

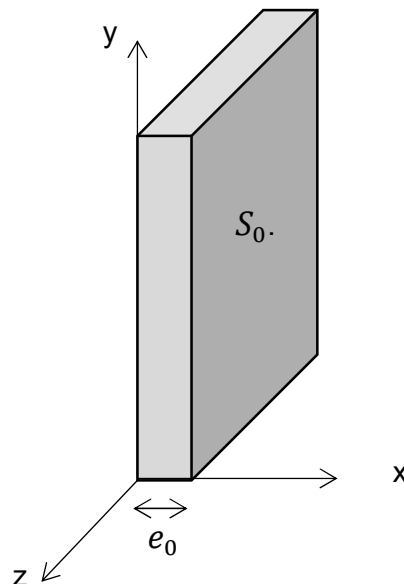
# Quelques aspects liés à l'habitat

## Partie I - Isolation thermique

### I.1 - Étude d'une paroi plane

On considère une paroi plane (**figure 1**) d'épaisseur  $e_0$  et de surface  $S_0$ . On néglige les effets de bord selon  $y$  et  $z$ . La température ne dépend que de  $x$ . La température sur la première face, située en  $x = 0$  est  $T_1$ , celle de la seconde face, située en  $x = e_0$  est  $T_2$ .

On note  $c$  la capacité thermique massique du matériau constitutif de la paroi,  $\rho$  sa masse volumique et  $\lambda$  sa conductivité thermique.

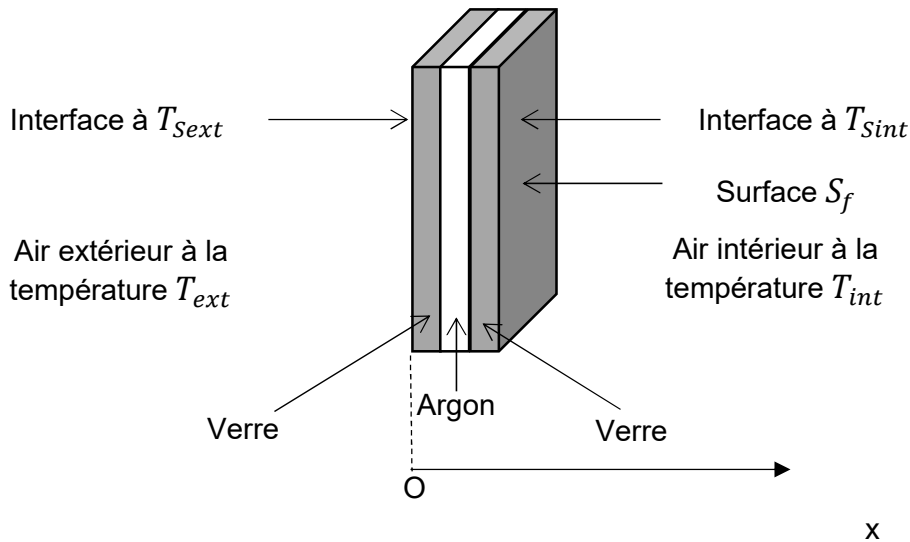


**Figure 1** - Paroi plane

- Q1.** Rappeler la loi de Fourier. Préciser les notations et les unités des grandeurs physiques qui interviennent.
- Q2.** On suppose qu'il n'y a pas de source de chaleur interne. Établir pour l'étude de cette paroi, l'équation de la diffusion thermique en coordonnées cartésiennes.
- Q3.** Déterminer en régime stationnaire le profil de température  $T(x)$  de cette paroi en fonction de  $e_0$ ,  $T_1$  et de  $T_2$ .
- Q4.** Donner en régime stationnaire l'expression du flux thermique  $\Phi$  traversant cette paroi orientée dans le sens des  $x > 0$ , en fonction de  $e_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ ,  $\lambda$  et de  $S_0$ . En déduire l'expression de la résistance thermique  $R_{th}$  de cette paroi, en fonction de  $e_0$ ,  $\lambda$  et de  $S_0$ .

