

Chapitre 1 - Formation des images

Introduction

Depuis l'Antiquité on s'est interrogé sur la nature de la lumière et on a étudié son comportement. De nombreuses **hypothèses** sur le fonctionnement de la vision ont été proposées, mais c'est le savant arabo-musulman **Alhazen** (965-1039) qui montre le premier que la lumière est irradiée dans toutes les directions par **une source primaire** (qui émet sa propre lumière) et se déplace en ligne droite, elle peut ensuite être réfléchiée dans toutes les directions par des objets, qui agissent comme **des sources secondaires** (qui réfléchissent la lumière d'une source primaire), pour enfin arriver jusqu'à nos yeux. À partir des conclusions d'Alhazen, on peut se représenter la lumière comme un ensemble de rayons lumineux. La représentation, simple ou complexe, d'un objet est appelée **modélisation**. Chaque modèle a des **limites** qu'il faut connaître. Nous verrons deux modèles pour la lumière :

- le modèle des rayons lumineux au fondement de **la théorie de l'optique géométrique**
- le modèle des **ondes électromagnétiques** au fondement de **la théorie de l'optique ondulatoire**.

C'est à partir du modèle du rayon lumineux, et donc en utilisant la théorie de l'optique géométrique, que nous allons expliquer **la formation des images**.

Pour l'instant, nous n'étudierons pas la théorie de l'optique ondulatoire, mais nous allons tout de même utiliser certaines de ses conclusions afin de décrire des propriétés de la lumière.

Leçon I. Sources lumineuses

Nous avons à notre disposition de nombreuses sources lumineuses : le Soleil, les flammes d'un feu, des ampoules à incandescence, un laser, etc. Avant d'étudier **les types de sources**, intéressons-nous d'abord à une caractéristique permettant de les différencier : **leur spectre**.

I.1. Spectre de la lumière

I.1.a Description de la lumière

Adoptons, temporairement, le modèle de l'onde électromagnétique (EM) pour décrire la lumière : elle n'est alors qu'une sorte d'onde EM parmi un ensemble plus vaste.

♥ Définitions

- **Une onde** est le déplacement d'une perturbation dans l'espace sans qu'il y ait déplacement de matière globale **avec transport d'information**.
- Les ondes qui ont besoin d'un support matériel pour se propager (ondes acoustiques, ondes sismiques, etc.) sont appelées **ondes mécaniques**.
- Les ondes dont le support de propagation n'est pas la matière mais le champ électromagnétique sont appelées **ondes électromagnétiques**. Elles n'ont pas besoin de milieu matériel pour se propager et peuvent donc se déplacer dans le vide.
- **Un champ** désigne une grandeur physique qui est présente en tout point de l'espace.

Représentons une onde EM se propageant dans l'espace selon l'axe x à un certain instant t .

Comme on peut le voir sur la Figure 1.1, les ondes EM ont deux composantes, une composante électrique (représentée en rouge) et une composante magnétique (représentée en bleu). Il faut bien noter que la

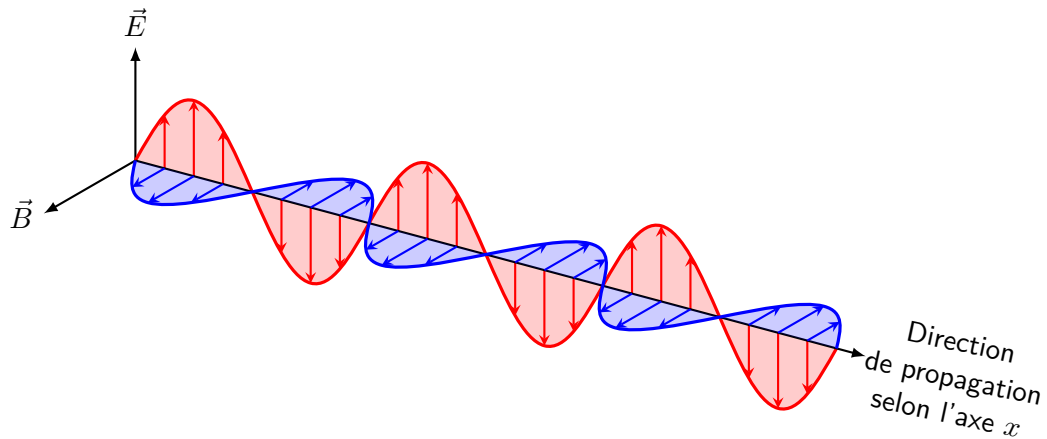


Figure 1.1 – Représentation de la propagation d'une onde électromagnétique selon une dimension

Figure 1.1 représente l'onde EM selon une seule dimension : le long de l'axe x ; les autres axes, y et z n'illustrent que la valeur, le sens et la direction des champs électrique et magnétique au niveau de l'axe x .

Sur la Figure 1.2 on a représenté la variation de l'amplitude de l'onde : à gauche en fonction de la position selon une dimension à l'instant $t = 1$ s, et à droite en fonction du temps à une position $x = 3$ m.

Ces deux représentations nous permettent de constater **la double périodicité de l'onde** : dans l'espace et dans le temps. Ces dernières sont caractérisées par deux grandeurs : **la longueur d'onde** à gauche, notée λ en m, et **la période**, notée T en s. Cette dernière est liée à **la fréquence** de l'onde, notée f (ou ν) en Hz (Hertz) ou s^{-1} , de telle manière que

$$f = \frac{1}{T}.$$

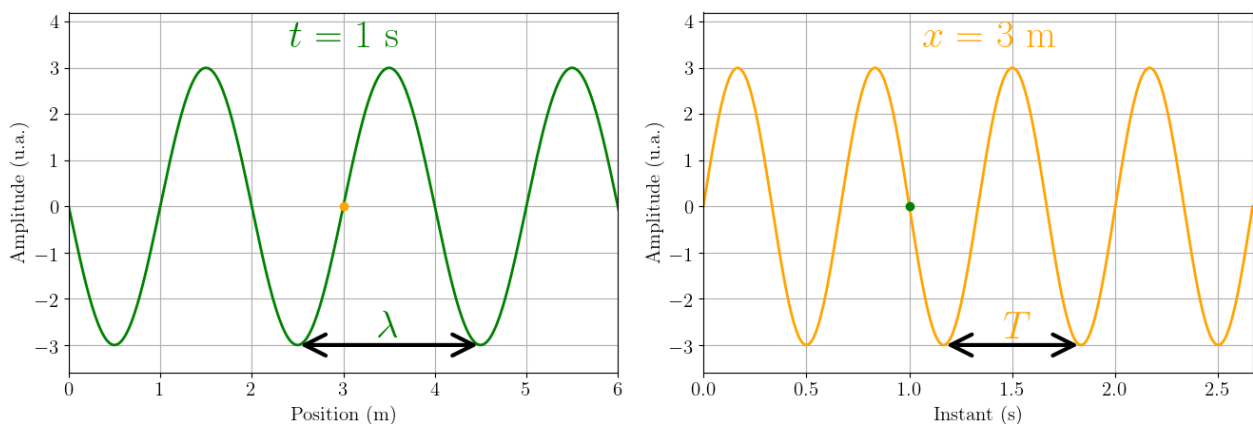


Figure 1.2 – Variation de l'amplitude d'une onde en fonction de la position à un instant donné $t = 1$ s ; et en fonction du temps à une position fixe $x = 3$ m.

Application 1

Calculer les valeurs des longueurs d'onde encadrant le domaine du spectre EM correspondant à la lumière, et **donner** les couleurs auxquelles elle correspondent.

Une onde EM se déplace **dans le vide** avec une célérité c_0 constante **quelque soit sa fréquence et quelque soit le référentiel d'étude** dans lequel on étudie sa propagation :

$$c_0 = 2,99792458 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

Définition

On retiendra que la lumière se propage avec une **célérité dans le vide** c_0 de valeur

$$c_0 = 3,00 \cdot 10^8 \text{ m.s}^{-1}.$$

Dans **un milieu transparent autre que le vide**, la lumière se propage avec une **célérité c inférieure à c_0** . Cette différence est fonction de la nature du matériau et ses conditions physiques (température, pression). Le rapport des deux célérités est quantifié par **l'indice de réfraction du milieu**, noté n et exprimé sans unité, tel que

$$n = \frac{c_0}{c}.$$

Comme c est toujours inférieure à c_0 , n **est toujours supérieur à 1**.

Nota bene

La fréquence d'une onde est constante, alors que la célérité et donc la longueur d'onde peuvent varier selon les milieux.

Application 2

Voici les indices de réfraction de différents milieux pour une onde de fréquence $f = 5,102 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ ¹.

| milieu | vide | air | eau | plexiglas | diamant |
|--------|------|--------|--------|-----------|---------|
| n | 1 | 1,0003 | 1,3325 | 1,4906 | 2,4168 |

Calculer les valeurs de longueurs d'onde de cette onde lorsqu'elle se propage dans ces milieux.

La longueur d'onde d'une onde dans le vide sera notée λ_0 , et dans un milieu d'indice n elle sera notée λ_n .

Application 3

Donner la relation liant λ_0 , λ_n et n , et l'inégalité qui relie λ_0 et λ_n .

1. Valeurs obtenues sur le site refractiveindex.info.

👉 Nota bene

Lorsque l'indice n d'un milieu varie en fonction de la fréquence de l'onde qui le traverse, on qualifie ce milieu de **dispersif**. *A priori* tous les milieux autres que le vide sont plus ou moins dispersifs.

1.2. Sources lumineuses

Il existe de nombreuses sources primaires. Le spectre EM de ces sources nous permet de les différencier en plusieurs types.

1.2.a Sources thermiques

Tout corps avec une température différente du zéro absolu, soit 0 K (Kelvin) ou $-273,15^{\circ}\text{C}$, émet **un rayonnement**, soit des ondes EM, qui est produit par le mouvements continu et désordonné des particules du corps : on l'appelle **le rayonnement thermique**.

L'espace n'est pas vide, il y a une très faible densité de matière (poussière, gaz). Cette matière est soumise à une agitation causée par un reste d'énergie produit par le big-bang, ce qui implique que la température dans l'espace n'est pas nulle, comme on peut le voir sur la Figure 1.4. Mais comment cette image a-t-elle été obtenue ?

