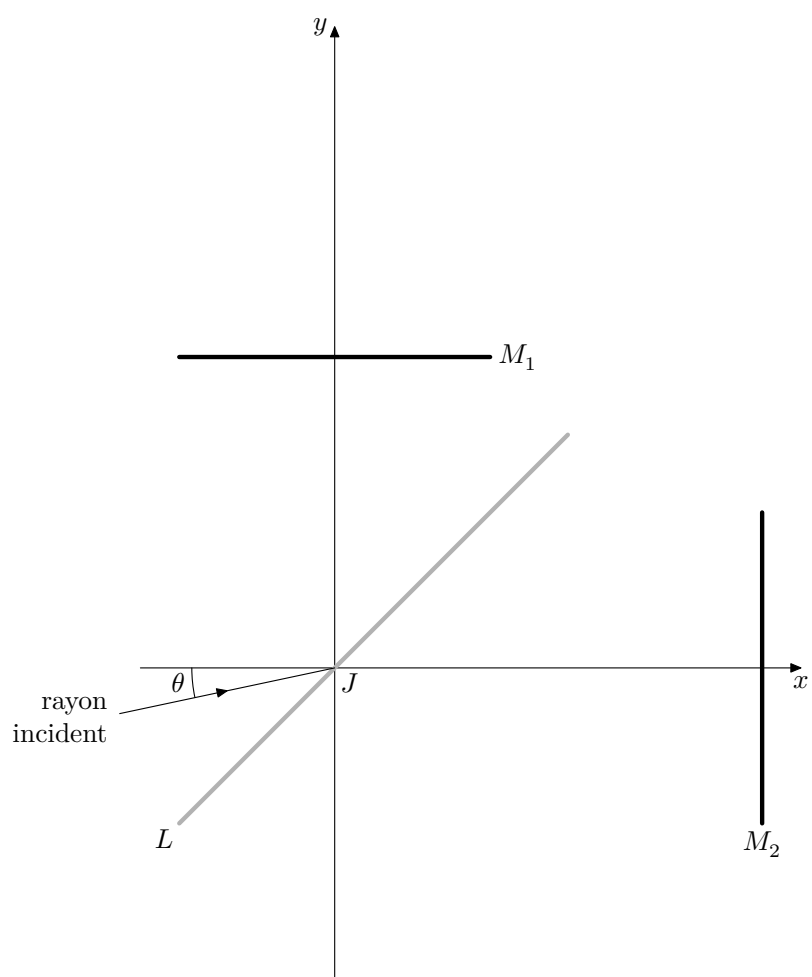
1. L'onde plane tombant sur la lentille ( $L_L$ ) (rayon (0)) se divise en deux ondes de même amplitude à l'interface verre-air au point  $P$ . La première onde est réfléchie à l'interface verre-air (rayon (1)) tandis que la seconde est totalement réfléchie en  $J$  sur ( $L_R$ ) (rayon (2)). Les deux ondes interfèrent au point  $P$ . La figure d'interférences localisée au voisinage de la lentille est visualisée sur l'écran à l'aide de la lentille convergente de projection ( $L_P$ ) de centre  $O$  qui forme l'image de la lentille sur l'écran ( $E$ ) placé perpendiculairement à l'axe ( $xx'$ ) au point  $O_E$  (**figure 1**).
  - 1.a Donner l'expression de l'épaisseur  $e$  de la lame d'air en fonction de  $r$  et  $R_C$ .
  - 1.b On se place dans le cas où le rayon de courbure de la lentille est très grand devant son diamètre d'ouverture. Montrer que dans ce cas, l'épaisseur peut se mettre sous la forme :  $e \cong \alpha \frac{r^2}{R_C}$  où  $\alpha$  est une constante numérique dont on précisera la valeur.
  - 1.c L'épaisseur  $e$  étant très faible par rapport à  $r$ , donner au point  $P$  l'expression de la différence de chemin optique géométrique  $\Delta L = L_2 - L_1$  entre les rayons (2) et (1) en fonction de  $r$  et  $R_C$ .
  - 1.d En tenant compte des déphasages introduits lors des différentes réflexions, donner l'expression de la différence de phase  $\Delta\Phi$  entre les deux ondes qui interfèrent au point  $P$ .
  - 1.e En déduire l'expression de l'intensité lumineuse au point  $P$ , en fonction de  $r$ ,  $R_C$ ,  $\lambda_0$  et de l'intensité  $I_0$  de l'onde incidente. Justifier l'aspect de la figure d'interférence observée sur l'écran ( $E$ ) (**figure 3**).
  - 1.f Pour quelles valeurs de  $r$ , observe-t-on des franges sombres ?
2. La figure d'interférence localisée au voisinage de la lentille est projetée sur l'écran ( $E$ ) par l'intermédiaire de la lentille ( $L_P$ ) de distance focale image  $f_{Pi} = 10$  cm. On donne  $O_P S_L = 15$  cm. La photographie de la figure d'interférence observée sur l'écran est donnée **figure 3** alors que l'on opère avec une lumière monochromatique de longueur d'onde  $\lambda_0 = 546,074$  nm.



**Figure 3 : photographie de la figure d'interférence**

- 2.a Calculer la distance  $O_P O_E$  à laquelle on doit positionner l'écran par rapport à la lentille de projection.
  - 2.b Calculer le grandissement transversal  $G_{iP}$  du système de projection.
  - 2.c Calculer à partir des informations fournies par la photographie de la **figure 3** le rayon  $R_C$  de la lentille ( $L$ ).
3. On éclaire maintenant le dispositif des anneaux de Newton par la lumière jaune du sodium qui est formée de deux radiations de longueur d'onde  $\lambda_1 = 588,995$  nm et  $\lambda_2 = 589,593$  nm. Comment le phénomène observé est-il modifié ? Calculer la plus petite valeur non nulle de l'ordre d'interférence pour laquelle les franges sombres des deux systèmes seraient superposées.

Document réponse pour la question 1 du problème 1



Lame d'air équivalente

Figure A