

# Fiche méthode 1 - Estimer les incertitudes

Fiche rédigée par V. Combette et adaptée par E. Capitaine.

## I. La mesure en physique

Intéressons-nous pour commencer à la mesure en physique. La physique est avant tout une science **expérimentale** : c'est grâce aux mesures que l'on peut établir les théories. Il faut toujours garder à l'esprit que *la Nature a toujours raison*, c'est-à-dire que les théories que l'on établit doivent nécessairement rendre compte des phénomènes observés, et non l'inverse.

S'il existe un désaccord entre la mesure et l'observation, en supposant que les mesures et calculs ont été effectués correctement, il faut remettre en cause la théorie et la perfectionner, ou en établir une nouvelle. La mesure est donc fondamentale et est au coeur du métier du chercheur, vous verrez qu'elle sera aussi au coeur des différents TP et même de votre TIPE.

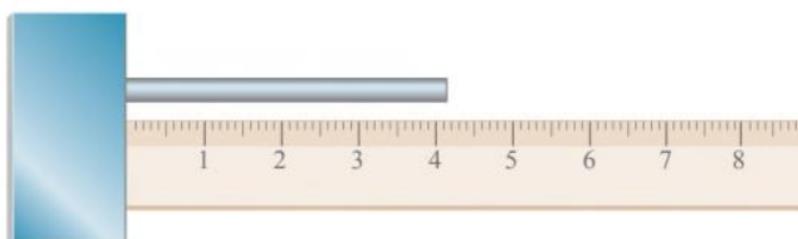
### I.1. La précision sur la mesure

L'action de mesurer est bien particulière, et elle est notamment différente de celle de compter. Nous pouvons par exemple compter exactement le nombre de billes dans un sachet, mais nous ne pouvons mesurer exactement la masse de ce sachet.

#### **Nota bene**

Il faut toujours garder à l'esprit que **la mesure exacte n'existe pas**, c'est-à-dire qu'on ne peut pas avoir une précision infinie sur une mesure. La précision est définie par les besoins et les limitations de l'expérimentateur.

Prenons pour illustrer les **limitations** l'exemple simple de la mesure de la longueur d'une tige à l'aide d'une règle graduée en millimètres, comme sur l'image ci-dessous :



Ici, nous sommes **limités** par la graduation de la règle : nous pouvons voir "à l'oeil" que l'extrémité de la tige semble être à mi-chemin entre 41 et 42 mm, soit 41,5 mm. Nous sommes donc précis "au dixième de millimètre", c'est-à-dire que la longueur de la tige est comprise entre 41,4 et 41,6 mm, sans pouvoir en dire davantage.

Cela signifie que les chiffres 4 et 1 sont sûrs (on est certains que la longueur de la tige est comprise entre les deux graduations), mais le chiffre après la virgule est quant à lui incertain : il pourrait tout aussi bien s'agir d'un 4, ou d'un 6. Indiquer le résultat de la mesure avec un nombre supérieur de décimales n'a donc aucun sens, puisqu'on ne serait pas capable de distinguer "à l'oeil" une variation de moins d'un dixième de millimètre. Nous sommes donc **limités** sur la mesure, mais cela ne signifie pas pour autant qu'elle est "mauvaise" .

Toutefois, certaines expériences peuvent nécessiter une plus grande précision sur la mesure. On utilisera alors des appareils de mesure plus sophistiqués : on pourrait envisager de mesurer la longueur de cette tige à la vis Palmer pour être précis au centième de millimètre.

## 1.2. Les chiffres significatifs

Nous avons donc vu dans la partie précédente que la mesure est conditionnée par deux facteurs : les **besoins** et les **limitations** de l'expérimentateur. Cela fait donc apparaître la notion de précision, que l'on peut aborder naturellement à l'aide des **chiffres significatifs**.

Dans l'exemple de la mesure de longueur de la tige, nous avons écrit le résultat de la mesure avec 3 chiffres significatifs : le chiffre 4, le chiffre 1 et le chiffre 5. Les deux premiers sont certains, c'est-à-dire qu'on est sûr que la mesure se trouve entre 41 et 42 mm, et le dernier est certes plus incertain, il pourrait tout aussi bien s'agir d'un 4 ou d'un 6, disons simplement qu'il est **moins significatif** que les deux premiers. Ajouter des chiffres derrière le 5 n'aurait pas de sens puisque nous ne pouvons dire, avec le degré de précision donné, si la mesure est plutôt 41,52 mm ou 41,58 mm, ce quatrième chiffre ne serait **pas significatif**. Nous nous restreignons donc à l'utilisation de **trois chiffres significatifs**.