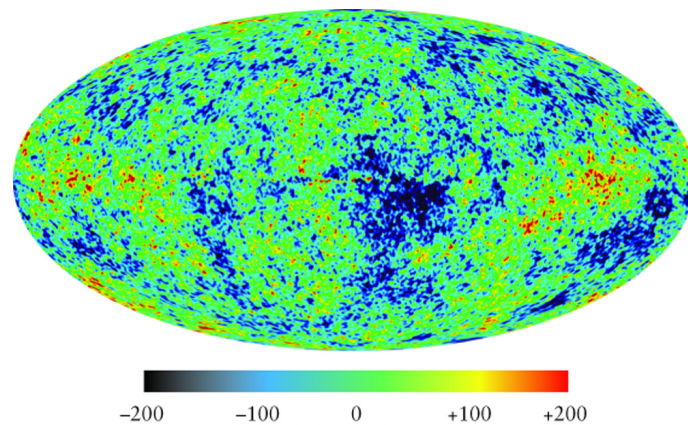


Figure 1.4 – Carte de la variation de température en μK autour de la moyenne de température du **fond diffus cosmologique** obtenue par le satellite WMAP (température moyenne de 2,725 K)¹.

On peut voir le spectre de rayonnement thermique pour des corps avec des températures différentes sur la Figure 1.5.

♥ Définition

Le **spectre de rayonnement thermique** d'un corps est large et continu, et possède un maximum correspondant à une longueur d'onde précise dépendant de la température du corps.

Plus un corps est chaud, plus le maximum d'émission présente une longueur d'onde basse, et donc une fréquence haute.

Le corps humain qui a une température d'à peu près 310 K (37°C), il émet donc des radiations dont le maximum d'émission se situe à $9 \mu\text{m}$, une radiation infrarouge (IR) et donc invisible.

Le fond diffus cosmologique a une température moyenne de 2,725 K ($-270,425^{\circ}$), ce qui correspond à un maximum d'émission se situant à 1,06 mm, ce qui correspond au domaine des micro-ondes, et c'est

1. Source : [université d'Alberta](#).

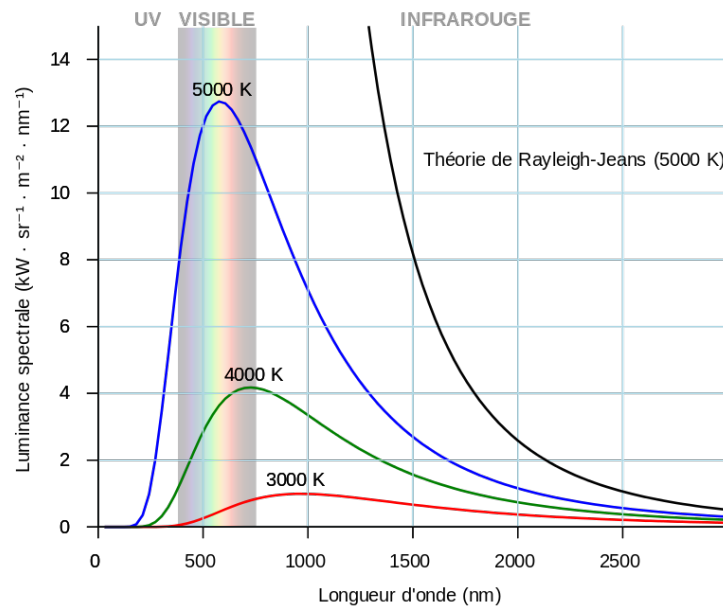


Figure 1.5 – Luminance spectrale de corps avec des températures de 3000 K, 4000 K et 5000 K¹.

pourquoi on a construit le satellite WMAP, *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*, soit sonde d'anisotropie micro-ondes Wilkinson, afin de mesurer les radiations micro-ondes correspondant à l'émission maximale du fond de l'Univers.

Les lampes à incandescence, lampes que l'on utilise dans la vie de tous les jours, émettent un rayonnement thermique. En faisant passer un courant électrique dans un brin de tungstène, on arrive à le porter à une température de 2800 K, émettant ainsi des radiations. Néanmoins le maximum du spectre correspond à une longueur d'onde de 1,1 μm , se trouvant donc dans le domaine IR, et la lumière ne représente que seulement 5% de l'énergie émise par ces lampes. C'est pourquoi on leur préfère aujourd'hui les LED (*light-emitting diode*, soit diode électroluminescente).

♥ Définition

Une **source de lumière blanche** est une source dans le spectre est continu et contient toutes les longueurs d'onde du visible.

1.2.b Lampes spectrales

Le principe physique permettant à une lampe spectrale, aussi appelée **lampe à décharge**, d'émettre un rayonnement est différent de celui des sources thermiques. Dans une lampe spectrale, on soumet un gaz à une décharge électrique. Les atomes du gaz sont alors excités : leur énergie augmente. La mécanique quantique nous enseigne que **l'énergie d'un atome est quantifié** : il ne peut atteindre que certaines valeurs d'énergie, certains niveaux d'énergie. Après avoir atteint des niveaux énergétiques supérieurs, les atomes vont revenir à leur niveau initial en **émettant spontanément** l'énergie reçue sous forme d'ondes électromagnétiques avec **des fréquences données**. On peut identifier ces fréquences sur le spectre d'émission d'une lampe spectrale.

1. Source : [wikipédia](#).

♥ Définition

Le **spectre d'une lampe spectrale** est discontinue et constituée de pics fins, appelées raies spectrales, correspondant à des fréquences bien précises selon le gaz atomique utilisé.

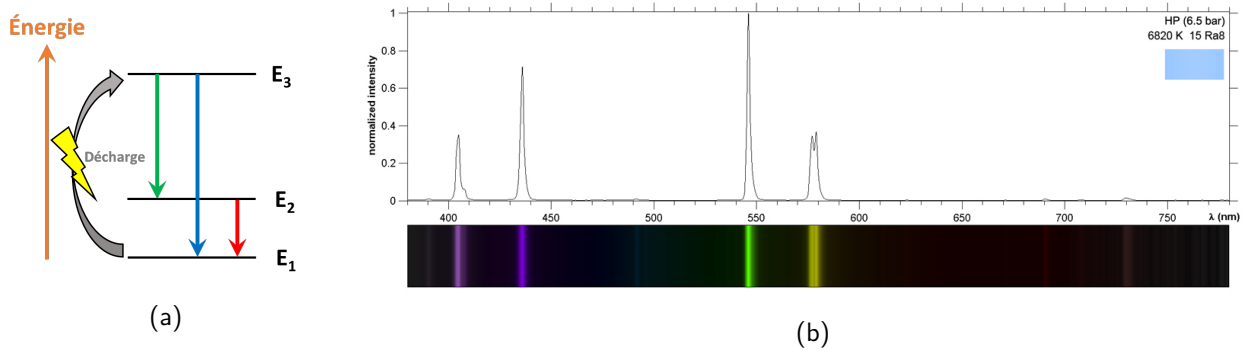


Figure 1.6 – (a) Chemins énergétiques que peut suivre des atomes soumis à une décharge électrique. (b) Spectres d'émission mesuré et observé d'une lampe spectrale à vapeur de mercure ¹.

1.2.c Sources laser

Les sources laser (*Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation* ou amplification de lumière par émission stimulée de radiation) repose sur un principe similaire à celui des lampes spectrales. Une des différences majeures est l'exploitation du phénomène d'émission stimulée, qui permet d'amplifier le nombre d'ondes EM émises.

♥ Définition

Le **spectre d'un faisceau laser** présente une raie spectrale unique et beaucoup plus fine que celle d'une source spectrale.

👉 Nota bene

Une source émet des ondes EM avec différentes longueurs d'onde (ou fréquences). Pour obtenir son spectre, il faut dissocier les ondes selon leur longueur d'onde. On utilise pour cela un **système dispersif**.

📎 Application 4

Donner un exemple de système dispersif naturel qui permet d'observer le spectre solaire visible.

1. Source : lighting-gallery.net.

Synthèse

Connaissances

- Valeurs de la célérité d'une onde EM dans le vide.
- Longueur d'onde délimitant le domaine visible.
- Ordre de grandeur des fréquences optiques.
- Expression de la célérité de la lumière dans un milieu transparent.
- Expression de la longueur d'onde dans un milieu transparent.
- Allure du spectre d'une lumière blanche.
- Allure du spectre d'une lampe spectrale.
- Allure du spectre d'un faisceau laser.

Savoir-faire

- **Relier** la longueur d'onde dans le vide et la couleur.
- **Caractériser** une source lumineuse par son spectre.

Résultats des applications

- Application 1 : les longueurs d'onde encadrant le domaine du spectre EM correspondant à la lumière valent 750 nm et 375 nm, elles correspondent respectivement aux couleurs rouge et violet.
- Application 2 : les longueurs d'onde de cette onde pour le vide, l'air, l'eau, le plexiglas et diamant valent respectivement 588,0 nm ; 587,8 nm ; 441,3 nm ; 394,5 nm ; 243,3 nm.
- Application 3 : $\lambda_n = \frac{n}{\lambda_0}$ donc $\lambda_n > \lambda_0$.
- Application 4 : l'arc-en-ciel nous permet d'observer le spectre solaire visible, et ce sont les gouttes d'eau en suspension dans l'air qui constituent le système dispersif.

Leçon II. Modèle de l'optique géométrique

II.1. Description du modèle de l'optique géométrique

Afin d'expliquer la formation des images à notre niveau, nous pouvons abandonner le modèle ondulatoire de la lumière pour adopter le modèle de l'optique géométrique. Afin de tester la solidité de ce modèle, réalisons une expérience.

Plaçons une boîte avec un trou au centre d'une face devant une source de lumière. Sur la face opposée se trouvent trois autres trous : un au centre et deux sur les côtés de la face. Par quels trous passe la lumière de la source ?

On constate que la lumière ne passe que par le trou centrale. Si on conçoit que la source émet des rayons lumineux se propageant de manière rectiligne, on comprend pourquoi la lumière ne passe pas par les trous sur les côtés : les rayons sont bloqués par la boîte.

