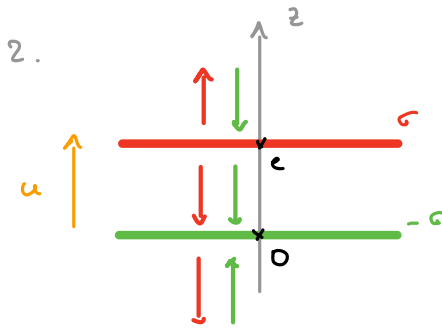


Problème 1

1. cf cours.



A l'extérieur, les champs des 2 armatures se compensent. A l'intérieur, ils sont dans le même sens.

Donc $\vec{E} = \begin{cases} \vec{0} & \text{si } z < 0 \text{ ou } z > e \\ -\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_z & \text{si } 0 < z < e \end{cases}$

3. $dV = -\vec{E} \cdot d\vec{l} \Rightarrow dV = -\left(-\frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{e}_z\right) \cdot (dz \vec{e}_z) = \frac{\sigma}{\epsilon_0} dz$ entre les armatures

On intègre : $V(z) = \frac{\sigma z}{\epsilon_0}$ (on choisit $V(z=0) = 0$).

D'où $u = V(z=e) - V(z=0) = \frac{\sigma e}{\epsilon_0}$

Par définition $q = Cu$, donc $C = \frac{q}{u} = \frac{\sigma S}{u} = \frac{\epsilon_0 S}{e}$

Soit $C = \frac{\epsilon_0 S}{e}$ A.N : $C = 10^{-11} \text{ F}$

$q = \sigma S$ car la charge q est répartie uniformément sur l'armature de surface S .

4. Estockée = $ue \cdot V$ (car ue est uniforme dans l'espace entre les armatures)

avec $V = Se$

D'où Estockée = $\frac{\epsilon_0 E^2}{2} S e$

Or, $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$ et $u = \frac{\sigma e}{\epsilon_0}$ donc $E = \frac{u}{e}$

$\Rightarrow$ Estockée = $\frac{\epsilon_0}{2} \left(\frac{u}{e}\right)^2 S e = \frac{\epsilon_0 u^2 S}{2e} = \frac{1}{2} \left(\frac{\epsilon_0 S}{e}\right) u^2$

On retrouve bien Estockée = $\frac{1}{2} C u^2$

5. $i = \frac{dq}{dt}$ et donc $i = \frac{d}{dt}(Cu) \Rightarrow i = C \frac{du}{dt}$

6. On calcule l'énergie reçue par le condensateur entre t_0 et t_1 :

$E_{\text{reçue}} = \int_{t_0}^{t_1} p dt$ où p est la puissance reçue.

Or, $p = u i = u C \frac{du}{dt}$

Donc $E_{\text{reçu}} = C \int_{t_0}^{t_1} u \frac{du}{dt} dt = C \int_{u_0}^{u_1} u du$

en notant $u_0 = u(t=0)$ et $u_1 = u(t_1)$

D'où $E_{\text{reçu}} = C \int_{u_0}^{u_1} u du = C \left[\frac{u^2}{2} \right]_{u_0}^{u_1} = \frac{C}{2} (u_1^2 - u_0^2)$

L'énergie stockée dans le condensateur pour une tension u peut être considérée comme l'énergie reçue entre le condensateur déchargé et le condensateur chargé avec la tension u . ($u_0 = 0$ et $u_1 = u$)

D'où $E_{\text{stockée}} = \frac{1}{2} C u^2$

7. La rame parcourt 400 m à une vitesse de 15 km/h

$\Rightarrow \Delta t = \frac{d}{v} = 96 \text{ s}$

Avec une puissance de 500 kW, cela donne $E_{\text{tr}} = P \cdot \Delta t$ A.N : $E_{\text{tr}} = 48 \text{ MJ}$

8. En dérivation, les capacités s'ajoutent : $C_{\text{tr}} = 48 \text{ C}$

Or, $E_{\text{tr}} = \frac{1}{2} C_{\text{tr}} u^2$ (l'ensemble des 48 condensateurs doit, sous

la tension $u = 750 \text{ V}$, stocker l'énergie E_{tr} nécessaire au trajet

entre 2 stations). A.N : $C_{\text{tr}} = 171 \text{ F} \Rightarrow C = 3,6 \text{ F}$

c'est très élevé par rapport à un condensateur "classique", de pour un supercondensateur.

9. La charge dure $\Delta t = 20 \text{ s}$. Dans $\Delta t = 4 \tau$ (entre 95 et 98% ...)

$\Rightarrow \Delta t = 4 RC \Rightarrow R = \frac{\Delta t}{4C}$ A.N : $R = 1,4 \Omega$