## I.2 - Étude d'une fenêtre double vitrage

Une fenêtre double vitrage (**figure 2**) de surface  $S_f$  est constituée de deux parois vitrées de même épaisseur  $e$  séparées d'une couche d'argon statique également d'épaisseur  $e$ . En plus des phénomènes de diffusion thermique dans le verre et dans l'argon, il faut tenir compte d'échanges conducto-convectifs au niveau des interfaces air extérieur – verre et verre – air intérieur. Ces échanges sont décrits par la loi de Newton  $P = hS_f(T_{air} - T_s)$  où  $P$  est la puissance échangée,  $h$  est un coefficient d'échange,  $T_{air}$  et  $T_s$  sont les températures de l'air et du verre à une même interface.



**Figure 2** - Fenêtre double vitrage de surface  $S_f$

Soient  $T_{ext}$  et  $T_{int}$  respectivement les températures de l'air extérieur et de l'air intérieur de la pièce d'habitation équipée de cette fenêtre. Le coefficient d'échange conducto-convectif à l'interface air extérieur – verre est noté  $h_e$ , celui à l'interface verre – air intérieur est noté  $h_i$ . Les conductivités thermiques du verre et de l'argon sont notées respectivement  $\lambda_V$  et  $\lambda_{Ar}$ , avec  $\lambda_{Ar} \ll \lambda_V$ .

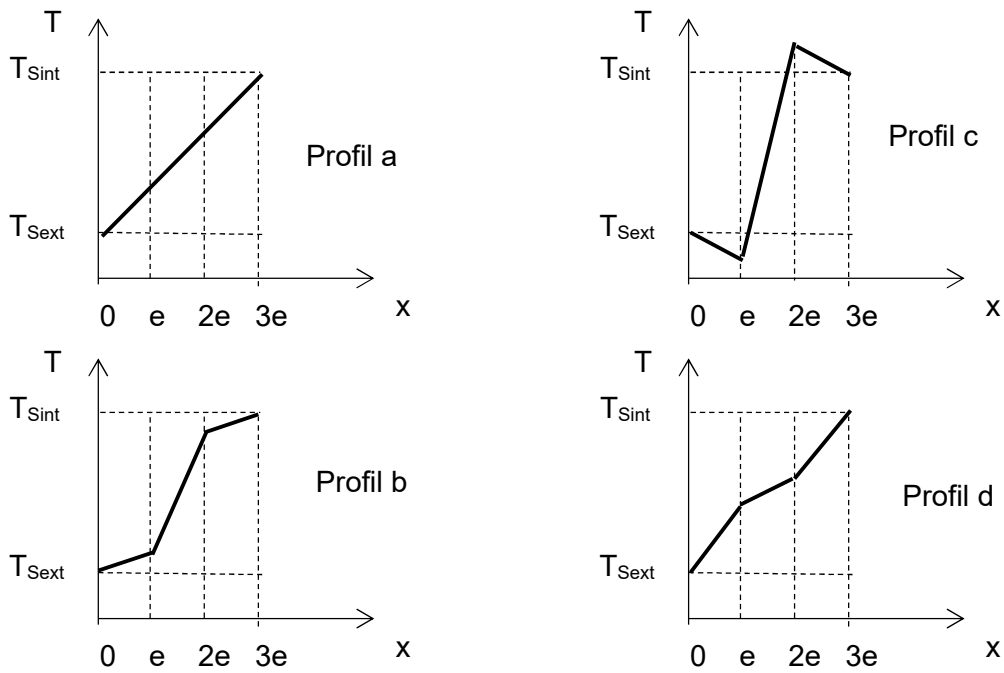
Soient  $T_{Sext}$  et  $T_{Sint}$  respectivement les températures en surface des verres aux interfaces air extérieur – verre et verre – air intérieur.