### ♥ Définition

Un chiffre est dit **significatif** s'il est connu avec une fiabilité suffisante.

Pour obtenir le nombre de chiffre significatifs d'un nombre, il faut utiliser l'**écriture scientifique** : ne laisser qu'un chiffre différent de 0 devant la virgule et multiplier par la puissance adapté afin de conserver la bonne valeur. Il ne reste plus qu'à dénombrer **tous les chiffres** du nombre en écriture scientifique.

#### Exemple

Si l'on avait écrit 41,500, nous aurions eu 5 chiffres significatifs car en écriture scientifique  $41,500 = 4,1500 \cdot 10^1$ .

Il est à noter que peu importe la manière dont on écrit le nombre en question, le nombre de chiffres significatifs reste le même : 41,5 mm, 4,15 cm, 0,0415 m ou même 0,0000415 km, on voit qu'il reste à chaque fois trois chiffres significatifs. Même en écriture scientifique :  $41,5 \times 10^{-3}$  m, il conserve ce nombre.

### Application 1

Donner le nombre de chiffres significatifs pour chacune des valeurs données ci-dessous :

1 -  $m = 43$  g

2 -  $V = 56,2$  mL

3 -  $d = 0,003$  m

4 -  $T = 24,5$  K

5 -  $v = 5,2 \cdot 10^{-2}$  m.s<sup>-1</sup>

6 -  $m = 2,23 \cdot 10^{-3}$  kg

### I.3. Détermination des chiffres significatifs

Les calculs font souvent intervenir des additions, soustractions, multiplications et divisions : il faut donc apprendre à jouer avec ces opérations sur les chiffres significatifs. Le tableau suivant récapitule les opérations à effectuer sur les chiffres significatifs.

Opération	Règle à respecter	Exemple
<b>Multiplication et division</b>	<i>Le résultat d'une multiplication (ou division) est arrondi de façon à n'avoir pas plus de chiffres significatifs que la quantité la moins précise utilisée dans le calcul.</i>	
<b>Addition et soustraction</b>	<i>Le résultat d'une addition (ou d'une soustraction) doit être arrondi de façon à ce qu'il ait le même nombre de décimales (à droite de la virgule) que le terme qui a le plus petit nombre de décimales.</i>	
<b>Fonctions</b>	<i>La valeur d'une fonction a le même nombre de chiffres significatifs que son argument.</i>	

**Tableau 1.1** – Les différentes règles de présentations des résultats pour différentes opérations.

#### Application 2

Évaluer l'incertitude sur la mesure des grandeurs suivantes, en utilisant les formules de propagation données précédemment.

1. On mesure le temps de parcours d'un athlète sur une piste :  $\Delta t = t_2 - t_1$ . On mesure  $t_1 = 15,2$  s et  $t_2 = 43,6$  s, avec  $u(t_1) = u(t_2) = 0,1$  s.
2. On mesure la vitesse de chute d'une bille dans l'eau :  $v = \frac{d}{t}$ , avec  $d = 1,00$  m,  $u(d) = 0,05$  m,  $t = 2,6$  s,  $u(t) = 0,1$  s.
3. On mesure la période d'un pendule simple :  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  avec la longueur du pendule  $l = 34$  cm,  $u(l) = 0,2$  cm. On supposera la constante  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup> connue avec une précision infinie.

## II. Estimer les incertitudes

Une expérience de physique est un processus complexe : de nombreux paramètres sont mis en jeu, à tel point que l'expérimentateur ne peut pas tous les contrôler. Même en s'appliquant du mieux possible, deux expériences a priori identiques, c'est-à-dire réalisées dans les mêmes conditions, donneront nécessairement deux résultats différents. C'est ce qu'on appelle la **variabilité** de la mesure. Cette variabilité peut provenir de nombreux aspects, dont les principaux sont les suivants.

### 1. Le choix de la méthode de mesure

Choisir de mesurer un petit élément à la règle graduée ou au pied à coulisse n'implique pas la même précision !

### 2. Les variations de l'environnement

Si l'on souhaite mesurer la célérité du son avec un protocole se déroulant sur une journée complète, comme la température de l'air va évoluer au cours du temps, la célérité du son aussi.

