GTA 1

1) Liaison Rotule en M

P : Papillon

B : Bâti

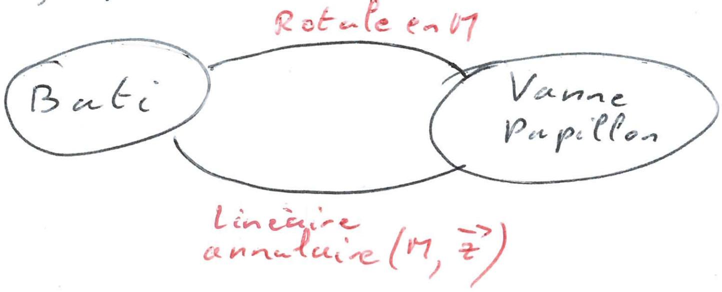
B_0 : base $(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$

$$\{\mathcal{V}_R(P/B)\} = \left\{ \begin{matrix} \Omega_R x(P/B) & 0 \\ \Omega_R y(P/B) & 0 \\ \Omega_R z(P/B) & 0 \end{matrix} \right\}_{M\,(\vec{x}, \vec{y}, \vec{z})}$$

Liaison Linéaire annulaire en N

$$\{\mathcal{V}_{LA}(P/B)\} = \left\{ \begin{matrix} \Omega_{LA} x(P/B) & 0 \\ \Omega_{LA} y(P/B) & 0 \\ \Omega_{LA} z(P/B) & V_{z\,LA}(P/B) \end{matrix} \right\}_{N\,B_0}$$

2) On a le graphe de liaisons suivant



Les liaisons sont en parallèles

$$\{\mathcal{V}_{equ}\} = \{\mathcal{V}_{Rot}\} = \{\mathcal{V}_{LA}\}$$

(1) $$\{\mathcal{V}_{equ}(P/B)\} = \left\{ \begin{matrix} \Omega_R x & 0 \\ \Omega_R y & 0 \\ \Omega_R z & 0 \end{matrix} \right\}_M = \left\{ \begin{matrix} \Omega_{LA x} & -n\,\Omega_{LA y} \\ \Omega_{LA y} & +n\,\Omega_{LA x} \\ \Omega_{LA z} & V_{z\,LA} \end{matrix} \right\}_M$$

$$\vec{M}_{M(LA)} = \vec{M}_{N(LA)} + \vec{MN} \wedge \vec{R}(LA) = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ V_{z\,LA} \end{pmatrix}_{B_0} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ n\,\vec{z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \Omega_{LA x} \\ \Omega_{LA y} \\ \Omega_{LA z} \end{pmatrix}_{B_0}$$

(1) $\Rightarrow$ $\Omega_{LA y} = 0 \Rightarrow \Omega_{R y} = 0$

$\Omega_{LA x} = 0 \Rightarrow \Omega_{R x} = 0$

$\Omega_{R z} = \Omega_{LA z}$ et $V_{z\,LA} = 0$ $\Rightarrow$ $$\{\mathcal{V}_{equ}(P/B)\} = \left\{ \begin{matrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \Omega_z & 0 \end{matrix} \right\}_{M\,B_0}$$

3) On a un système avec 1 entrée et 1 sortie, on a donc 2 paramètres, l'entrée est le mouvement de translation du vérin, la sortie le mouvement de rotation du levier de commande

- Le levier 1 ne peut que tourner autour de $\vec{z}$
- La tige 2 de $\vec{z}$
- Le corps 3 de $\vec{z}$

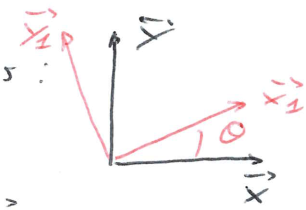
La rotation de 3/2 est donc impossible $\omega(3/2)=0$

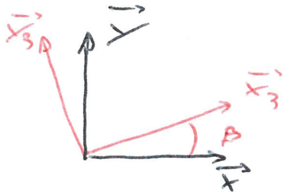
- $\{\mathcal{V}3/0\} = \{\mathcal{V}3/2\} + \{\mathcal{V}2/1\} + \{\mathcal{V}1/0\}$ Liaison en série

$$\{\mathcal{V}_{3/0}\} = {}_A\begin{Bmatrix} \omega_{x\,3/2} & V_{x\,3/2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{Bmatrix}_{B3} + {}_A\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \Omega_{z(2/1)} & 0 \end{Bmatrix}_{B1\,B2\,B3} + {}_O\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \Omega_{z(1/0)} & 0 \end{Bmatrix}_{B1\,B2\,B3} = {}_B\begin{Bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \Omega_{z(3/0)} & 0 \end{Bmatrix}_{B1\,B2\,B3}$$

