

Exercice 1

1. Un véhicule démarre en ligne droite, passant de l'arrêt à 100 km/h en 5 secondes. Quelle est la valeur de la force d'inertie ressentie par un passager de masse 60 kg ? Dans quel sens est-elle ?

2. Lorsque un ascenseur démarre on a l'impression d'être plus lourd, ou au contraire plus léger. On peut interpréter ceci comme l'effet d'une force d'inertie dans le référentiel lié à l'ascenseur.

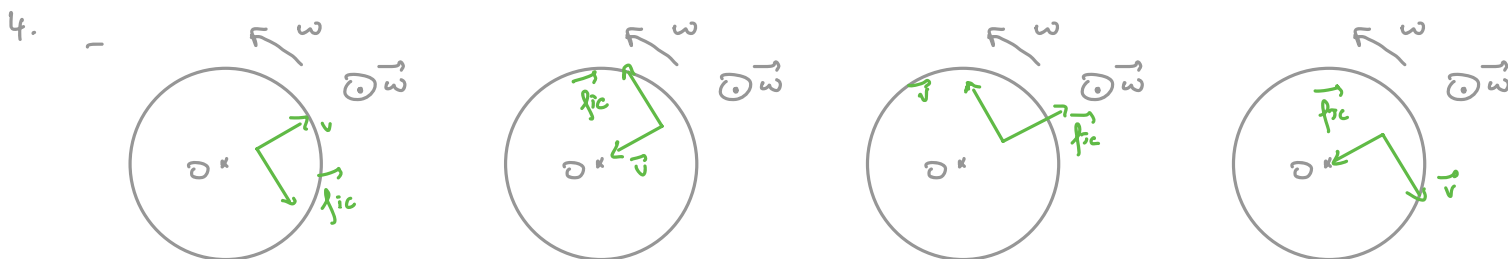
- L'impression d'être plus léger est-elle associée à un démarrage vers le haut ou vers le bas ? (expliquer)
- Que vaut l'accélération de l'ascenseur si on a l'impression d'être 1,5 fois plus lourd ?

3. Pour entraîner les pilotes à supporter les accélérations violentes, on utilise une centrifugeuse (nacelle accrochée à un bras tournant autour d'un axe vertical). La longueur du bras étant de 5 mètres (on considère que cette distance est celle séparant le pilote de l'axe de rotation), quelle doit être la vitesse de rotation pour que le pilote ressente une accélération égale à 5 fois l'accélération de la pesanteur (on dit « 5 g ») dirigée vers l'extérieur ?

4. On considère un manège pour enfants qui effectue un tour en quinze secondes. Un enfant de masse 30 kg se déplace sur ce manège pendant qu'il tourne.

- Indiquer qualitativement, en envisageant différents cas (vitesse radiale et orthoradiale, dans l'un ou l'autre sens), la direction et le sens de la force de coriolis.
- En considérant une distance par rapport à l'axe de rotation de deux mètres et une vitesse (horizontale) de 1 m/s, comparer les intensités de la force centrifuge et de la force de coriolis.
- Si possible, faites vous même l'expérience. On ressent très nettement la force de coriolis !

1. $a_c = 5,5 \text{ m.s}^{-2}$. $f_{ic} = 330 \text{ N}$. force d'inertie "vers l'arrière"
2. démarrage vers le haut : $\vec{a}_c$ vers le haut $\Rightarrow f_{ic}$ vers le bas $\Rightarrow$ "plus lourd"
- 1,5 fois + lourd donc $p + f_{ic} = 1,5 p \Rightarrow f_{ic} = 0,5 p \Rightarrow m a_c = 0,5 m g \Rightarrow a_c = 0,5 g$
3. $a_c = \omega^2 r$ et on veut $a_c = 5 g \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{5g}{r}} = 3,1 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow a_c = 5 \text{ m.s}^{-2}$
(environ 0,5 tour/s)



- $f_{ic} = 10,5 \text{ N}$ / $f_{ic} = 2,5 \text{ N}$

Exercice 3

On considère un cylindre creux de rayon R qui tourne autour d'un axe vertical à une vitesse angulaire constante ω . Un objet de masse m (assimilé à un point matériel) est placé sur la surface intérieure du cylindre. Le coefficient de frottement solide entre l'objet et la surface du cylindre est noté μ .

1. Faire un schéma de la situation et indiquer les différentes forces subies par l'objet, en précisant le référentiel choisi.

2. Trouver une condition impliquant ω , R , m , μ et g (accélération de la pesanteur) pour que l'objet reste immobile sur la surface du cylindre.

1. On se place dans le référentiel (R') non galiléen qui tourne avec le cylindre, ce qui fait donc intervenir la force d'inertie d'entraînement $\vec{f}_{ie}$ (force centrifuge)

2. L'objet est "plaqué" contre la paroi cylindrique du fait de la force centrifuge $\vec{f}_{ie} = m \omega^2 R \vec{e}_r$.