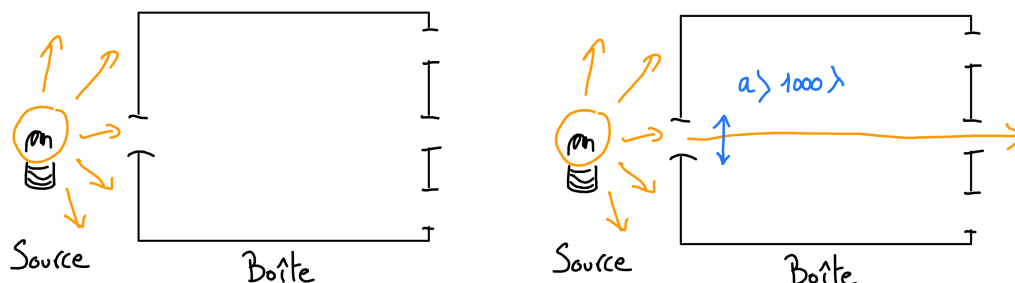


Figure 1.7 – Schéma de la première expérience.

II.1.a Cadre du modèle

Qu'est ce qu'un rayon lumineux ?

♥ Définition

Un **rayon lumineux** est une ligne le long de laquelle l'énergie de la lumière se propage.

Dans la première expérience, les rayons semblent rectilignes. Le sont-ils toujours ?

♥ Définition

La lumière se propage de manière rectiligne dans **les milieux homogènes**, c'est-à-dire des milieux dans lesquels les propriétés sont les mêmes en tout point.

Le vide est un exemple de milieu homogène. Il est également **isotrope**, c'est à dire un milieu pour lequel les propriétés sont indépendantes de la direction.

Pour illustrer ce concept, prenons l'exemple d'un milieu homogène et anisotrope : le cristal de calcite, comme c'est illustré Figure 1.8.

Dans ce cristal deux ondes EM orientées différemment, une selon l'axe ordinaire du cristal ayant un indice n_o , et l'autre selon l'axe extraordinaire ayant un indice n_e ne vont pas se propager avec la même célérité. Les deux propriétés que sont les indices sont les mêmes en tout point du cristal mais dépendent de

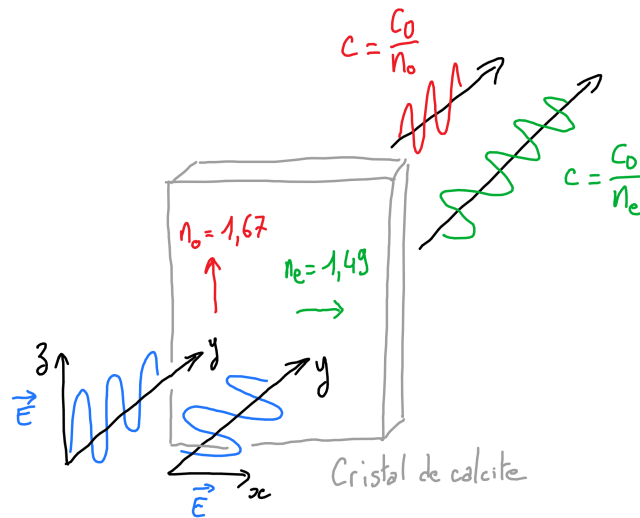


Figure 1.8 – Schéma de propagation de la lumière dans un milieu homogène anisotrope : la cristal de calcite.

la direction dans laquelle on le place : c'est un milieu anisotrope homogène. Comme il est homogène la propagation de la lumière est bien rectiligne.

II.1.b Limite du modèle

L'utilisation du modèle de l'optique est-elle toujours valable ? Réalisons une deuxième expérience. Cette fois-ci on dispose un laser devant un trou. D'après l'expérience précédente, le rayon lumineux devrait se propager de manière rectiligne, et on devrait voir une seule tâche centrale sur un écran disposé plus loin. On constate que d'autres tâches se forment sur les côtés. Le modèle géométrique ne tient, plus, il faut ici revenir au modèle ondulatoire, qui permet d'expliquer ce phénomène à partir du concept d'interférence entre les différentes ondes lumineuses.

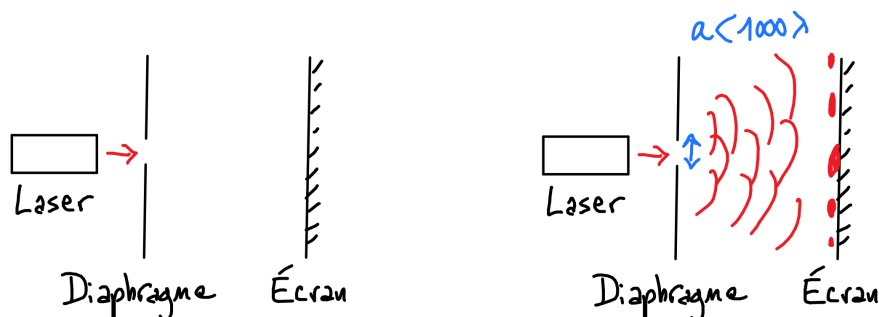


Figure 1.9 – Schéma de la deuxième expérience.

La différence cruciale entre les deux expériences est **la taille du trou** par lequel se propage la lumière.

♥ Définition

L'optique géométrique est utilisable lorsque les effets ondulatoires sont négligeables, soit quand la taille caractéristique a du milieu de propagation est très grande devant la longueur d'onde de la lumière. On utilise ce critère pour fixer **la limite du modèle de l'optique géométrique**

$$a > 1000\lambda.$$

II.1.c Sources considérées

Afin de simplifier l'étude de la formation des images dans le cadre l'optique géométrique nous allons considérer que la source primaire est une source ponctuelle.

♥ Définitions

- Une **source ponctuelle** est une source infiniment petite assimilable à un point.
- On considérera aussi quelque fois les sources comme des **sources ponctuelles monochromatiques**, soit des sources infiniment petites produisant un rayonnement avec une fréquence infiniment résolue. Ce sont donc des objets hautement théoriques.

II.2. Lois de Snell - Descartes

Ces lois nous permettent de décrire le comportement de la lumière à l'**interface** de deux milieux. Même si leur paternité été attribuée à Willebrod Snell (1580-1626) et à René Descartes (1596-1650), qui travaillèrent sur le sujet de manière parallèle, on peut faire remonter leur découverte à partir du X^{ème} par Ibn Sahl, maître de Alhazen.

II.2.a Cadre

Sur le parcours de la lumière peut apparaître un brusque changement de milieu, par exemple à l'interface entre l'air et l'eau comme illustré sur la Figure 1.10. Le **rayon incident** se sépare alors en deux parties.

Un **rayon réfléchi** qui se propage dans le même milieu que le rayon incident.

Un **rayon réfracté** qui se propage dans l'autre milieu.

♥ Définitions

- Le **dioptré** est la surface séparant les deux milieux transparents.
- Le **point d'incidence** est le point de contact entre le rayon incident et le dioptré.
- Le **plan d'incidence** est formé par le rayon incident et la normale au dioptré.
- On note les angles d'incidence, de réfraction et de réflexion, respectivement i_1 , i_2 et r .

☞ Nota bene

Les angles i_1 , i_2 et r sont **algébrisés**, c'est-à-dire qu'ils peuvent prendre une valeur négative ou positive. Cette valeur indique leur **orientation par rapport à la normale** : dans le sens direct ou trigonométrique, leur valeur est positive ; dans le sens indirect ou horaire, leur valeur est négative.

II.2.b Lois

Par convention on notera n_1 et n_2 les indices des milieux dans lesquels se propagent respectivement les rayons incident et réfracté.

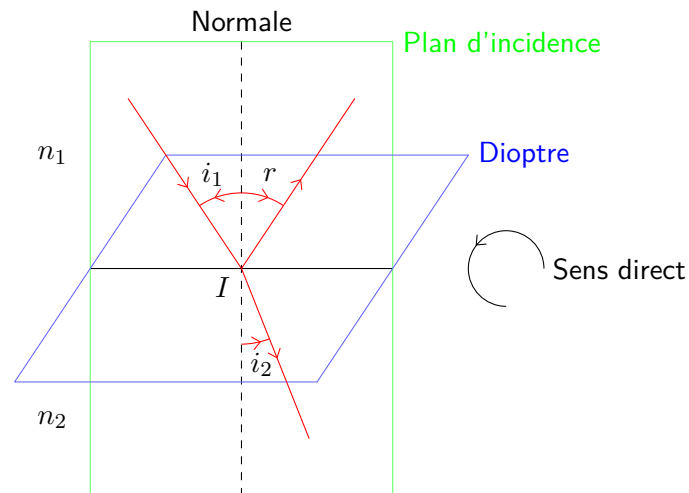


Figure 1.10 – Schéma de la séparation de la lumière à l'interface entre deux milieux d'indice n_1 et n_2 (le point I correspond au point d'incidence).

♥ Définitions

Voici les trois lois de Snell-Descartes.

- Les rayons réfléchis et réfractés sont situés dans le plan d'incidence.
- Loi de la réflexion : $i_1 = -r$.
- Loi de la réfraction : $n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$.

11.2.c Exploitation

D'après la loi de la réfraction deux cas peuvent apparaître selon les valeurs des indices des milieux : $n_1 < n_2$ et $n_1 > n_2$ comme cela est représenté sur la Figure 1.11.