$\Rightarrow \underline{\underline{\omega_{x\,3/2}=0}}$ $\boxed{\omega_{3/2}=0}$

4) On a les figures suivantes :





$\vec{OO} = \vec{OA} + \vec{AB} + \vec{BO}$

$\vec{OO} = e\vec{y_1} + \lambda\vec{x_3} - L\vec{x} - d\vec{y}$

$$\begin{array}{l} \vec{x} \\ \vec{y} \end{array}\begin{cases} -L - e\sin\theta + \lambda\cos\beta = 0 \\ -d + e\cos\theta + \lambda\sin\beta = 0 \end{cases}$$ il faut supprimer β

$$\lambda^2 = \sqrt{(L+e\sin\theta)^2 + (d - e\cos\theta)^2}$$

$$\lambda = \sqrt{L^2 + d^2 + e^2 + 2e(L\sin\theta - d\cos\theta)}$$

5) Pour $\theta = \frac{\pi}{4}$ $\lambda = 960{,}8\,mm$

Pour $\theta = -\frac{\pi}{4}$ $\lambda = 768{,}8\,mm$

Course = différence entre les positions extrêmes

$\Rightarrow$ Course $\Rightarrow$ $\underline{\underline{\Delta\lambda = 192\,mm}}$

6) Pour $\theta = -20°$ $\lambda = 820\,mm$

$\theta = 20$ $\lambda = 910\,mm$

$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{90}{40} = 2{,}25$

pente de la droite.

On a : $\theta = k_\theta \cdot \Delta\lambda$

$\theta(rad) = \frac{1}{2{,}25} \cdot \frac{2\pi}{360}\,\Delta\lambda$

$\boxed{k_\theta = 7{,}8\ 10^{-3}\ rad/mm}$

7) On cherche : $\underline{H_v(p) = \dfrac{\Delta\lambda(p)}{q(p)}}$ avec S : section utile du vérin

$q(t)$: débit volumique, on a donc :

$q(t) = S \cdot \dfrac{d\Delta\lambda}{dt}$

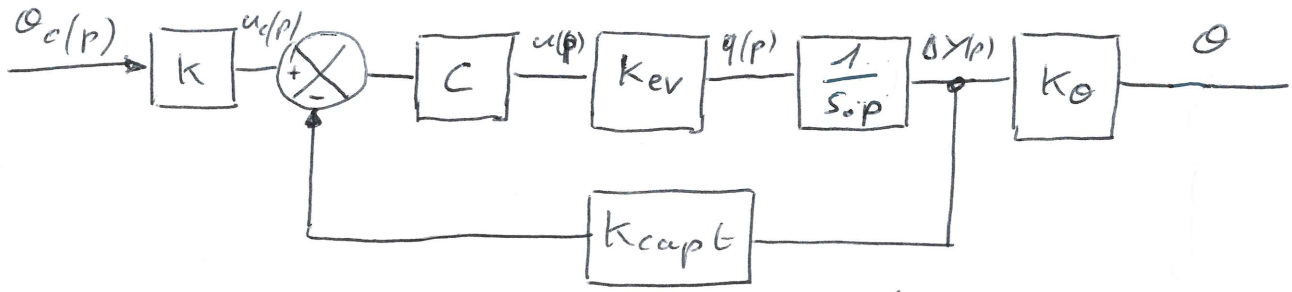
$q(p) = S \cdot p \cdot \Delta\lambda(p)$ $\boxed{H_v(p) = \dfrac{\Delta\lambda(p)}{q(p)} = \dfrac{1}{S \cdot p}}$

8) Course : 200 mm 0

Tension : 24 V 0 $\Rightarrow \boxed{K_{capt} = \dfrac{24}{200}\ V/mm}$

$K_{cap} = \dfrac{U_\lambda}{\Delta\lambda}$ $\underline{K_{capt} = 120\ V/m}$

9)



10) $H(p) = \dfrac{\theta(p)}{\theta_c(p)}$ $H(p) = K K_\theta \cdot \dfrac{C K_{ev} \frac{1}{S \cdot p}}{1 + \frac{C K_{ev} K_{capt}}{S \cdot p}}$

$H(p) = \dfrac{K K_\theta C K_{ev}}{S \cdot p + C K_{ev} K_{capt}}$ $\boxed{H(p) = \dfrac{\frac{K K_\theta}{K_{capt}}}{\frac{S}{C K_{ev} K_{cap}} \cdot p + 1}}$

11) $K_T = \dfrac{K K_\theta}{K_{capt}}$ $\tau_T = \dfrac{S}{C \cdot K_{ev} \cdot K_{capt}}$ 12) $K_T = 1$ si $\boxed{K = \dfrac{K_{capt}}{K_\theta}}$

13) si $K = 1$ en boucle fermé $S(t) \xrightarrow[t \to +\infty]{} E(t)$, le système est précis et le critère de précision est vérifié.