### 3. Les instruments de mesure

Mesurer une tension avec deux voltmètres semblant identiques amène parfois à une mesure de tension légèrement différente.

### 4. Le processus physique lui-même

Par exemple, une expérience de mécanique quantique est intrinsèquement variable car la mécanique quantique ne prédit que des lois de probabilité.

### 5. Et surtout, la personne réalisant l'expérience...

Généralement au niveau scolaire, la personne réalisant l'expérience est la principale cause de variabilité de la mesure. Par ses gestes, ses choix et sa technique, cette personne introduit une variabilité importante. Il est donc totalement naturel que deux personnes réalisant la même expérience, dans les mêmes conditions, avec le même matériel, trouvent des valeurs différentes.

#### ♥ Définition

Il faut bien distinguer **incertitude**, **erreur** et **source d'erreur** dans la réalisation d'une expérience.

**L'incertitude** est une valeur numérique permettant de quantifier le degré de variabilité sur une mesure.

On peut alors estimer l'écart entre le résultat de la mesure et une valeur de référence, on obtient ainsi **l'erreur** du résultat de mesure.

**Une source d'erreur** est, elle, due à une mauvaise manipulation expérimentale ou interprétation théorique. Néanmoins, ce n'est pas parce que les résultats varient d'une expérience à une autre qu'il y a forcément mauvaise manipulation expérimentale ou mauvaise interprétation théorique. Sauf si vous pensez vous être trompé dans la mesure, il ne faut jamais éliminer une mesure parce que sa valeur est différente d'une autre !

Ce n'est qu'après avoir réalisé l'expérience de mesure et constaté un écart trop important entre le résultat de la mesure et une valeur de référence, soit une erreur trop importante, qu'on recherche les sources d'erreur dans notre expérience : mauvaise estimation des incertitudes, problème de calibration d'un appareil, expérience hors limites du modèle théorique utilisé, etc.

### II.1. Incertitude sur une mesure avec une variabilité apparente : incertitude de type A

La situation la plus simple à analyser est celle où la variabilité est directement visible sur les résultats expérimentaux. C'est par exemple le cas de la mesure d'une durée à l'aide d'un chronomètre : en reproduisant plusieurs fois l'expérience dans des conditions identiques, on ne mesurera jamais la même valeur. Comme faire dans ce cas ? Il faut alors mesurer cette valeur "un grand nombre de fois", et en faire une **moyenne**. On pourra alors évaluer l'incertitude sur cette valeur moyenne grâce à l'**écart type**. On parle dans ce cas d'une **incertitude de type A**.

#### ♥ Définition

Notons  $x_n$  ( $1 \leq n \leq N$ ) chaque résultat obtenu lors des  $N$  réalisations de l'expérience.

L'**incertitude de type A** sur la moyenne, notée  $u_A(\bar{x})$ , quantifie la variabilité des résultats obtenus par leur écart-type, selon la formule suivante :

$$u_A(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}$$

avec  $\sigma$  l'écart-type des valeurs mesurées défini tel que

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x})^2}$$

et avec  $\bar{x}$  la moyenne des valeurs mesurées définie telle que

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n.$$

#### 👉 Nota bene

Toutes les incertitudes sont **toujours** données avec un seul chiffre significatif arrondi.

#### 📎 Application 1

Les résultats de la mesure de 5 durées réalisées en TP sont donnés ci-dessous.

<b>Durées t (en s) :</b>	8,4	8,7	7,9	8,1	8,5
--------------------------	-----	-----	-----	-----	-----

1. **Calculer**, la moyenne  $\bar{t}$  des durées mesurées.
2. **Calculer**, l'écart-type sur ces mesures, en procédant ainsi :
  - **calculer**, pour chaque  $t_n$ , la valeur  $(t_n - \bar{t})^2$
  - **additionner** toutes les valeurs trouvées : effectuer la somme  $\sum_{n=1}^N t_n$
  - **diviser** le résultat par  $N - 1$
  - **calculer** la racine du résultat, et le tour est joué, vous avez calculé  $\sigma$  !
  - en **déduire**  $u_A(\bar{t})$ .

Voilà comment on peut calculer une moyenne et un écart-type "à la main". Afin de gagner du temps, nous utiliserons le langage de programmation Python pour automatiser ce calcul.