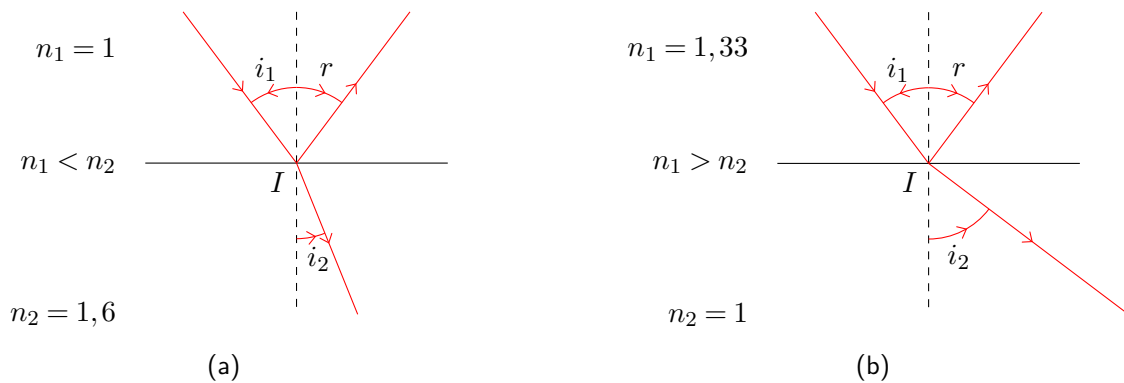


Figure 1.11 – (a) Réfraction d'un milieu moins réfringent à un milieu plus réfringent ; (b) réfraction d'un milieu plus réfringent à un milieu moins réfringent.

- Pour $n_1 < n_2$ le deuxième milieu est plus réfringent, il vient que

$$\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 = \sin i_2$$

or $n_1 < n_2$ donc

$$\sin i_1 > \sin i_2.$$

Le rayon réfracté se rapproche de la normale.

- Pour $n_1 > n_2$ le deuxième milieu est moins réfringent, il vient que

$$\frac{n_1}{n_2} \sin i_1 = \sin i_2$$

or $n_1 > n_2$ donc

$$\sin i_1 < \sin i_2.$$

Le rayon réfracté s'éloigne de la normale.

Dans le cas où le deuxième milieu est moins réfringent que le premier, $n_1 > n_2$, nous pouvons atteindre une situation particulière.

D'après la loi de la réfraction, nous savons que dans ce cas $\sin i_1 < \sin i_2$. Si on augmente i_1 et donc $\sin i_1$, $\sin i_2$ augmentera également jusqu'à atteindre le maximum de 1, soit un angle $i_2 = \pi/2$: le rayon réfracté se propage alors au niveau du dioptre.

Ce qui correspond à une valeur limite de i_1 noté $i_{1,lim}$. En égalisant $\sin i_2$ à 1 il vient que

$$n_1 \sin i_{1,lim} = n_2$$

$$i_{1,lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right).$$

Si i_1 dépasse cette valeur limite $i_{1,lim}$, le rayon réfracté n'existe plus, nous nous trouvons dans une situation de **réflexion totale** : le rayon incident n'est pas réfracté, il est uniquement réfléchi.

♥ Définition

Il y a **réflexion totale** lorsque deux conditions sont réunies :

- le milieu incident est plus réfringent que le milieu réfracté : $n_1 > n_2$
- l'angle d'incidence est supérieur à l'angle d'incidence limite : $i_1 > i_{1,lim}$

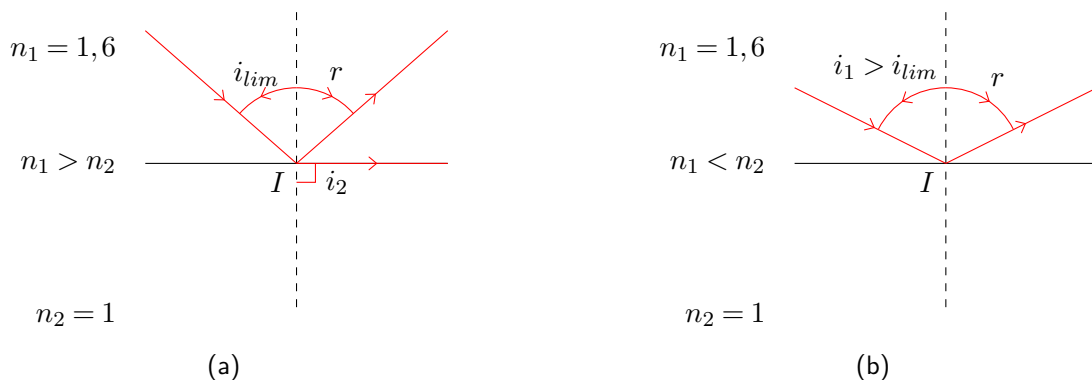


Figure 1.12 – (a) Situation de réfraction limite et (b) de réflexion totale.

Ce phénomène de réflexion totale est exploité afin de guider la lumière, au travers de fibres optiques par exemple.

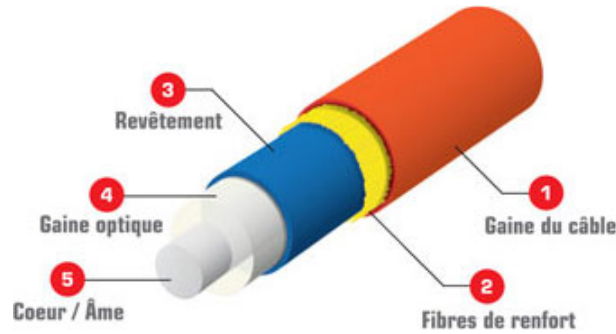


Figure 1.13 – Schéma de composition d'une fibre optique¹.

II.3. Fibre à saut d'indice

Les fibres optiques permettent de guider la lumière sur des distances importantes de l'ordre de la centaine, voire du millier de kilomètres en minimisant les pertes. On peut s'en servir pour transmettre des données numériques, effectuer des examens médicaux (fibroscopie) ou tout simplement en tant qu'éclairage.

Comme illustrée sur la Figure 1.13, une fibre optique est composée d'un fil de verre, appelé **cœur ou âme** de rayon r_1 et d'indice n_1 , entouré d'une gaine réfléchissante, appelée le plus souvent **gaine**, de rayon r_2 et d'indice n_2 . Le tout est entouré par des enveloppes de protection mécanique (gaine mécanique, fibres de renfort en Kevlar et revêtement mécanique).

Il existe plusieurs types de fibres, dont les trois principaux sont les fibres à saut d'indice, les fibres à gradient d'indice et les fibres monomodes. Les caractéristiques de ces différents types de fibre sont montrées Figure 1.14.

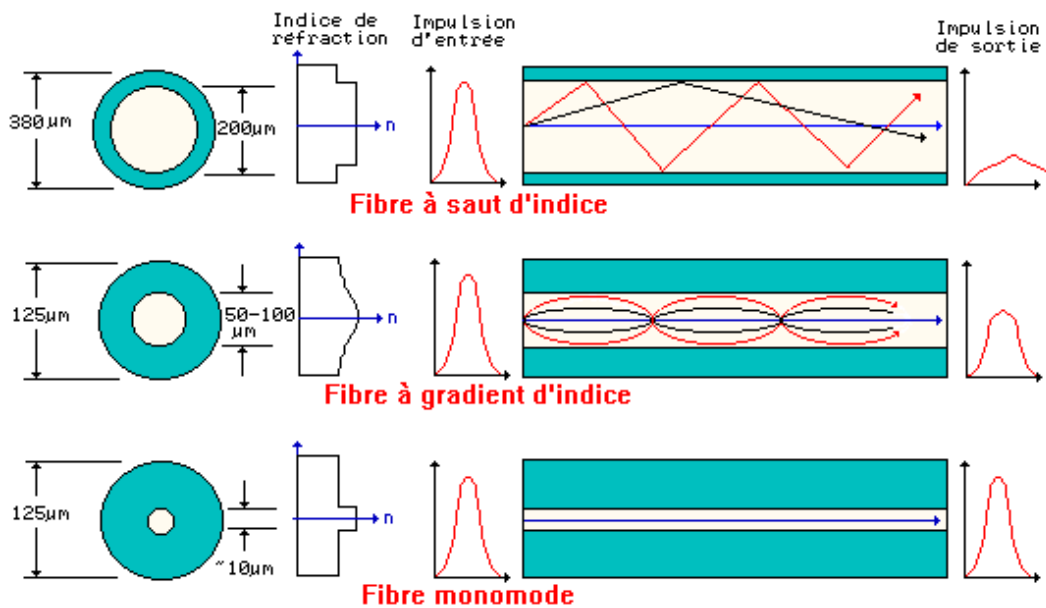


Figure 1.14 – Caractéristiques de différents types de fibres : diamètres de la gaine et du cœur, profil radial de l'indice de réfraction, profil temporel d'une impulsion à l'entrée, propagation de la lumière, profil temporel d'une impulsion en sortie².

Nous allons nous intéresser particulièrement à la fibre à saut d'indice, le type de fibre le plus commun, utilisé par exemple dans les réseaux informatiques locaux.

1. Source : [exertis connect](#).

2. Source : [microtechnica](#).

11.3.a Cône d'acceptance

Considérons le schéma de principe de la fibre à saut d'indice présentée Figure 1.15.

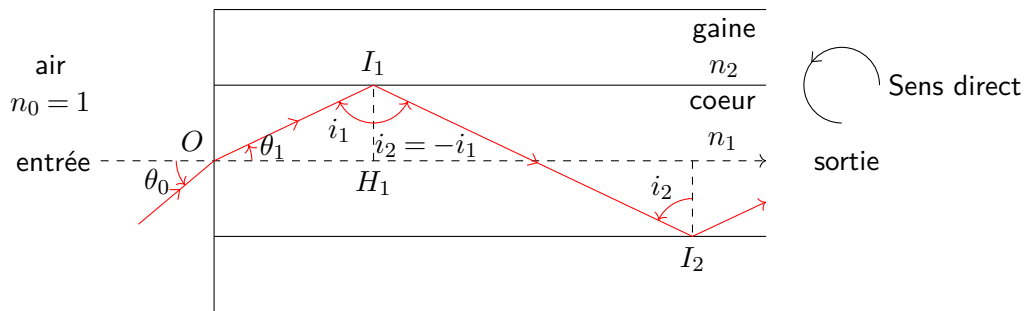


Figure 1.15 – Schéma de principe de la fibre optique

Soit un rayon lumineux arrivant sur la face d'entrée de la fibre au point O avec un angle d'incidence θ_0 .

L'air étant moins réfringent que le verre du coeur, soit $n_0 < n_1$, le milieu du rayon incident est moins réfringent que le milieu du rayon réfracté, nous sommes dans la situation où il y a toujours présence d'un rayon réfracté. Ce dernier forme un angle réfracté θ_1 .