Il est immobile dans (R') , donc

$$\vec{P} + \vec{f}_{ie} + \vec{R}_w + \vec{R}_t = \vec{0}$$

En projetant sur $\vec{e}_r$ et $\vec{e}_z$:

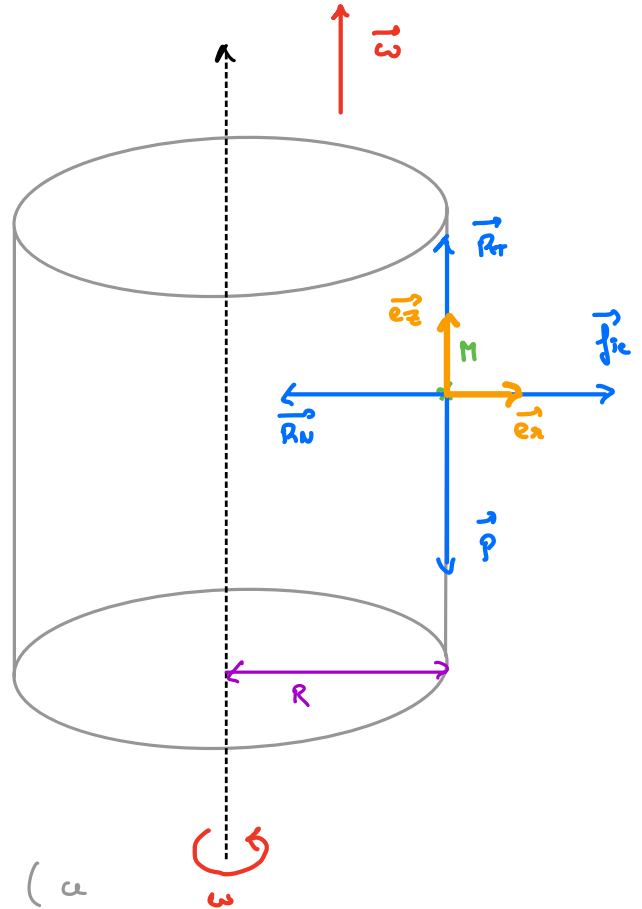
$$\begin{cases} m \omega^2 R - R_w = 0 \\ -mg + R_t = 0 \end{cases}$$

On se place à la limite du glissement (ce qui permettra d'avoir la valeur minimum de ω),

$$\text{donc } R_t = \mu R_w$$

$$\text{D'où } m \omega^2 R = R_w = \frac{R_t}{\mu} = \frac{mg}{\mu} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{g}{\mu R}}$$

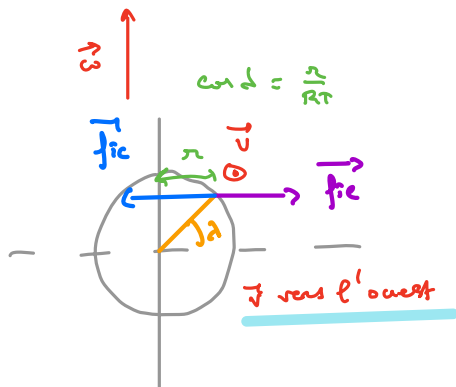
Donc pour que l'objet reste immobile (ne glisse pas vers le bas le long de la paroi), il faut $\omega \geq \omega_{\min}$ avec $\omega_{\min} = \sqrt{\frac{g}{\mu R}}$



Exercice 4

Quel doit être le mouvement d'un corps à la surface de la terre pour que la force d'inertie de coriolis et la force d'inertie d'entraînement (en ne considérant que le terme lié à la rotation propre de la terre) se compensent (il s'agit bien sûr des forces d'inertie dans le référentiel terrestre) ?

Exprimer la valeur de la vitesse nécessaire en fonction de la latitude. AN pour Paris ($48,5^\circ$ de latitude nord)



$$f_{ie} = m \omega^2 r = m \omega^2 R_T \cos \lambda$$

$$f_{ic} = 2 m \omega v$$

$$\left| \begin{array}{l} f_{ic} = f_{ie} \quad (\vec{f}_{ic} + \vec{f}_{ie} = \vec{0}) \\ \Rightarrow \omega R_T \cos \lambda = 2 v \end{array} \right.$$

$$v = 155 \text{ m/s}$$

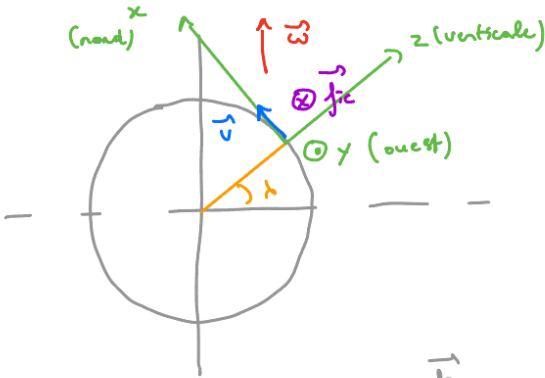
Exercice 5

Un projectile est lancé horizontalement vers le nord depuis un point de la surface de la terre où la latitude vaut 48 degrés nord. La vitesse initiale est de $1000 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. On négligera la résistance de l'air.