## II.2. Incertitude sur une mesure sans variabilité apparente : incertitude de type B

Il existe des situations pour lesquelles reproduire l'expérience à l'identique ne permet pas d'observer de variabilité dans les résultats, ou bien parce que la grandeur elle-même ne varie pas dans les conditions de l'expérience (par exemple la largeur d'une table) ou bien parce que sa variabilité est inférieure à la résolution de l'instrument de mesure utilisé (par exemple graduation d'une règle ou d'un rapporteur). Une situation analogue est celle où l'expérience ne peut être réalisée qu'une seule fois. Dans tous les cas, on ne dispose que d'un seul et unique résultat... Mais cela ne veut absolument pas dire qu'il est certain ! On parle dans ce contexte d'**incertitude de type B**.

Il faut alors estimer un intervalle dans lequel on est (raisonnablement) certain que le résultat de la mesure se trouve, noté sous la forme  $[x_0 - a, x_0 + a]$ , dont  $x_0$  est appelé **le centre** et  $a$  **la demi-étendue**. La demi-étendue est estimée ou bien "avec bon sens", ou bien en se reportant à la notice de l'instrument de mesure utilisé. En raisonnant comme si les résultats de mesure étaient distribués de manière uniforme dans cet intervalle, on montre les résultats suivants.

### ♥ Définition

Lors d'une mesure expérimentale sur une grandeur  $X$  ne fluctuant pas, compris avec certitude dans l'intervalle  $[x_0 - a, x_0 + a]$ , **la valeur de la mesure  $X$  et son incertitude de type B  $u_B(X)$**  sont définies telles que

$$X = x_0 \quad \text{et} \quad u_B(X) = \frac{a}{\sqrt{3}}.$$

### Exemple



Supposons que nous ayons l'idée farfelue de mesurer la longueur d'une carte bleue à l'aide d'une règle graduée en cm. On remarque que la longueur de la carte est comprise avec certitude dans l'intervalle [8 cm ; 9 cm]. On en déduit que la longueur de la carte est de 8,5 cm, avec une incertitude égale à  $0,5/\sqrt{3} \approx 0,3$  cm.

### ✎ Application 2

**Évaluer** les incertitudes de type B sur les mesures suivantes.

- On mesure la longueur  $l$  d'un fil à l'aide d'un réglet gradué en mm, la mesure est comprise entre 15,8 et 15,9 cm.
- On forme une image sur un écran à l'aide d'une lentille convergente. En déplaçant la lentille pour faire la mise au point, on voit que l'image est nette entre les graduations  $x_1 = 12,8$  cm et  $x_2 = 13,6$  cm.

## II.3. Incertitude sur une grandeur calculée

Intéressons-nous au cas très fréquent où la grandeur d'intérêt n'est pas directement mesurée mais se calcule à partir d'autres grandeurs. On peut penser à une mesure de vitesse par la mesure d'une distance et d'un temps. Sauf exception, l'incertitude sur le résultat ne se devine pas de façon immédiate car on ne sait pas si les erreurs sur les différentes grandeurs mesurées se compensent ou si elles augmentent l'écart de la valeur calculée par rapport à une valeur de référence. Pour obtenir l'incertitude sur la valeur calculée on doit **propager** les incertitudes des valeurs mesurées.

## 11.3.a Propagation des incertitudes

Supposons que l'on veuille évaluer les incertitudes sur  $X$ , et que cette grandeur soit liée à d'autres grandeurs, appelons-les  $Y$  et  $Z$ . Lorsque  $X$  se déduit de  $Y$  et  $Z$  à partir de relations connues, la valeur de l'incertitude sur  $X$  se déduit par **propagation des incertitudes** de  $Y$  et  $Z$ . Le tableau suivant récapitule les différents cas de figure que vous rencontrerez.