En utilisant la loi de la réfraction, on peut exprimer $\sin \theta_1$ en fonction de $\sin \theta_0$

$$\sin \theta_1 = \frac{n_0}{n_1} \sin \theta_0.$$

Le coeur étant homogène, le rayon réfracté se propage de manière rectiligne de O à I_1 .

En I_1 se trouve un deuxième dioptré, l'interface entre le coeur et la gaine. Le rayon réfracté est alors réfléchi. On note i_1 l'angle d'incidence au point I_1 . Il est orienté de manière indirecte et est donc négatif. On peut le lier avec θ_1 de telle manière que

$$|i_1| = \frac{\pi}{2} - \theta_1.$$

Pour **éviter les pertes**, on désire réaliser une réflexion totale au point I_1 . D'après les deux conditions de réflexion totale, il faut d'abord que la gaine soit moins réfringente que le coeur soit $n_1 > n_2$ et que $|i_1|$ soit supérieur à $i_{1,lim}$, soit

$$\sin |i_1| > \frac{n_2}{n_1}.$$

On peut exprimer $|i_1|$ en fonction de θ_1

$$\sin \left(\frac{\pi}{2} - \theta_1 \right) > \frac{n_2}{n_1}.$$

On reconnaît l'identité trigonométrique

$$\cos \theta_1 > \frac{n_2}{n_1}.$$

On utilisant l'identité trigonométrique $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$, on peut exprimer $\cos \theta_1$ en fonction de $\sin \theta_1$

$$\sqrt{1 - \sin^2 \theta_1} > \frac{n_2}{n_1}$$

afin d'utiliser la loi de la réfraction liant $\sin \theta_1$ et $\sin \theta_0$ pour faire apparaître l'angle d'incidence θ_0 dans cette condition de réflexion totale

$$\sqrt{1 - \frac{n_0^2}{n_1^2} \sin^2 \theta_0} > \frac{n_2}{n_1}$$

soit

$$1 - \frac{n_0^2}{n_1^2} \sin^2 \theta_0 > \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

ou

$$\frac{n_0^2}{n_1^2} \sin^2 \theta_0 < 1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}$$

$$\sin \theta_0 < \sqrt{\frac{n_1^2}{n_0^2} \left(1 - \frac{n_2^2}{n_1^2}\right)}$$

$$\sin \theta_0 < \frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0}$$

Ainsi, on obtient une réflexion totale en I_1 si l'angle d'incidence au niveau de la face d'entrée de la fibre θ_0 est inférieur à un angle $\theta_{0,max}$ tel que

$$\theta_0 < \theta_{0,max} = \arcsin \left(\frac{\sqrt{n_1^2 - n_2^2}}{n_0} \right).$$

♥ Définitions

- Tout rayon arrivant sur la face d'entrée d'une fibre avec un angle d'incidence θ_0 compris entre $-\theta_{0,max}$ et $\theta_{0,max}$, appartient au **cône d'acceptance** de la fibre. Ces rayons subiront des réflexions totales successives au niveau du dioptré coeur-gaine, évitant ainsi les pertes par réfraction.
- $\theta_{0,max}$ est appelé **angle d'acceptance**.

📎 Application 1

Calculer l'angle d'acceptance d'une fibre avec des indice de coeur et de gaine $n_1 = 1,500$ et $n_2 = 1,485$.

11.3.b Dispersion intermodale

Par définition, la fibre accepte des rayons avec des angles d'incidence différents dans son cône d'acceptance. On voit d'après la Figure 1.16 que ces rayons vont suivre des trajets différents selon leur angle d'incidence. Ces trajets correspondent à des modes de propagation différents : une fibre permettant la propagation de différents modes est dite **multimodale**, c'est le cas des fibres à saut d'indice et à gradient d'indice.

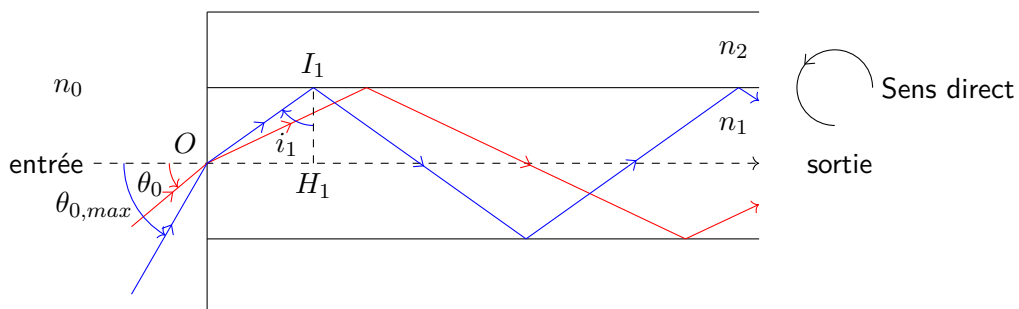


Figure 1.16 – Schéma de principe de la fibre optique avec deux rayons

Toujours d'après la Figure 1.16, nous constatons que plus l'angle d'incidence d'un mode est important, plus son trajet est long, et donc plus sa durée de propagation est grande. Ainsi si les différents modes entrent au même instant dans la fibre, ils n'en ressortent pas au même instant, ils sortent en ordre dispersé : on parle de **dispersion intermodale**.

♥ Définition

La **dispersion intermodale** est définie par la différence de durées de parcours δt dans la fibre entre le rayon le long, celui avec un angle d'incidence $\theta_{0,max}$, et le rayon le plus court, celui aligné avec l'axe optique, soit ayant un angle d'incidence nul.

$$\delta t = \Delta t_{max} - \Delta t_{min}.$$

Calculons cette différence de durées δt .

La durée de parcours Δt_{min} du rayon le plus court se calcule aisément en fonction de la célérité de la lumière dans la fibre c et la longueur de la fibre L

$$\Delta t_{min} = \frac{L}{c} = \frac{n_1 L}{c_0}.$$

Le rayon le plus long parcourt une distance différente notée l . Sur le schéma, on constate que lorsque le rayon le plus court parcourt seulement la distance OH_1 , le rayon plus long doit, lui, parcourir la distance OI_1 . Du fait des réflexions multiples, le rapport entre ces deux distances est conservée tout au long de la fibre : la distance parcourue par le rayon le plus long est OI_1/OH_1 fois plus grande que la distance parcourue par le rayon le plus court, soit

$$\frac{l}{L} = \frac{OI_1}{OH_1}$$

et donc

$$l = L \frac{OI_1}{OH_1}.$$

Géométriquement $\sin |i_1| = OH_1/OI_1$, on peut donc écrire

$$l = \frac{L}{\sin i_1}$$

or nous sommes dans le cas de la réflexion totale, donc

$$l = \frac{n_1 L}{n_2}.$$

La durée de parcours Δt_{max} du rayon le plus long est donc

$$\Delta t_{max} = \frac{l}{c} = \frac{n_1 l}{c_0} = \frac{n_1^2 L}{n_2 c_0}.$$

On peut alors obtenir la dispersion intermodale δt

$$\delta t = \Delta t_{max} - \Delta t_{min}$$

$$\delta t = \frac{n_1^2 L}{n_2 c_0} - \frac{n_1 L}{c_0}$$

$$\delta t = \frac{n_1 L}{c_0} \left(\frac{n_1}{n_2} - 1 \right).$$

La dispersion intermodale ne dépend donc que de la longueur de la fibre et des indices du cœur et de la gaine.

Cette dispersion est l'une des causes de l'élargissement des impulsions lumineuses en sortie de la fibre comme on peut le voir sur la .

La dispersion intermodale est moins importante pour les fibres à gradient d'indice. Les fibres monomodes, elles, permettent de propager un unique mode, et ne sont donc pas concernées par la dispersion intermodale.

Néanmoins, il existe une autre cause d'élargissement : la **dispersion chromatique**. Le verre qui compose le cœur étant dispersif, son indice de réfraction est différent selon la fréquence des rayons lumineux. Ces rayons ont donc des célérités et des durées de parcours différentes, ils arrivent en ordre dispersé : c'est la dispersion chromatique.

Application 2

Soit une impulsion de largeur temporelle $\Delta t = 1\mu\text{s}$. **Calculer** sa largeur temporelle $\Delta t'$ après propagation dans une fibre ayant une longueur $L = 10\text{ km}$ et d'indices de cœur et de gaine $n_1 = 1,500$ et $n_2 = 1,485$.

Synthèse

Connaissances

- Modèle de l'optique géométrique. Notion de rayon lumineux.
- Modèle de la source ponctuelle monochromatique.
- Réflexion, réfraction. Loi de Snell-Descartes.
- La fibre optique à saut d'indice.

Savoir-faire

- **Définir** le modèle de l'optique géométrique.
- **Indiquer** les limites du modèle de l'optique géométrique.
- **Établir** la condition de réflexion totale.
- **Établir** les expressions du cône d'acceptance et de la dispersion intermodale d'une fibre à saut d'indice.

Résultats des applications

- Application 1 : le cône d'acceptance est compris entre $-12,22^\circ$ et $12,22^\circ$.
- Application 2 : la dispersion modale étant de 0,5 ns l'impulsion a une largeur temporelle $\Delta t = 1,5$ ns en sortie de la fibre.

Leçon III. Image d'un objet

Les systèmes optiques : oeil, miroir plan, lentille mince, objectif de microscope, etc., ont pour rôle de fournir des représentations, appelées **image**, de points lumineux considérés comme des **objets**.

Dans le modèle de l'optique géométrique, la définition de l'image d'un objet est basée sur le concept de rayon lumineux.

III.1. Image d'un point en optique géométrique

III.1.a Points réels et virtuels

- Considérons une première situation avec un système optique S représenté par une boîte rectangulaire comme illustrée Figure 1.17.

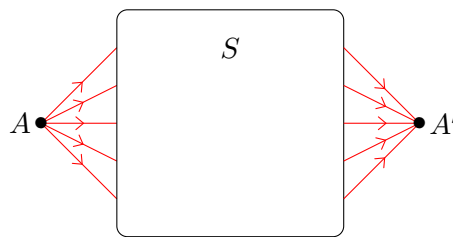


Figure 1.17 – Schéma de la première situation.