14) $S = 0{,}01\ m^2$ $K_{ev} = 0{,}01\ m^3/s.V$

$t_{5\%}$ doit inférieur à 2 s

$$3\tau_T < 2 \iff 3 \cdot \frac{S}{C.K_{ev}.K_{cap}} < 2$$

$$\iff C > \frac{3}{2} \frac{S}{K_{ev} K_{cap}}$$

$$\underline{\underline{C > 0{,}0125}}$$

15) On peut l'identifier à un 1er ordre $H_{ev}(p) = \dfrac{K_{ev}}{1 + \tau_{ev} p}$

- Entrée : 10 V
  Sortie : $0{,}105\ m^3/s$ $\Rightarrow$ $\underline{\underline{K_{ev} = 0{,}0105\ m^3/s.V}}$

- $0{,}105 \cdot 0{,}95 = 0{,}1\ m^3/s$ graphiquement $t_{5\%} = 6\ ms$

$$\underline{\underline{\tau_{ev} = 0{,}02\ s}}$$

16) On remplace K_{ev} par $H_{ev}(p)$ dans le schéma bloc.

$$FTBO = \frac{C\ K_{ev}}{(1 + \tau_{ev} \cdot p)} \cdot \frac{1}{S p} \cdot K_{capt} = \frac{\frac{C K_{ev} K_{capt}}{S}}{p \cdot (1 + \tau_{ev} p)}$$

- On a bien une pulsation de cassure à 50 rad/s
- une pente de -20 dB/décade quand $\omega \to 0$
- une phase $\varphi \to -90$ qd $\omega \to 0$ (Intégrateur)
  $\varphi \to -180$ qd $\omega \to +\infty$ (Intégrateur + 1er ordre)

17) Graphiquement $M\varphi = 35°$ $M_G = +\infty$

le système est donc stable

18) On veut une marge 60°

Graphiquement $\omega(\varphi - 120°) \simeq 29 \text{ rad/s}$

$G_{dB}(\omega = 29 \text{ rad/s}) = 12 \text{ dB}$

On veut baisser de -12 dB le Gain

$20 \log C = -12$ $C = 10^{-\frac{12}{20}}$ $C = 0{,}25$

19) $H(p) = \dfrac{1}{6.10^{-4} p^2 + 3\,10^{-2} p + 1}$

$K = 1$ $\omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{6.10^{-4}}}$ $\omega_0 = 40{,}8 \text{ rad/s}$

$\xi = \dfrac{3.10^{-2}}{2} \cdot 40{,}8$ $\xi = 0{,}612$

20) Pour $\xi = 0{,}6$ $t_r = 5 \text{ rad/s} = t_{5\%} \cdot \omega_0$

$t_{5\%} = \dfrac{5}{\omega_0} = \dfrac{5}{40{,}8}$ $\Rightarrow$ $t_{5\%} = 0{,}125 \text{ s}$

cdcf OK.

21) Toutes les exigences sont satisfaites

- $M\varphi \geq 60$
- $K = 1$
- $t_{5\%} < 2 \text{ s}$.

22) En isolant le vérin (2+3), il est soumis à deux efforts, on est en statique les deux efforts sont donc de même intensité, de même direction et de sens opposé.

23) On isole le levier 1.
Liaison parfaite pas d'action mécanique.
- Action de tige du vérin $\vec{F}_{2\to1} = -F_{2\to1}\,\vec{x}$ $F_{2\to1} > 0$
- Action du couple de maintien $\vec{C}_{maintien\to1} = -C_{maintien}\cdot\vec{z}$
- Action de la butée $\vec{C}_{butée} = C_{butée}\cdot\vec{z}$ $C_{butée} < 0$

24) On applique le théorème du moment statique avec $C_{butée} = 0$.

$$\left(\vec{C}_{F_{2\to1}} + \vec{C}_{maintien}\right)\cdot\vec{z} = 0$$

$$\vec{C}_{F_{2\to1}} = \vec{OA} \wedge \vec{F}_{2\to1} = \begin{pmatrix} 0 \\ e\vec{y}_1 \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -F_{2\to1}\vec{x} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -e\sin\theta \\ e\cos\theta \\ 0 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} -F_{2\to1} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = e\cos\theta\,F_{2\to1}\,\vec{z}$$

$$\boxed{F_{2\to1} = \frac{C_{maintien}}{e\cdot\cos\theta}} \qquad F_{2\to1} = \frac{11\,800}{0{,}1358}\sqrt{2} = 122\,900\ N$$