Relation	Formule de propagation	Exemple
$X = aY + bZ$ $X = aY - bZ$	$u(X) = \sqrt{a^2 u(Y)^2 + b^2 u(Z)^2}$	
$X = aY \cdot bZ$ $X = \frac{aY}{bZ}$	$\frac{u(X)}{X} = \sqrt{\left(\frac{u(Y)}{Y}\right)^2 + \left(\frac{u(Z)}{Z}\right)^2}$	
$X = Y^n$	$\frac{u(X)}{X} = n \frac{u(Y)}{Y}$	

**Tableau 1.2** – Les différentes propagation d'incertitudes pour différentes relations.

 **Nota bene**

On comprend mieux la définition de l'incertitude de type A. La valeur moyenne de  $N$  mesures étant

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n$$

en utilisant la formule de propagation pour une somme il vient que

$$u(\bar{x}) = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{n=1}^N u(x_n)^2}$$

or les  $N$  mesures ont la même incertitude  $u(x_n)$ , c'est l'écart-type des  $N$  valeurs, ainsi

$$u(\bar{x}) = \frac{1}{N} \sqrt{N \sigma^2} = u(\bar{x}) = \frac{\sqrt{N}}{N} \sigma = u(\bar{x}) = \frac{\sigma}{\sqrt{N}}.$$

### Application 3

**Évaluer** l'incertitude sur la mesure des grandeurs suivantes, en utilisant les formules de propagation données précédemment.

1. On mesure le temps de parcours d'un athlète sur une piste :  $\Delta t = t_2 - t_1$ . On mesure  $t_1 = 15,2$  s et  $t_2 = 43,6$  s, avec  $u(t_1) = u(t_2) = 0,1$  s.
2. On mesure la vitesse de chute d'une bille dans l'eau :  $v = \frac{d}{t}$ , avec  $d = 1,00$  m,  $u(d) = 0,05$  m,  $t = 2,6$  s,  $u(t) = 0,1$  s.
3. On mesure la période d'un pendule simple :  $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$  avec la longueur du pendule  $l = 34$  cm,  $u(l) = 0,2$  cm. On supposera la constante  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup> connue avec une précision infinie.

#### 11.3.b Contributions des différents paramètres à l'incertitude : incertitude relative

Lorsqu'une grandeur  $X$  est elle-même issue d'une relation faisant intervenir d'autres grandeurs, comme dans l'exercice précédent, il est bon d'avoir à l'esprit les différentes contributions à l'incertitude de ces paramètres. Si l'on mesure grossièrement un de ces paramètres, et qu'un autre est mesuré de façon très précise, le premier aura une contribution bien plus significative que le second à l'incertitude totale. Pour quantifier ces différentes contributions, on introduit une grandeur sans dimension appelée **incertitude relative**.

#### ♥ Définition

L'**incertitude relative** d'une grandeur  $X$  est une grandeur sans unité, donnée par :  $\frac{u(X)}{X}$  où  $u(X)$  désigne l'incertitude sur la grandeur mesurée  $X$ .

En multipliant par 100, on obtient un résultat en **pourcentage**. Plus ce pourcentage est grand, plus l'incertitude est élevée par rapport à la grandeur mesurée.

#### Exemple

Si l'on mesure une distance  $d = 1$  m au centimètre près, soit  $u(d) = 0,01$  m, alors l'incertitude relative  $\frac{u(d)}{d} = 1$  %. La mesure effectuée est donc précise au pourcent près.

Lors de chaque mesure, il faudra donc être vigilant et adopter le réflexe de calculer rapidement les incertitudes relatives de chaque paramètre, pour estimer celui qui contribue le plus à l'incertitude et ainsi améliorer significativement la précision sur la mesure.

### Application 4

On veut mesurer l'énergie potentielle de pesanteur  $E_{pp} = mgh$  d'une balle de tennis lors de sa chute. Pour cela, on mesure la masse de la balle à la balance :  $m = 58,54$  g, avec une incertitude  $u(m) = 0,02$  g. De même, on mesure la hauteur de chute :  $h = 1,04$  m, et une incertitude  $u(h) = 0,02$  m.

1. **Calculer** l'incertitude relative sur  $m$  et  $h$ . Quelle est la mesure la moins précise ?
2. **Calculer** l'incertitude totale sur l'énergie potentielle  $E_{pp}$ , en supposant la constante de pesanteur  $g$  infiniment précise. Que remarquez-vous ?
3. **Déterminer** le paramètre dont il faudra améliorer la précision pour améliorer la mesure.