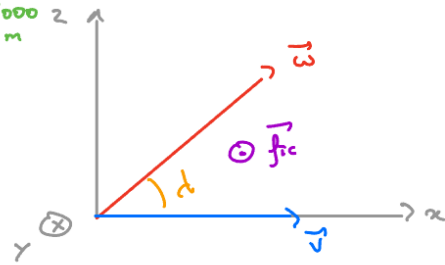
1. Expliquer qualitativement comment la balle est déviée de cette trajectoire par la force de coriolis.

2. Déterminer numériquement la déviation horizontale. *pour dist. de 5000 m*

Le sens de la déviation dépend il de l'hémisphère (nord ou sud) ?



$\Rightarrow$



la déviation est vers l'est

oui, ça dépend de l'hémisphère -
l'effet est nul à l'équateur et max aux pôles -

$$\vec{f}_{ic} = -2m\vec{\omega} \wedge \vec{v}, \quad \vec{v} \approx v_0 \vec{e}_n \quad (v_0 = 1000 \text{ m/s})$$

$$\vec{\omega} \wedge \vec{v} = \omega v_0 \sin \alpha \vec{e}_y \Rightarrow \vec{f}_{ic} = -2m\omega v_0 \sin \alpha \vec{e}_y$$

$$\Rightarrow a_y = -2\omega v_0 \sin \alpha \quad a_y = -0,19 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

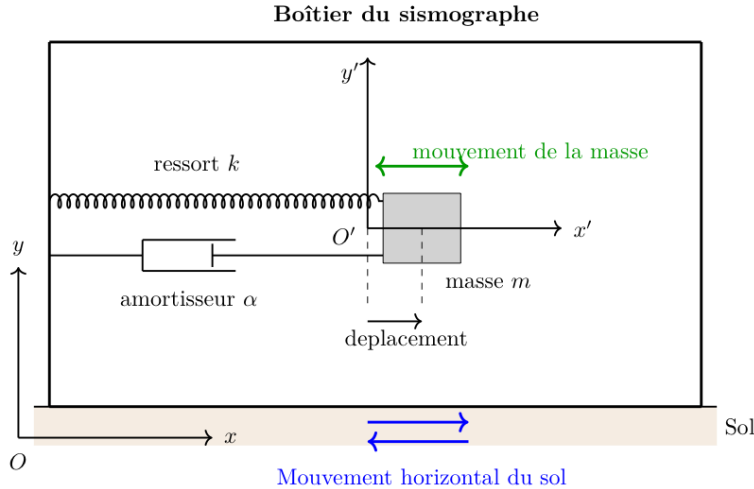
$$\Rightarrow y = \frac{1}{2} a_y t^2$$

$$\text{Sur } m : 5000 \text{ m} \Rightarrow 5 \text{ s} \Rightarrow \Delta y = -1,25 \text{ m} \quad (1,25 \text{ m vers l'est})$$

Exercice 6

Les premiers sismographes utilisaient des oscillations mécaniques forcées par les mouvements du sol pour enregistrer les mouvements du sol associés aux phénomènes sismiques (tremblements de terre mais aussi toute sorte d'activité sismique de moindre amplitude).

On ne considérera ici que l'enregistrement sur un axe horizontal (Ox'), et on modélise le sismographe par un oscillateur masse ressort amorti, caractérisé par les paramètres m , k et α . L'extrémité gauche du ressort est accrochée à un boîtier dans lequel est contenu le sismographe, et ce boîtier est posé sur le sol. La masse m peut glisser sans frottements sur un support horizontal et ce sont ses mouvements qui sont enregistrés pour reproduire les vibrations du sol.



Le boîtier, solidaire du sol, subit les mêmes mouvements que lui, que l'on modélise lorsqu'il y a une activité sismique par un mouvement sinusoïdal $x = X_0 \cos(\omega t)$ par rapport au référentiel terrestre. Le référentiel terrestre (R) = ($Oxyz$) est galiléen et le référentiel (R') = ($O'x'yz$) associé au boîtier (et donc au sol quand il bouge) est donc non galiléen. L'origine O' de (R') correspond à la position d'équilibre de la masse m en l'absence de vibrations du sol. Sur le schéma, déplacement indique l'écart entre la position de la masse (son centre) et sa position d'équilibre, que l'on notera x' .