Ce système fait converger les rayons lumineux divergents issus d'un point source A vers un point A' . On nomme respectivement ces points **point objet réel** et **point image réel**.

♥ Définitions

- Un **point objet réel** A est un point duquel les rayons lumineux divergent vers le système. Il est situé en amont du système sur l'axe optique.
- Un **point image réel** A' est un point où convergent les rayons lumineux sortant du système. Il est situé en aval du système sur l'axe optique. On peut placer un écran en ce point pour observer l'image.

- Considérons une deuxième situation comme illustrée Figure 1.18.

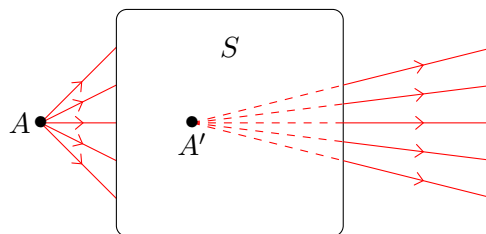


Figure 1.18 – Schéma de la deuxième situation.

On constate que le système recueille les rayons issus d'un point objet réel A pour les faire diverger. Un observateur en sortie du système, n'est sensible qu'à la direction des rayons qu'il reçoit : pour lui les rayons émergents semblent provenir d'un point A' à l'intérieur du système, voire en amont du système sur l'axe optique. Ce point est un **point image virtuel**.

♥ Définition

Un **point image virtuel** A' est un point d'où semblent provenir les rayons lumineux sortant d'un système optique. Les prolongements des rayons passent par A' qui est situé dans le système ou en amont sur l'axe optique. On ne peut pas placer un écran en ce point pour observer l'image.

- Considérons une troisième situation comme illustrée Figure 1.19.

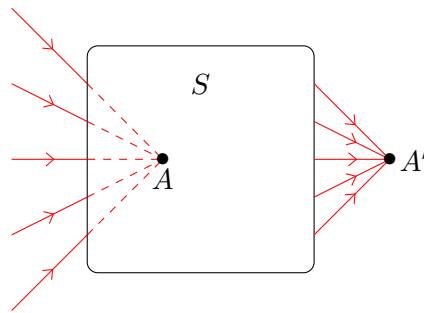


Figure 1.19 – Schéma de la troisième situation.

On constate que le système recueille des rayons lumineux convergents vers un point A dans le système. On dit que ce point est un **point objet virtuel**.

♥ Définition

Un **point objet virtuel** A est un point où les rayons lumineux entrant dans le système convergent. Il est situé dans le système.

Un système optique S est dit **rigoureusement stigmatique** pour le couple de points objet et image A et A' si tous les rayons issus de A passe par A' après passage dans le système. Dans ce cas l'image d'un point est aussi un point. Les système qui non sont pas stigmatiques, donnent d'un point, une tâche.

Les points objet A et image A' sont dits **conjugués** par le système optique¹.

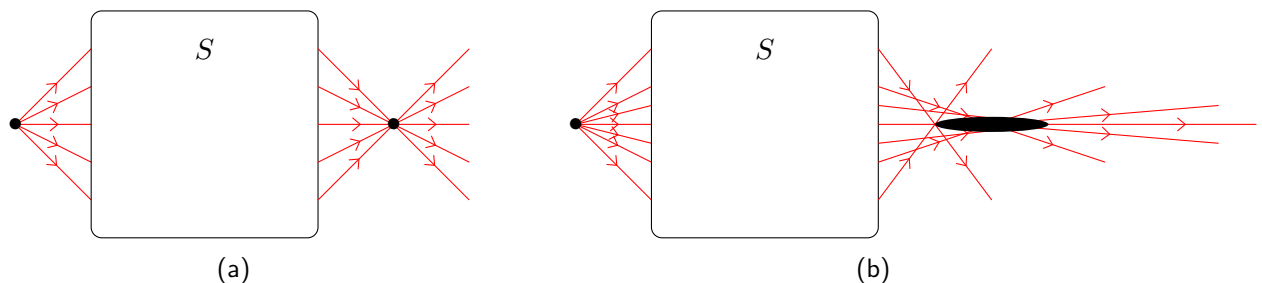


Figure 1.20 – Exemples de systèmes optiques (a) rigoureusement stigmatique et (b) non stigmatique.

1. Le mot stigmatisme provient du latin *stigmata*, piqûre, ou ouverture minuscule comme celle qui est faite par une piqûre, soit un point; et conjugaison provient du latin *jugum*, joug ou liens du mariage. Ainsi un système stigmatisme relie un point avec un autre point, et ces points sont liées par le système.

 **Nota bene**

Le **miroir plan** est le seul système optique qui est rigoureusement stigmatique.

Voyons pourquoi.

III.1.b Miroir plan

Comme chacun le sait, on se voit dans un miroir, ou plutôt, nous voyons notre reflet. L'optique géométrique permet d'expliquer ce phénomène.

Commençons par l'étude de l'image A' d'un objet réel A formée par un miroir plan comme illustré Figure 1.21. Il nous semble que le point image A' est symétrique du point objet A par rapport au plan du miroir. Prouvons le en utilisant la loi de la réflexion.

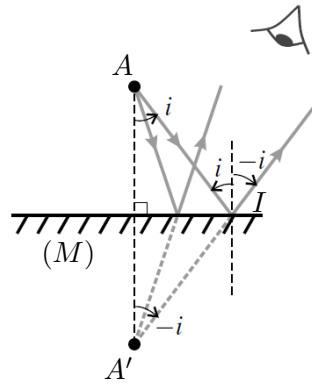


Figure 1.21 – Schéma de la réflexion d'un point objet réel A .

Soit deux rayons issus de A . Un arrivant sur le miroir avec une incidence nulle au point O , et l'autre avec un angle i au point I . D'après la loi de la réflexion, ces deux rayons sont réfléchis avec un angle nul pour le premier et un angle $-i$ pour le second.

Si l'on prolonge ces rayons réfléchis, on trouve le point image virtuel A' formé par le miroir à partir du point objet réel A .

D'après la loi des angles alterne-interne l'angle \widehat{OAI} est égal à l'angle i , et l'angle $\widehat{OA'I}$ à $-i$. Il vient alors que

$$\tan i = \frac{OI}{OA} = \frac{OI}{OA'}$$

et ainsi

$$OA = OA'$$

A' le point image virtuel est bien **symétrique** à A le point objet réel par rapport au plan du miroir.

Pour l'œil qui intercepte des rayons réfléchis, tout se passe comme si ces rayons provenaient de A' .

 **Définition**

Un **miroir plan** donne de tout objet une image symétrique par rapport plan du miroir.

Application 1

À partir de la Figure 1.21, **réaliser** le schéma optique de la réflexion d'un point objet virtuel A .
Déterminer la nature du point image A' .

D'après la définition du miroir plan, il donne toujours d'un objet ponctuel une image ponctuelle, il est donc **rigoureusement stigmatique**.

Les autres systèmes optiques ne sont pas rigoureusement stigmatiques, ils peuvent néanmoins s'en approcher sous certaines conditions.

III.2. Stigmatisme approché

À l'exception du miroir plan, nous ne considérerons dans ce chapitre que des **systèmes optiques centrés**, c'est-à-dire un système dont les éléments constitutifs partagent un axe de symétrie commun, appelé **axe optique**. Ces systèmes permettent de déterminer simplement l'image d'un objet.

III.2.a Conditions de Gauss

Prenons le cas d'une lentille demi-boule : un demi hémisphère en verre. Simulons le parcours de rayons issus d'un objet à l'infini A_∞ passant par ce système centré et parallèle à son axe de symétrie, soit son axe optique, à l'aide du langage de programmation Python. Le résultat est présenté Figure 1.22.

Nota bene

Les rayons passant par un **point situé à l'infini** sont parallèles entre eux.

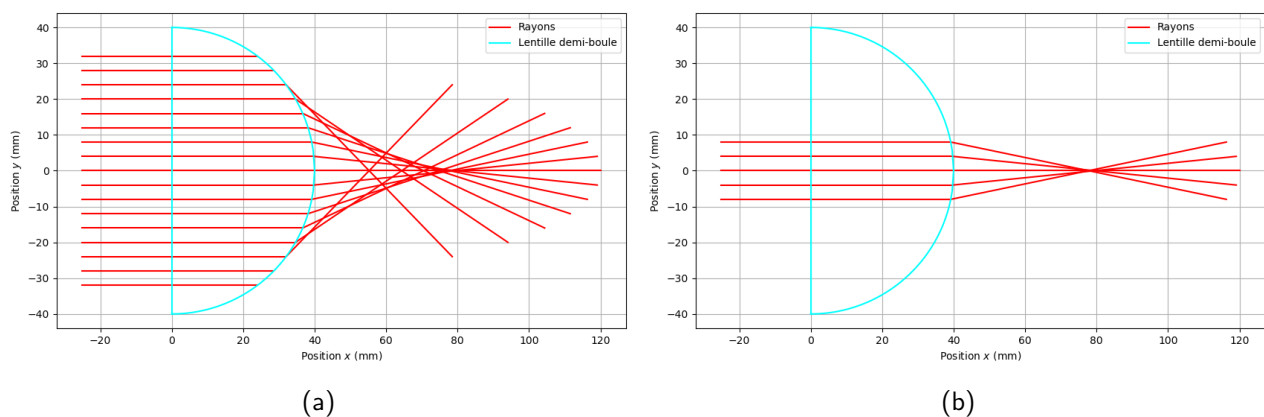


Figure 1.22 – Résultats de la simulation de l'image obtenue par une lentille demi-boule d'un objet ponctuel situé à l'infini (a) pour tout type de rayons et (b) pour des rayons paraxiaux.

Nous constatons que tous les rayons ne convergent pas au même point. La demi-boule ne donne pas d'un objet ponctuel, même situé à l'infini, une image ponctuelle, ce n'est pas un système rigoureusement stigmatique.

Néanmoins, les rayons les plus proches de l'axe optique convergent en sortie du système pratiquement au même point F' : **on est proche d'une image ponctuelle pour ces rayons**.