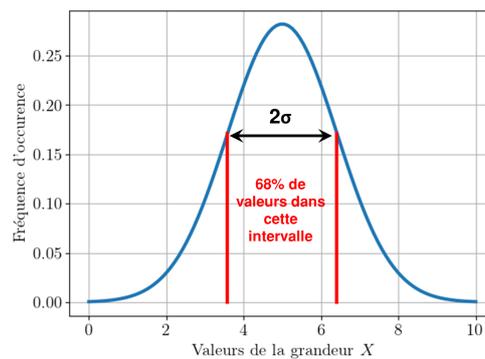
### III. Présentation d'un résultat avec incertitudes

#### III.1. Intervalle de confiance

Parfois on préfère donner une autre définition à l'incertitude, elle n'est plus seulement la quantification de la variabilité d'une mesure mais aussi l'intervalle dans lequel il est "presque sûr" que se trouve la valeur de référence, ou valeur vraie de la grandeur  $X$ .

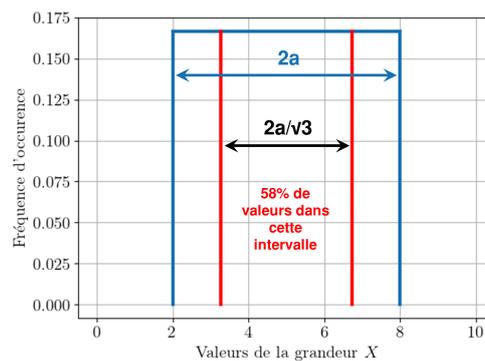
Or on peut constater sur la Figure 1.1 et la Figure 1.2 que dans le cas d'une incertitude de type A ou de type B, de nombreuses valeurs possible pour la valeur vraie se trouvent hors de l'intervalle  $[\bar{x} - u_A(x); \bar{x} + u_A(x)]$ .

Pour l'incertitude de type A, dans la limite d'un nombre infini de mesures, et en supposant qu'elles suivent une loi de probabilité gaussienne (aussi appelée loi normale), on peut montrer que seuls 68 % des valeurs se trouvent dans cet intervalle, comme schématisé Figure 1.1.



**Figure 1.1** – Distribution des valeurs possibles de la grandeur  $X$  selon une loi de probabilité gaussienne.

Pour l'incertitude de type B, dans la limite d'un nombre infini de mesures, et en supposant qu'elles suivent une loi de probabilité uniforme, on peut montrer que seuls 58 % des valeurs se trouvent dans cet intervalle, comme schématisé Figure 1.2.



**Figure 1.2** – Distribution des valeurs possibles de la grandeur  $X$  selon une loi de probabilité uniforme.

### III.2. Résultats de mesure

#### ♥ Définition

Un résultat de mesure s'écrit toujours sous la forme

$$X = x \pm u(x)$$

où  $x$  désigne la valeur effectivement mesurée (ou sa moyenne, si l'on a effectué plusieurs mesures) et  $u(x)$  l'incertitude associée à cette mesure.

Il est à noter que  $x$  et  $u(x)$  doivent être exprimés dans les **mêmes unités**, et avec un **nombre de décimales identiques**.

## IV. Comparaison à une valeur attendue

Il est fréquent de devoir comparer, une fois les incertitudes de mesure évaluées, une valeur issue d'une mesure expérimentale à une valeur attendue, celle-ci pouvant être issue d'un modèle théorique, donnée par un fabricant ou encore estimée par un autre protocole de mesure.

Nous allons donner un critère quantitatif, l'**écart normalisé**, pour comparer ces deux valeurs. Qualitativement, il s'agit de savoir si les deux valeurs ne sont pas trop éloignées l'une de l'autre : on dit alors qu'elles sont **compatibles**.

### IV.1. Comparaison entre deux valeurs connues avec incertitude

Considérons le cas où les deux valeurs sont connues avec leurs incertitudes : c'est par exemple le cas de deux mesures réalisées grâce à des protocoles différents. Dans ce cas, nous pouvons les comparer grâce à l'**écart normalisé**

#### ♥ Définition

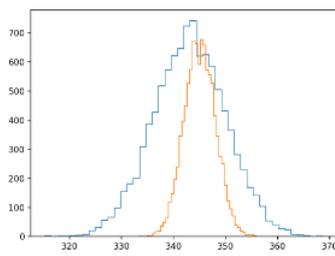
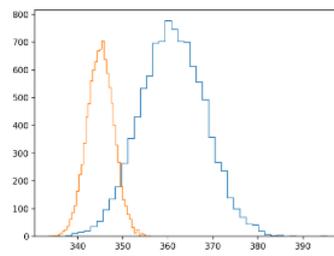
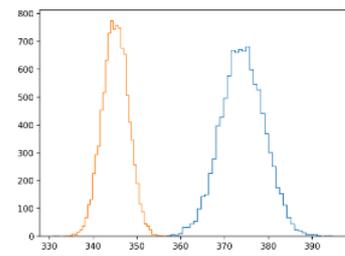
On appelle **écart normalisé**, ou **z-score** entre deux valeurs  $x_1$  et  $x_2$ , connues respectivement avec leurs incertitudes  $u(x_1)$  et  $u(x_2)$  la valeur  $z$  telle que