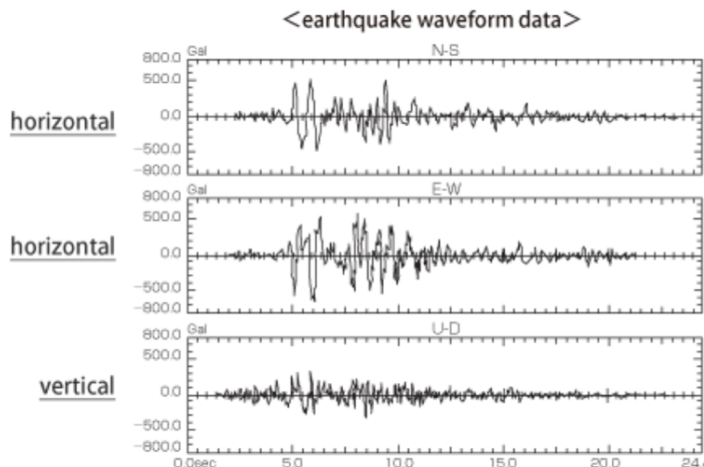
1. Donner l'expression de la force d'inertie subie par la masse m dans (R').
2. Etablir l'équation du mouvement (vérifiée par x') de la masse m dans (R') :

$$m \frac{d^2 x'}{dt^2} + \alpha \frac{dx'}{dt} + kx' = m\omega^2 X_0 \cos(\omega t)$$

3. Introduire la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q de l'oscillateur.
4. En utilisant les notations complexes, montrer que l'amplitude des mouvements de la masse m est :

$$X'_m = \frac{X_0}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{Q\omega_0}\right)^2 + \left(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}\right)^2}}$$

5. Tracer X'_m en fonction de ω . Vérifier en particulier qu'il n'y a résonance que si $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$.
6. On donne ci-dessous un enregistrement sismique. Comment choisir la pulsation propre du sismographe si l'on veut que l'amplitude de la réponse du sismographe soit égale à celle des mouvements du sol ?



1. C' est la translation de (R') par rapport à (R) qui est à l'origine de la force d'inertie, donc $\vec{f}_{ie} = -m \vec{a}(O'/R)$.
- On a $x = D + X_0 \cos(\omega t)$ caractérise

la position de O' dans (R) , donc :

$$\vec{v}(O'/R) = \left(\frac{d\vec{OO}'}{dt} \right)_R = \frac{dx}{dt} \vec{e}_x$$

$$\Rightarrow \vec{v}(O'/R) = -\omega X_0 \sin(\omega t) \vec{e}_x$$

$$\text{Puis } \vec{a}(O'/R) = \left(\frac{d\vec{v}(O'/R)}{dt} \right)_R$$

$$\text{Donc } \vec{a}(O'/R) = -\omega^2 X_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$$

$$\text{Finalement, } \vec{f}_{ie} = m \omega^2 X_0 \cos(\omega t) \vec{e}_x$$

2. Bilan des forces sur la masse m de centre M est :

- poids $\vec{P}$
 - réaction normale $\vec{R}_N$
- sur $\vec{e}_y$,
se compensent

- force d'inertie $\vec{f}_{ie}$ ci-dessus

- rappel élastique $\vec{f}_k = -k x' \vec{e}_x$

- frottement fluide $\vec{f}_a = -\alpha \dot{x}' \vec{e}_x$

La 2^e loi de Newton sur la masse m dans (R') donne :

$$m \vec{a}(M/R') = \underbrace{\vec{P} + \vec{R}_N}_{=\vec{0}} + \vec{f}_{ie} + \vec{f}_k + \vec{f}_a$$

$$\text{On projette sur } \vec{e}_x : m \ddot{x}' = -m \omega^2 X_0 \cos(\omega t) - k x' - \alpha \dot{x}'$$

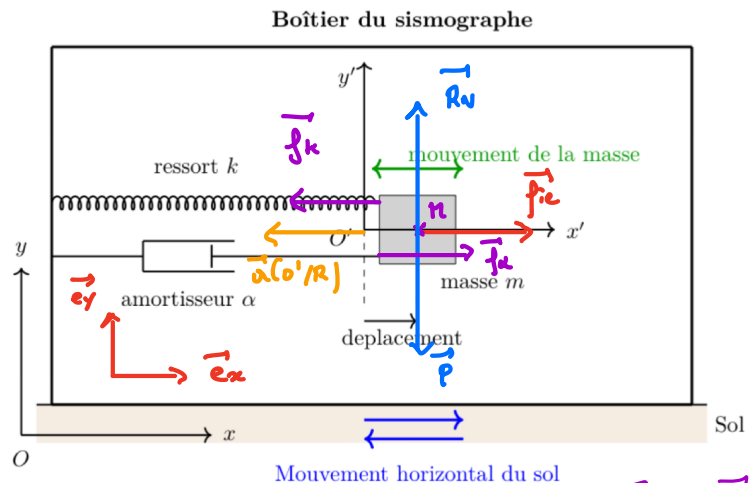
$$\text{Soit } m \ddot{x}' + \alpha \dot{x}' + k x' = m \omega^2 X_0 \cos(\omega t)$$