Les parois vitrées occupent les zones  $0 \leq x \leq e$  et  $2e \leq x \leq 3e$ .

L'argon occupe la zone  $e \leq x \leq 2e$ .

**Q5.** Proposer, en régime stationnaire, un schéma électrique équivalent qui décrit les transferts thermiques associés à cette fenêtre. Précisez les expressions littérales des résistances thermiques qui interviennent en fonction des données de l'énoncé. Vous ferez apparaître sur votre schéma les différentes températures  $T_{ext}$ ,  $T_{int}$ ,  $T_{Sext}$  et  $T_{Sint}$ .

**Q6.** On repère les différentes interfaces par leurs abscisses  $x$ . L'interface air extérieur – verre se situe en  $x = 0$ . On suppose  $T_{ext} < T_{int}$ . Précisez sans justification parmi les profils de température proposés sur la **figure 3** celui qui correspond à cette fenêtre.



**Figure 3** - Profils de température

### I.3 - Étude d'une pièce d'habitation

On considère dans cette sous-partie une pièce d'habitation de température supposée uniforme. L'étude de la pièce est limitée à un mur comportant une fenêtre et à un plafond de surface  $S_p = 10 \text{ m}^2$ . Ils sont tous les trois en contact avec le milieu extérieur de température constante  $T_{ext} = 274 \text{ K}$ .

Les pertes thermiques par le sol et les cloisons intérieures sont négligées. On note  $R_1$  la résistance thermique de la pièce, c'est-à-dire de l'ensemble {mur, fenêtre, plafond}.  $R_1$  tient compte de la totalité des phénomènes convectifs et diffusifs.

On chauffe la pièce, initialement à la température  $T_{ext}$ , avec un radiateur de puissance  $P = 500 \text{ W}$ . La température finale atteinte se stabilise à  $T_{fin} = 294 \text{ K}$ .

- Q7.** Donner la valeur numérique de  $R_1$ , résistance thermique de la pièce d'habitation.
- Q8.** On note  $T(t)$  la température de la pièce supposée uniforme à un instant  $t$  et  $C$  la capacité thermique de la pièce. Cette capacité englobe celle du mobilier, celle de l'air contenu dans la pièce et celle des portions de murs intérieurs, aussi appelés doublages, qui se situent avant l'isolant. Etablir dans l'approximation des régimes quasi-stationnaires, l'équation différentielle vérifiée par la température  $T(t)$ . En déduire l'expression de la température  $T(t)$  en fonction de  $T_{ext}$ ,  $T_{fin}$ ,  $R_1$  et de  $C$ .

**Q9.** Le plafond a une épaisseur  $e_p = 5$  cm et une conductivité thermique  $\lambda_p = 0,1$  SI. Donner la valeur numérique de la résistance thermique du plafond notée  $R_{pl}$ . Exprimer littéralement la résistance thermique de l'ensemble mur-fenêtre, notée  $R_{mf}$ , en fonction de  $R_1$  et de  $R_{pl}$ . Donner la valeur numérique de  $R_{mf}$ . Les déperditions thermiques sont-elles plus importantes par le plafond ou par l'ensemble mur-fenêtre ?

**Q10.** On ajoute alors au plafond une couche d'isolant thermique d'épaisseur  $e_{isol}$  et de conductivité thermique  $\lambda_{isol}$ .

Exprimer littéralement la nouvelle résistance thermique de l'ensemble plafond-isolant, notée  $R'_{pl}$ , en fonction de  $R_{pl}$ ,  $\lambda_{isol}$ ,  $e_{isol}$  et de  $S_p$ .

Soit  $R_2$  la nouvelle résistance thermique totale de la pièce. On admettra que  $R_2 = 0,12 \text{ K}\cdot\text{W}^{-1}$ .

D'après ce modèle, par quel coefficient a-t-on divisé les pertes d'énergie thermique de la pièce en ajoutant cette couche d'isolant au plafond ?