♥ Définitions

- Un rayon incident sur un système centré est dit **paraxial** sous deux conditions :
 1. le rayon est proche de l'axe optique du système
 2. le rayon est peu incliné par rapport à l'axe optique.
- Si tous les rayons incidents sur un système centré sont des rayons paraxiaux, le système est utilisé dans **les conditions de Gauss**.
- Un système centré utilisé dans les conditions de Gauss donne de tout point objet une image ponctuelle approchée, on dit que ce système satisfait le **stigmatisme approché**.

III.2.b Aplanétisme approchée

Nous pouvons schématiser un système centré dans les conditions de Gauss comme illustré Figure 1.23.

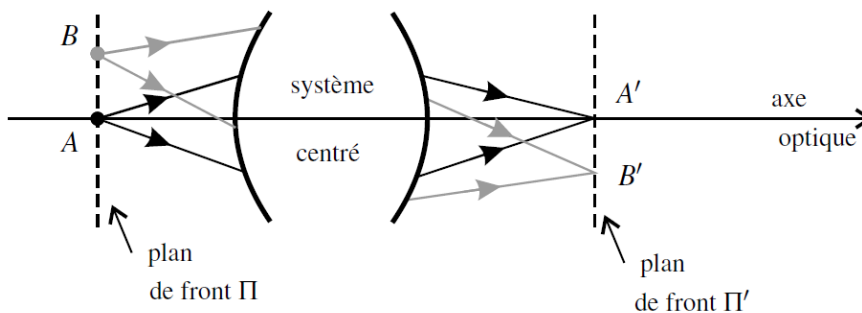


Figure 1.23 – Stigmatisme et aplanétisme approchés d'un système centré utilisé dans les conditions de Gauss.

Un système optique centré ne satisfait pas que le stigmatisme approché. Considérons les plans perpendiculaires à l'axe optique, appelés **plans de front**. Utilisé dans les conditions de Gauss, un système conjugue un plan de front Π et un autre plan de front Π' : un point B d'un plan de front passant par le point A , a son image au point B' dans le plan de front passant par A' . On dit que le système satisfait l'**aplanétisme approché**.

♥ Définition

On définit le **grandissement transversal** dû à un système optique, grandeur sans dimension notée γ , comme le rapport entre la valeur algébrique $\overline{A'B'}$ d'une image et la valeur algébrique \overline{AB} de son objet, soit

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}.$$

Si $\gamma > 0$, l'image est droite, c'est-à-dire dans le même sens que l'objet, et si $\gamma < 0$, l'image est renversée par rapport à l'objet.

Si $|\gamma| > 1$, l'image est plus grande que l'objet, et si $|\gamma| < 1$, l'image est plus petite que l'objet.

III.2.c Notions de foyer

Étudions maintenant les caractéristiques des systèmes optiques centrés.

- On peut voir sur la Figure 1.24 les foyers principaux de systèmes optiques.

♥ Définitions

- On appelle **foyer image principale** l'image du point objet situé à l'infini sur l'axe optique. Ce point est noté F' et tous les rayons incidents parallèles à l'axe optique émergent du système en passant par lui.
- On appelle **foyer objet principal** le point objet dont l'image est située à l'infini sur l'axe optique. Ce point est noté F et tous les rayons passant par lui émergent du système parallèles à l'axe optique.

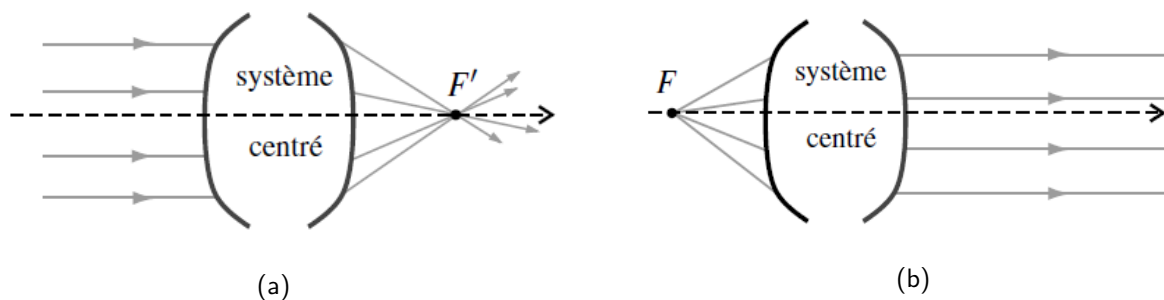


Figure 1.24 – Schémas (a) du foyer image principal F' et (b) du foyer objet principal F d'un système optique centré.

🔧 Application 2

À partir de la Figure 1.24, **réaliser** les schémas optiques d'un système centré avec un foyer image principal virtuel, et d'un système centré avec un foyer objet principal virtuel.

- On peut définir, pour des systèmes centrés respectant l'aplanatisme approché, le plan focal image et le plan focal objet.

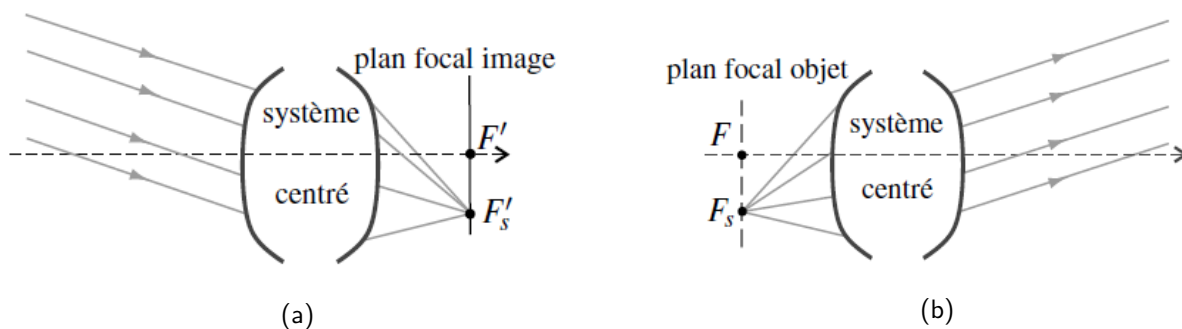


Figure 1.25 – Schémas (a) du plan focal image et (b) du plan focal objet d'un système optique centré.

♥ Définitions

- Tout point objet situé à l'infini, mais hors de l'axe optique du système, a son image dans le **plan focal image** du système : le plan de front passant par F' . Les points du plan focal image sont appelés **foyers images secondaires** du système notés F'_s .
- De même, tout point image située à l'infini, mais hors de l'axe optique du système, a son objet dans le plan focal objet du système : le plan de front passant par F . Les points du plan focal objet sont appelés **foyers objets secondaires** du système notés F_s .

👉 *Nota bene*

Attention, le foyer image principal n'est **pas forcément le point conjugué** du foyer objet principal. Il en va de même pour les foyers secondaires.

- Lorsqu'un système transforme un faisceau incident parallèle en un faisceau émergent parallèle, c'est-à-dire qu'il conjugue un point objet à l'infini avec un point image à l'infini, on constate qu'il ne possède plus de foyers, il est qualifié d'**afocal**.

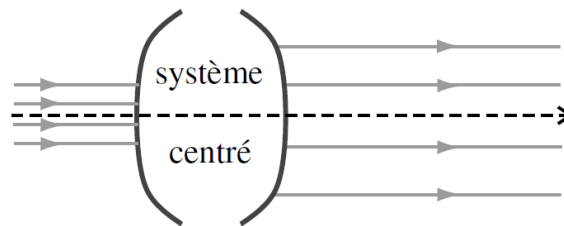


Figure 1.26 – Schéma d'un système optique centré afocal.

III.3. Lentilles minces

III.3.a Les différents types de lentilles

♥ Définition

Les **lentilles** sont des systèmes optiques centrés constitués d'un milieu transparents homogène et isotrope délimité par au moins deux dioptries sphériques (un dioptre sphérique et un dioptre plan, ou deux dioptries sphériques).

En plus des points caractéristiques que sont le foyer objet principal et le foyer image principal, les lentilles présentent un point caractéristique noté O situé sur l'axe optique tel que pour tout rayon passant par O , le rayon sortant est parallèle au rayon incident. On nomme ce point le **centre optique**, il est présenté Figure 1.27.

Une lentille peut être de deux types : **convergente ou divergente**.

Une lentille convergente présente une épaisseur au niveau de l'axe optique, notée e , plus importante que l'épaisseur de la lentille au niveau des bords, on parle aussi de **lentilles à bords minces**.

Une lentille divergente présente une épaisseur au niveau de l'axe optique e moins importante que l'épaisseur de la lentille au niveau des bords, on parle aussi de **lentilles à bords épais**.

Sous certaines conditions nous pouvons modéliser une lentille avec une certaine épaisseur, convergente ou divergente, comme une **lentille mince**.

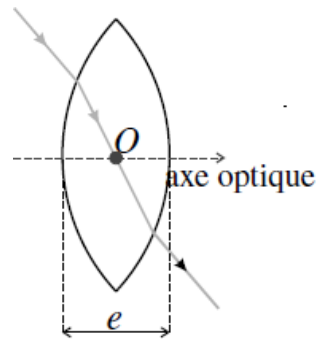


Figure 1.27 – Schéma du centre optique O d'une lentille convergente.

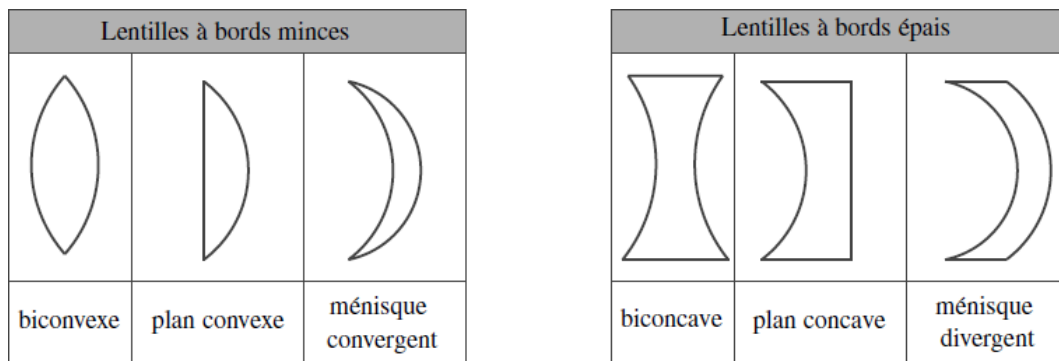


Figure 1.28 – Différents types de lentilles.