$$3. \text{ On pose } \omega_0 = \sqrt{k/m} \text{ et } Q = \frac{m \omega_0}{\alpha} : \quad \ddot{x}' + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}' + \omega_0^2 x' = \omega^2 X_0 \cos(\omega t)$$

$$4. \text{ On pose } x' = X_m' \cos(\omega t + \phi) \Rightarrow x' = X_m e^{i\omega t} e^{i\phi}$$

$$\text{Alors } x' \text{ vérifie } \ddot{x}' + \frac{\omega_0}{Q} \dot{x}' + \omega_0^2 x' = \omega^2 X_0 e^{i\omega t}$$

$$\Rightarrow X_m' e^{i\omega t} e^{i\phi} (-\omega^2 + i\omega \frac{\omega_0}{Q} + \omega_0^2) = \omega^2 X_0 e^{i\omega t}$$



Mouvement horizontal du sol

Les sens de $\vec{a}(O'/R)$, $\vec{f}_{ie}$, $\vec{f}_k$ et $\vec{f}_a$ sur le schéma sont arbitraires (ils dépendent de la position/vitesse de la masse et de l'accélération de O').

En prenant le module : $X_m' \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left(\frac{\omega \omega_0}{Q}\right)^2} = \omega' X_0$

$$\Rightarrow X_m' = \frac{X_0}{\sqrt{\left(\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - 1\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q\omega}\right)^2}}$$

5. Résonance si $\left(\left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 - 1\right)^2 + \left(\frac{\omega_0}{Q\omega}\right)^2$ présente un extremum si (on dérive) :

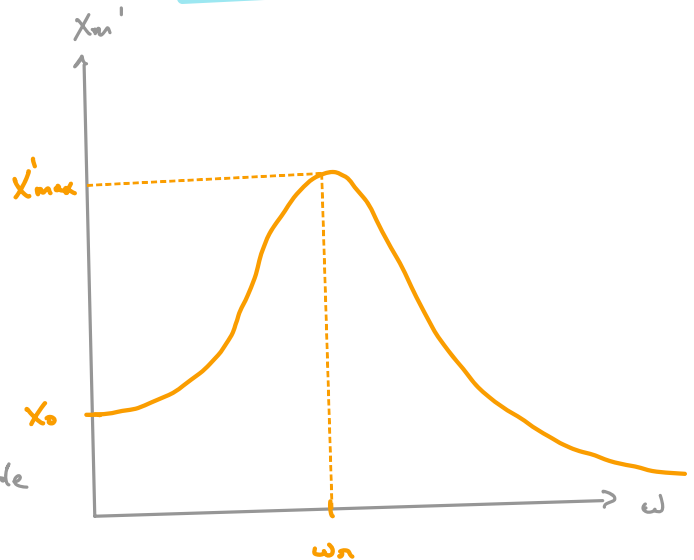
$$2 \left(\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1 \right) \cdot \cancel{\omega_0^2} \cdot \cancel{(-2)} \cdot \frac{1}{\omega^3} + \frac{\cancel{\omega_0^2}}{Q^2} \cdot \cancel{(-2)} \cdot \frac{1}{\omega^3} = 0$$

$$\Rightarrow 2 \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 2 + \frac{1}{Q^2} = 0 \Rightarrow \frac{\omega_0^2}{\omega^2} = 1 - \frac{1}{2Q^2} \Rightarrow \omega_n = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - 1/2Q^2}}$$

$$\text{Il faut } 1 - \frac{1}{2Q^2} > 0 \Rightarrow Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$$

6. On relève sur l'enregistrement des périodes de 0,5 - 1 s, donc des fréquences de 1 - 2 Hz.

Il faut choisir ω_0 de cet ordre pour avoir une réponse X_m' en amplitude maximale (ω_n est proche de ω_0 , et ce d'autant plus que Q est élevée).



Exercice 7

Lorsque l'on étudie le mouvement de la terre autour du soleil, l'approximation usuelle est de considérer le référentiel héliocentrique (Rh) comme galiléen. C'est une approximation qui est très souvent satisfaisante (on calcule un ordre de grandeur plus loin), mais ce n'est pas tout à fait exact. Le but de cet exercice est de préciser les choses.

1. Donner l'expression de la force de gravitation $\vec{f}_{S \rightarrow T}$ exercée par le soleil sur la terre. On considère que le soleil et la terre sont à symétrie sphérique, on note S et T les centres de la terre et du soleil, m_S et m_T leurs masses.