$$z = \frac{|x_2 - x_1|}{\sqrt{u(x_1)^2 + u(x_2)^2}}$$

Les valeurs  $x_1$  et  $x_2$  seront **compatibles** si :

$$z \leq 2$$

On peut interpréter le z-score de façon graphique : comme sur la Figure 1.3 ci-dessous, si les histogrammes issus des deux expériences réalisées se recouvrent beaucoup, cela signifie que les valeurs sont compatibles. A l'inverse, si les histogrammes de se chevauchent pas, cela signifie qu'elles sont incompatibles.

(a) Deux distributions avec  $E_N \approx 0.3$ .(b) Deux distributions avec  $E_N \approx 2.1$ .(c) Deux distributions avec  $E_N \approx 5.0$ .

**Figure 1.3** – Tracés de trois jeux deux distributions de résultats de mesure avec différents z-score ( $E_N$ ).

#### IV.2. Comparaison entre une valeur expérimentale et une valeur connue sans incertitude

Il peut arriver que l'on doive comparer la valeur issue d'une expérience avec une valeur tabulée donnée par un fabricant, ou une valeur de référence, ou une valeur vraie : dans ce cas, l'incertitude sur la valeur attendue n'est pas toujours donnée. On peut tout de même grâce à une redéfinition de l'écart normalisé donner un critère quantitatif pour vérifier la compatibilité de la valeur expérimentale et de la valeur attendue.

##### ♥ Définition

Soit  $x_{exp}$  et  $u_{exp}$  la valeur mesurée expérimentalement et son incertitude, et  $x_a$  la valeur attendue donnée sans incertitude. Dans ce cas, l'écart normalisé (ou z-score) devient

$$z = \frac{|x_a - x_{exp}|}{u(x_{exp})}$$

Les valeurs  $x_1$  et  $x_2$  seront **compatibles** si :

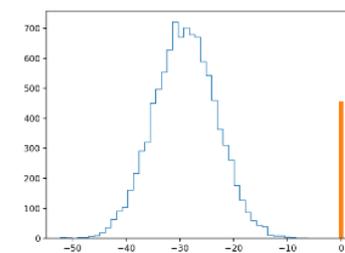
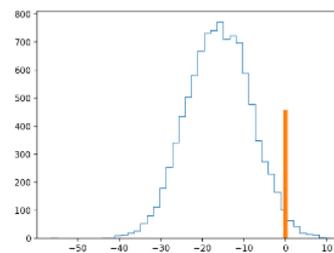
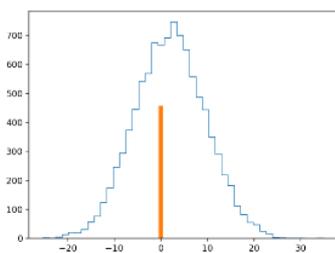
$$z \leq 2.$$

Cela signifie que, par convention, la valeur expérimentale  $x_{exp}$  et la valeur attendue  $x_a$  sont dites compatibles si

$$x_a \in [x_{exp} - u(x_{exp}) ; x_{exp} + u(x_{exp})]$$

L'écart entre la valeur attendue et la valeur expérimentale est inférieure à l'incertitude.