25) Pour un ressort $F = k(l_0 - l)$

on a donc $l_0 = \frac{F_{2\to1}}{k} + l = \frac{C_{maintien}}{k\,e.\cos\theta} + l$

$$l_0 = \frac{122\,900}{253} + 505 \Rightarrow \underline{\underline{l_0 = 991\ mm}}$$

26) En position ouverte le ressort s'est comprimé de $\Delta\lambda = 190\,mm$

on a donc : $F_{21\,ouv} = F_{21\,Ferm} + \Delta\lambda\cdot k$

$$= 124\ 10^3 + 190.253 \Rightarrow \underline{\underline{F_{21\,ouv} = 172\ 10^3\ N}}$$

27) En position ouverte, l'effort de la butée et du poids sont négligés il y a donc :

- l'effort du ressort Frzour
- l'effort dû à la pression hydraulique Fhydrau

Il faudra que Fhydrau soit supérieur à Frzour pour assurer l'ouverture.

$$F_{hydrau} = P \cdot S = P \cdot \pi \left(\frac{D_{chambre}^2}{4} - \frac{D_{Tige}^2}{4} \right)$$

$$F_{hydrau} = 20 \cdot \pi \left(\frac{123^2}{4} - \frac{53^2}{4} \right)$$

$$\underline{F_{hydrau} = 201.10^3 \, N}$$

L'ouverture sera assurée $F_{hydrau} > F_{rzour}$.

28) I_1 inertie papillon $(O, \vec{z})$

On a seulement le mouvement de rotation du papillon et le mouvement de translation de la tige

$$E_c = \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{d\lambda}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} I_1 \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

29) $x(t) = \lambda(t) \qquad \theta(t) = k_\theta \, x(t)$

$\dot{x}(t) = \dot{\lambda}(t) \qquad \dot{\theta}(t) = k_\theta \, \dot{x}(t)$

$$E_c = \frac{1}{2} m_2 \dot{x}^2 + \frac{1}{2} I_1 k_\theta^2 \dot{x}^2 \qquad E_c = \frac{1}{2} (m_2 + I_1 k_\theta^2) \dot{x}^2$$

$$\underline{M_{eq} = M = m_2 + I_1 k_\theta^2}$$

30) On applique le PFD à la masse M (Résultante)

Forces extérieures :

- Ressort : $k(l_0 - x)$
- Frottement visqueux : $-\mu \dot{x}$ (s'oppose à l'action du ressort).

On a donc $\underline{M \ddot{x} = k(l_0 - x) - \mu \dot{x}}$

GTA 8

32). Temps Fermeture : 0,23 s — cdcf $t_{5\%} < 0,4$ — satisfait

Vitesse d'Impact : 1,1 m/s — < 0,5 m/s — non satisfait

34) Temps Fermeture : 0,24 s — Satisfait

Vitesse d'Impact : 0,4 m/s — Satisfait.

Q31 :

On pose : $x = X_1$ et $\dot{x} = \dot{X}_1 = X_2$

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = X_2 \\ \dot{X}_2 = \dfrac{k}{M}.(l_0 - X_1) - \mu.X_2 \end{cases}$$

On a donc, en posant : $X = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{M} & -\mu \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k}{M}.l_0 \end{bmatrix}$

$$\dot{X} = A.X + B$$

On peut donc appliquer la méthode d'Euler à cette équation, en posant $h = \Delta t$ le pas :

$$X_{n+1} = h.(A.X_n + B) + X_n$$

En Scilab

```
t=t+h
x=h*Xp(k)+X(k)
xp=-h*(Kr/M*X(k)+Mu*Xp(k)+Kr*L0)+Xp(k)
```

En Python

```
t=t+h
x=h*Xp(k)+X(k)
xp=-h*(Kr/M*X(k)+Mu*Xp(k)+Kr*L0)+Xp(k)
```

Q33 :

En Scilab :

```
function [F_R]=Effort_ralentisseur(x, xp)
    if x<X_R
        F_R=0
    else
        F_R=k_R*(L0-x)-mu_R*xp
    end
endfunction
```

En Python :

```
def Effort_ralentisseur(x, xp) ;
    if x<X_R :
        F_R=0
    Else:
        F_R=k_R*(L0-x)-mu_R*xp
return F_R
```