2. Si on s'intéresse au système terre - soleil, le meilleur référentiel galiléen que l'on puisse considérer a pour origine le centre de masse de l'ensemble (et les mêmes axes que le référentiel héliocentrique). On l'appelle référentiel barycentrique et on le note (R^*). Montrer que $m_S \vec{a}_{(S/R^*)} = -\vec{f}_{S \rightarrow T}$ et, en déduire l'accélération d'entraînement dans (Rh) :

$$\vec{a}_e = -\frac{1}{m_S} \vec{f}_{S \rightarrow T}$$

3. Exprimer la force d'inertie subie par la terre dans (Rh) puis montrer que, en notant $\mu = \frac{m_S m_T}{m_S + m_T}$:

$$\mu \vec{a}_{(T/Rh)} = \vec{f}_{S \rightarrow T}$$

4. On appelle μ la *masse réduite* du système. Calculer sa valeur pour le système terre - soleil puis calculer l'écart relatif avec la masse de la terre. Cela donne l'erreur commise en faisant l'approximation que (Rh) est galiléen. Commenter.

5. On peut faire exactement la même chose pour l'atome d'hydrogène (système proton - neutron). Calculer dans ce cas l'erreur commise (qui se répercute dans les calculs sur les niveaux d'énergie) en faisant l'approximation que le référentiel du proton est galiléen.

$$1. \quad \vec{f}_{S \rightarrow T} = -\frac{G m_S m_T}{r_{ST}^3} \vec{r}_{ST}$$

$$2. \quad RFD \rightarrow \text{soleil ds } (R^*, \text{ galiléen}) : m_S \vec{a}_{(S/R^*)} = \vec{f}_{T \rightarrow S} = -\vec{f}_{S \rightarrow T}$$

Dans (Rh) : $\vec{a}_e = \vec{a}_{(S/R^*)} = -\frac{1}{m_S} \vec{f}_{S \rightarrow T}$

$$3. \quad \vec{f}_{ie} = -m_T \vec{a}_e = \frac{m_T}{m_S} \vec{f}_{S \rightarrow T}$$

$$RFD \text{ sur la terre ds } (Rh) : m_T \vec{a}_{(T/Rh)} = \vec{f}_{S \rightarrow T} + \vec{f}_{ie} = \vec{f}_{S \rightarrow T} \left(1 + \frac{m_T}{m_S}\right) = \frac{m_S + m_T}{m_S} \vec{f}_{S \rightarrow T}$$

donc $\underbrace{\frac{m_S m_T}{m_S + m_T}}_{\mu} \vec{a}_{(T/Rh)} = \vec{f}_{S \rightarrow T}$

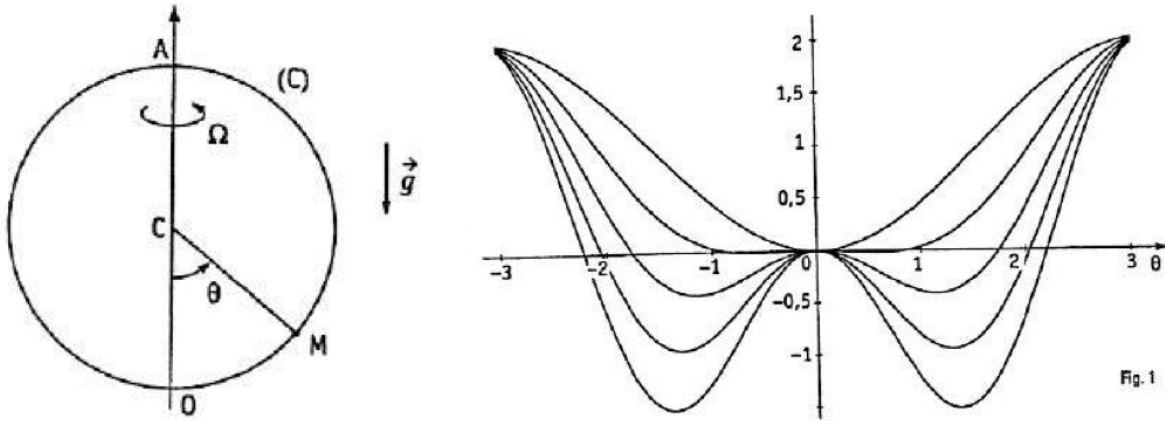
$$4. \quad \begin{aligned} m_S &= 1,9884 \cdot 10^{30} \text{ kg} \\ m_T &= 5,9722 \cdot 10^{24} \text{ kg} \end{aligned} \Rightarrow \mu = 5,9722 \cdot 10^{24} \text{ kg} \quad \text{écart relatif } 3 \cdot 10^{-6} \text{ (} 3 \cdot 10^{-4} \% \text{)}$$

$$5. \quad \begin{aligned} m_p &= 1,6726 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ m_e &= 9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \end{aligned} \Rightarrow \mu = 9,1044 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \quad \text{écart relatif } 5 \cdot 10^{-4} \text{ (} 0,05 \% \text{)}$$