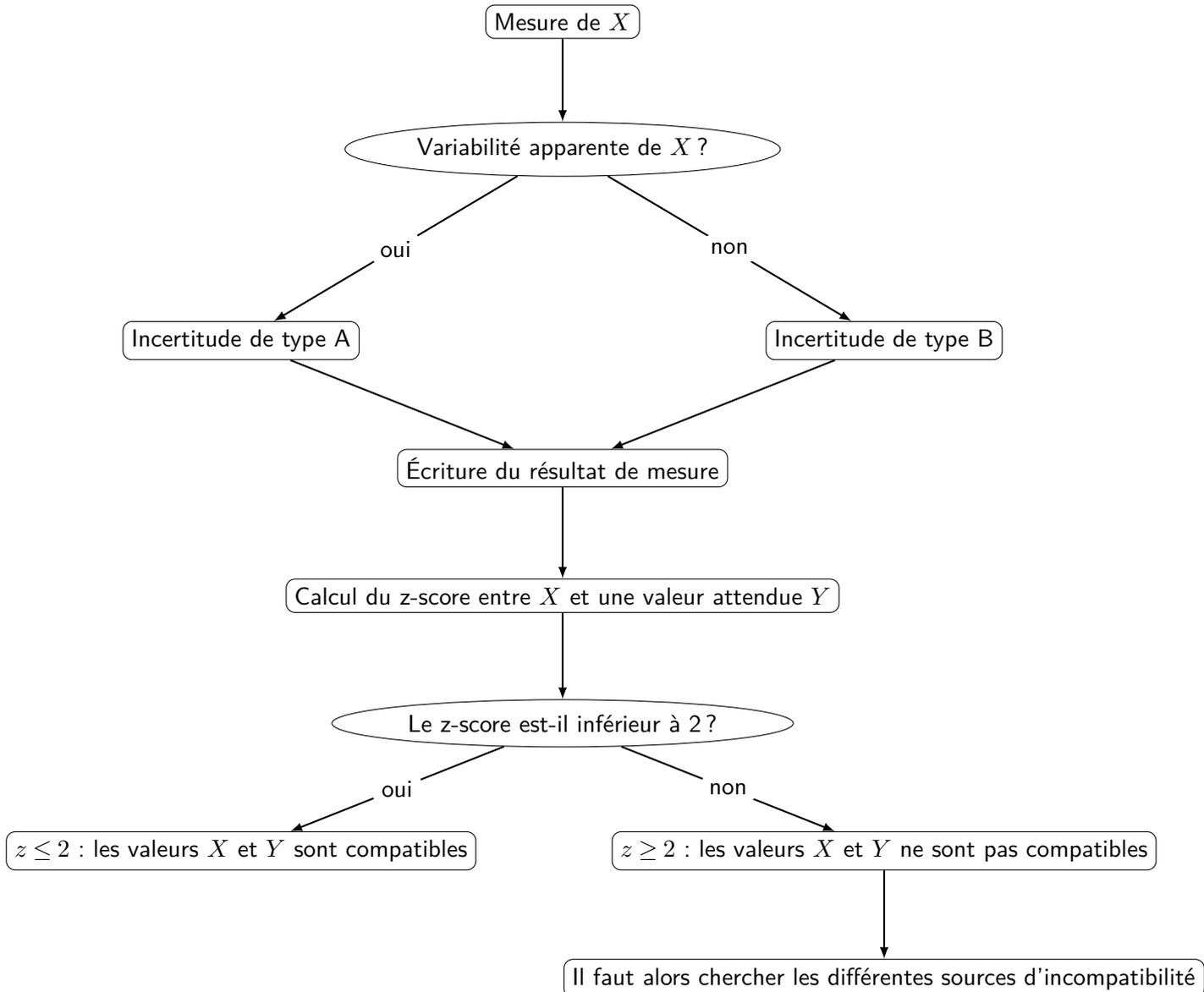
L'interprétation graphique est similaire à la partie précédente comme illustrée Figure 1.4, sauf que, cette fois, ce n'est plus un histogramme qui représente la valeur attendue mais simplement une barre verticale, puisque les incertitudes sur la valeur attendue ne sont pas connues.



**Figure 1.4** – Le trait plein représente la valeur attendue. De gauche à droite :  $z = 0,5$ ,  $z = 2$  et  $z = 5$ . Si le z-score devient trop grand (à droite), les valeurs ne sont plus compatibles.

## V. Diagramme récapitulatif

**Avant tout, souvenez-vous que l'estimation des incertitudes relève généralement du bon sens !** Ne cherchez pas à sous-estimer les incertitudes pour envisager une précision dérisoire sur une mesure expérimentale, et ne cherchez pas non plus à les surestimer pour que votre mesure coïncide à tout prix avec une valeur tabulée connue. En bref, soyez honnêtes sur vos mesures !



Dans le cas où la grandeur  $X$  est issue d'une relation faisant intervenir d'autres paramètres, il faudra estimer les incertitudes sur chacun des paramètres de la relation grâce au schéma précédent, et ensuite **propager les incertitudes** selon les relations données Table 1.2.