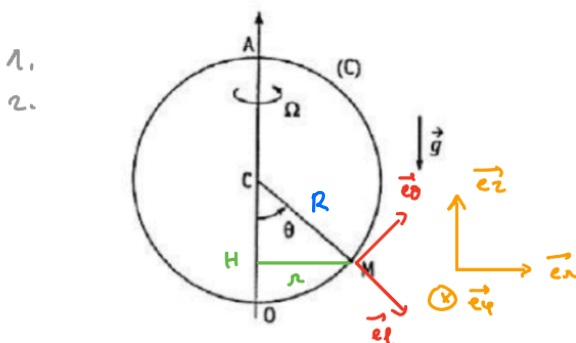
Exercice 8

Une perle de masse m , assimilée à un point matériel M , est astreinte à glisser sans frottements sur une armature formant un cercle de centre C et de rayon R . On repère sa position par l'angle θ .

Ce cercle est en rotation autour d'un axe vertical (Oz), avec une vitesse angulaire Ω constante, par rapport au référentiel terrestre (R), considéré comme galiléen. Sur le graphique ci-dessous, l'énergie potentielle est représentée par $u(\theta)$, tel que $E_p(\theta) = mgR u(\theta)$



1. On se place dans le référentiel non galiléen (R') lié au cercle. Donner les expressions de la force centrifuge et de la force de coriolis.
2. Montrer que la force de coriolis est orthogonale au plan du cercle. En déduire qu'elle ne « travaille pas ».
3. Donner l'expression, en fonction de l'angle θ , de l'énergie potentielle associée à la force centrifuge.
4. Donner l'expression, en fonction de l'angle θ , de l'énergie potentielle de pesanteur.
5. Vérifier que l'énergie potentielle totale dans (R') vaut : $E_p = mgR(1 - \cos \theta) - 1/2mR^2\Omega^2 \sin^2(\theta)$
6. Justifier le fait que, dans (R'), l'énergie mécanique est constante. Donner son expression.
7. On donne ci-dessus des allures de $E_p = f(\theta)$ pour différentes valeurs de Ω . Indiquer le nombre et la nature (stable ou instable) des positions d'équilibre en distinguant deux cas.
8. Retrouver ces positions d'équilibre par le calcul. Donner l'expression, en fonction de g et R , de la valeur limite de Ω séparant les deux cas précédents (on la notera Ω_{lim}).
9. A partir de la conservation de l'énergie mécanique, déterminer l'équation du mouvement.
10. On se place dans le cas où $\theta = 0$ est une position d'équilibre stable. Que devient l'équation précédente pour de petites oscillations autour de $\theta = 0$?
11. Quelle est alors l'allure des oscillations obtenues ? Donner l'expression générale de $\theta(t)$ et exprimer la pulsation ω en fonction de g , R et Ω .



$$\vec{f}_{ic} = m \Omega^2 \vec{HM} = m \Omega^2 R \vec{e}_1$$

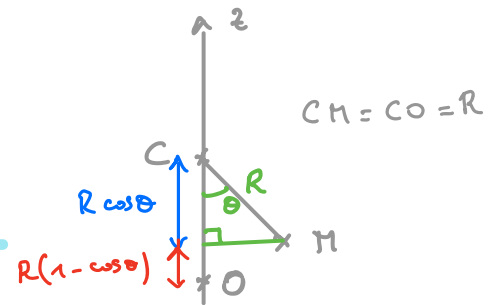
$$\begin{aligned} \vec{f}_{ic} &= -2m \vec{\omega} \wedge \vec{v} \\ &= -2m (\Omega \vec{e}_2) \wedge (R \dot{\theta} \vec{e}_1) \\ &= -2m R \Omega \dot{\theta} \cos(\theta) \vec{e}_2 \end{aligned}$$

donc $\vec{f}_{ic}$ est bien $\perp$ au plan du cercle, et
 $P_{f_{ic}} = \vec{f}_{ic} \cdot \vec{v} = 0$
 car $\vec{f}_{ic} \perp \vec{v}$
 donc $\vec{f}_{ic}$ "ne travaille pas"

3. $\vec{f}_{ic} = m \Omega^2 r \vec{e}_r \Rightarrow e_{pic} = -\frac{1}{2} m \Omega^2 r^2$

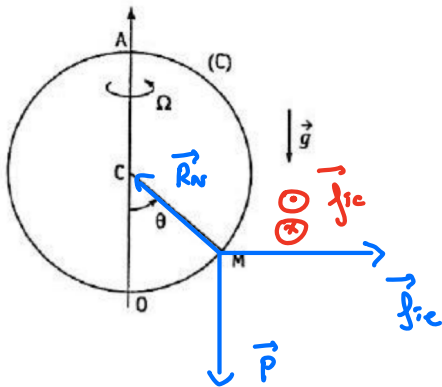
Donc, $r = R \sin \theta$, donc $e_{pic} = -\frac{1}{2} m \Omega^2 R^2 \sin^2 \theta$

4. $e_{pp} = m g z$ avec $z = R(1 - \cos \theta) \Rightarrow e_{pp} = m g R(1 - \cos \theta)$



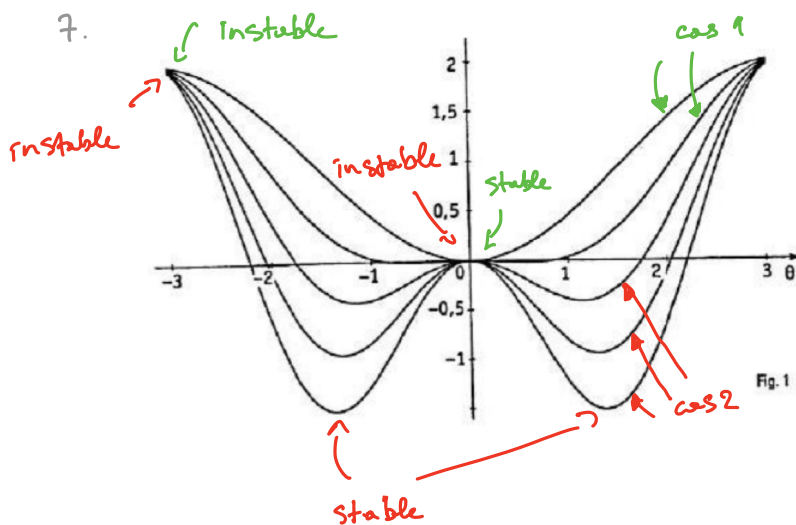
5. $e_{pp} + e_{pic}$ donne bien le résultat de l'énoncé.

6. Dans (R') , les forces s'exercent :



- $\vec{P}$: conservative
- $\vec{f}_{ic}$: conservative
- $\vec{R}_n$: ne travaille pas
- $\vec{f}_{ic}$: ne travaille pas

Donc $e_m = c \frac{m}{2}$.



cas 1 (faibles valeurs de Ω) :

- 1 position d'équilibre stable ($\theta = 0$)
- 1 position d'équilibre instable ($\theta = \pi$)

cas 2 (valeurs élevées de Ω) :

- 2 positions d'équilibre instable (0 et π)
- 2 positions d'équilibre stable (symétriques par rapport à $\theta = 0$)

8. Les positions d'équilibre sont caractérisées par $\frac{de_p}{d\theta} = 0$.

D'où $-\frac{1}{2} m \Omega^2 R^2 \sin \theta \cos \theta + m g R \sin \theta = 0$

$\Rightarrow m R \sin \theta (-\Omega^2 R \cos \theta + g) = 0$

Donc soit $\sin \theta = 0$, ce qui est toujours possible et donne $\theta = 0$ ou $\theta = \pi$

soit $-\Omega^2 R \cos \theta + g = 0$, ce qui donne $\theta = \pm \arccos(g/\Omega^2 R)$

et n'est possible que si $g/\Omega^2 R < 1 \Rightarrow \Omega^2 > g/R \Rightarrow \Omega > \sqrt{g/R}$

On voit ainsi que $\Omega_{lim} = \sqrt{g/R}$

$\Omega < \Omega_{lim}$: cas 1

$\Omega > \Omega_{lim}$: cas 2

9. $e_m = c^m$, donc $\frac{de_m}{dt} = 0$

$D_n, e_m = e_c + e_p = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 + e_p$

$\frac{de_c}{dt} = \frac{1}{2} m R^2 2 \dot{\theta} \ddot{\theta} = m R^2 \dot{\theta} \ddot{\theta}$

et $\frac{de_p}{dt} = \frac{de_p}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dt} = \frac{de_p}{d\theta} \cdot \dot{\theta} = m R \sin \theta (-\Omega^2 R \cos \theta + g) \cdot \dot{\theta}$
 → on a déjà calculé $\frac{de_p}{d\theta}$ à la question précédente...

D' où $m R \dot{\theta} (R \ddot{\theta} + \sin \theta (g - \Omega^2 R \cos \theta)) = 0$

Soit $\ddot{\theta} + \sin \theta (g/R - \Omega^2 \cos \theta) = 0$

$\dot{\theta}$ peut aussi s'annuler, mais seulement en des points particuliers.

10. $\theta = 0$ est stable, donc $\Omega < \Omega_{\text{lim}} = \sqrt{g/R}$

Pour de petites oscillations, $\sin \theta \approx \theta$ et $\cos \theta \approx 1$

Donc $\ddot{\theta} + \theta (g/R - \Omega^2) = 0$
 > 0

11. on pose $\omega^2 = g/R - \Omega^2$, alors $\ddot{\theta} + \omega^2 \theta = 0$

⇒ $\theta = \theta_m \cos(\omega t + \phi)$ et $T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{g/R - \Omega^2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{\Omega_{\text{lim}}^2 - \Omega^2}}$