♥ Définition

Une lentille peut être modélisée comme une **lentille mince** lorsque son épaisseur au niveau de l'axe optique e est très petite devant les rayons de courbures R_1 et R_2 des dioptries de la lentille, et très petite devant la distance séparant les centres de courbure C_1 et C_2 de ces dioptries.

Pour les lentilles minces le foyer objet principal et le foyer image principal sont symétriques par rapport au centre optiques.

👉 Nota bene

Dans le cas des lentilles minces, le foyer image principal est le point conjugué du foyer objet principal. C'est un cas particulier.

Les lentilles minces convergente et divergente sont schématisées comme illustré sur la Figure 1.30.

On remarque que le foyer objet principal F et le foyer image principal F' d'une lentille convergente sont **réels**, et que le foyer objet principal F et le foyer image principal F' d'une lentille divergente sont **virtuels**.

📎 Application 3

À partir de la définition des foyers principaux **réaliser** le schémas d'une lentille convergente avec les rayons incidents et émergents passant par le foyer objet principal, et le schéma d'une lentille convergente avec des rayons incidents et émergents passant par le foyer image principal. **Faire** de même pour une lentille divergente.

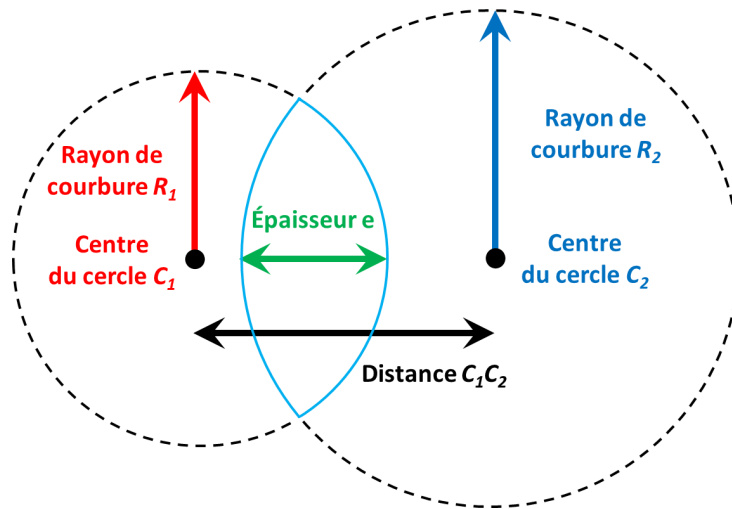


Figure 1.29 – Rayons et centres de courbures des cercles osculateurs des dioptries d'une lentille.

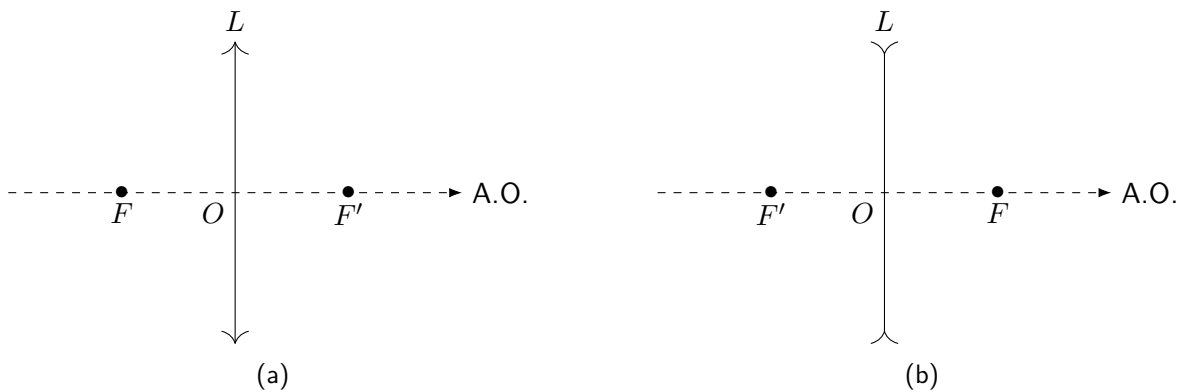


Figure 1.30 – Schéma (a) d'une lentille mince convergente et (b) d'une lentille mince divergente et leurs points caractéristiques.

♥ Définitions

On définit les distances focales d'une lentille.

- La **distance focale objet** notée f et définie telle que $f = \overline{OF}$.
- La **distance focale image** notée f' et définie telle que $f' = \overline{OF'}$.

👉 Nota bene

Les distances focales objet et image f et f' sont **algébrisés**, c'est-à-dire qu'ils peuvent prendre une valeur négative ou positive. Cette valeur indique leur **orientation par rapport au sens de l'axe optique**.

La distance focale objet f d'une lentille convergente est négative.

La distance focale image f' d'une lentille convergente est positive.

La distance focale objet f d'une lentille divergente est positive.

La distance focale image f' d'une lentille divergente est négative.

♥ Définition

On peut également caractériser une lentille par sa **vergence** noté V . Cette grandeur est définie telle que

$$V = \frac{1}{f'} = -\frac{1}{f}.$$

La vergence est donc homogène à l'inverse d'une distance. Son unité est la dioptrie, noté δ et définie telle que

$$1\delta = 1 \text{ m}^{-1}.$$

✎ Application 4

- **Calculer** la vergence d'une lentille de distance focale image $f' = 200$ mm. **Déterminer** le type de cette lentille.
- **Calculer** la vergence d'une lentille de distance focale image $f = 10$ cm. **Déterminer** le type de cette lentille

III.3.b Construction géométriques

Afin de trouver l'image formée par une lentille, on peut réaliser des schémas optiques afin de construire cette image en suivant des règles qui s'appuient sur les propriétés de trois types de rayons particuliers.

♥ Définitions

On connaît le rayon émergents de **trois types de rayons incidents particuliers** passant par une lentille mince convergente ou divergente.

- Un rayon incident **passant par le centre optique** O de la lentille donne un rayon émergent non dévié.
- Un rayon incident **passant par le foyer objet principal** F de la lentille donne un rayon émergent parallèle à l'axe optique.
- Un rayon incident parallèle à l'axe optique donne un rayon émergent **passant par le foyer image principal** F' de la lentille.

Pour construire l'image formée par une lentille, on trace les trois rayons particuliers issus d'un point de cet objet situé hors de l'axe optique jusqu'à la lentille. Puis on trace les trois rayons émergents de la lentille. Le point de croisement entre les trois rayons nous donne la position du point image.

☞ Nota bene

Pour obtenir le point image on peut se contenter de deux rayons émergents. Trois rayons permettent de confirmer que la construction géométrique est valide.

- Considérons un premier cas avec un objet réel \overrightarrow{AB} situé entre $-\infty$ et F le foyer objet principal de la lentille mince convergente comme illustré Figure 1.31. Le point objet choisi est B . Une fois les rayons particuliers issus de B tracés jusqu'à la lentille, les rayons émergents ont été tracés. Ils se croisent au point image B' . Comme le point objet A est sur l'axe optique, son image l'est aussi, et comme nous utilisons la lentille dans les conditions de Gauss, l'aplanétisme approché est respecté, donc si le point objet A se trouve

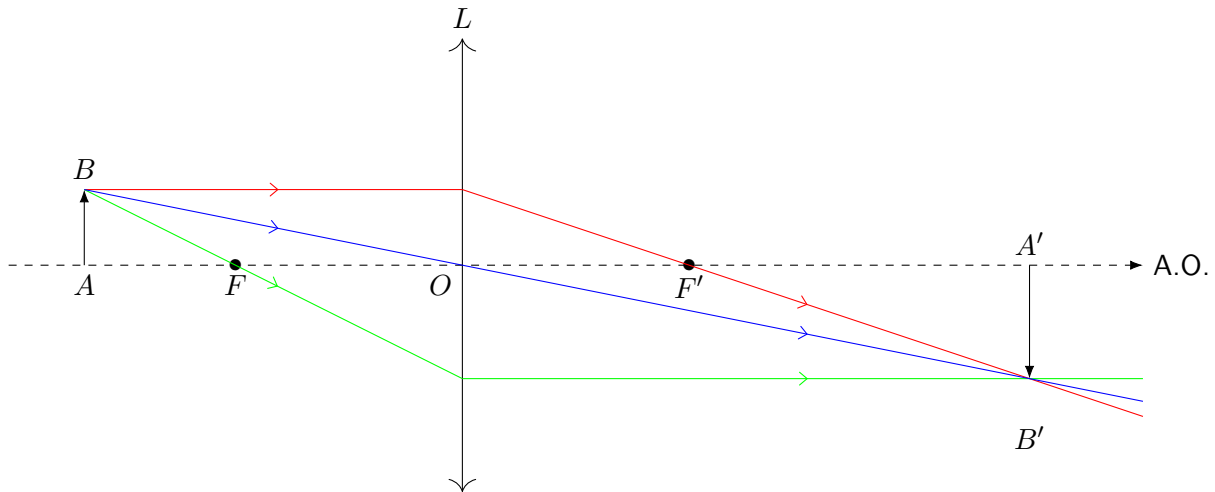


Figure 1.31 – Lentille convergente L . L'objet \overrightarrow{AB} est réel et situé entre $-\infty$ et F le foyer objet principal. L'image $\overrightarrow{A'B'}$ est réelle et inversée.

dans le même plan que B , le point image A' se trouve dans le même plan que B' .
Au final on obtient l'image $\overrightarrow{A'B'}$ qui est réelle et inversée.

- Considérons le deuxième cas où un objet réel \overrightarrow{AB} est placé entre le foyer objet principal F et le centre optique O d'une lentille mince convergente comme illustré Figure 1.32.

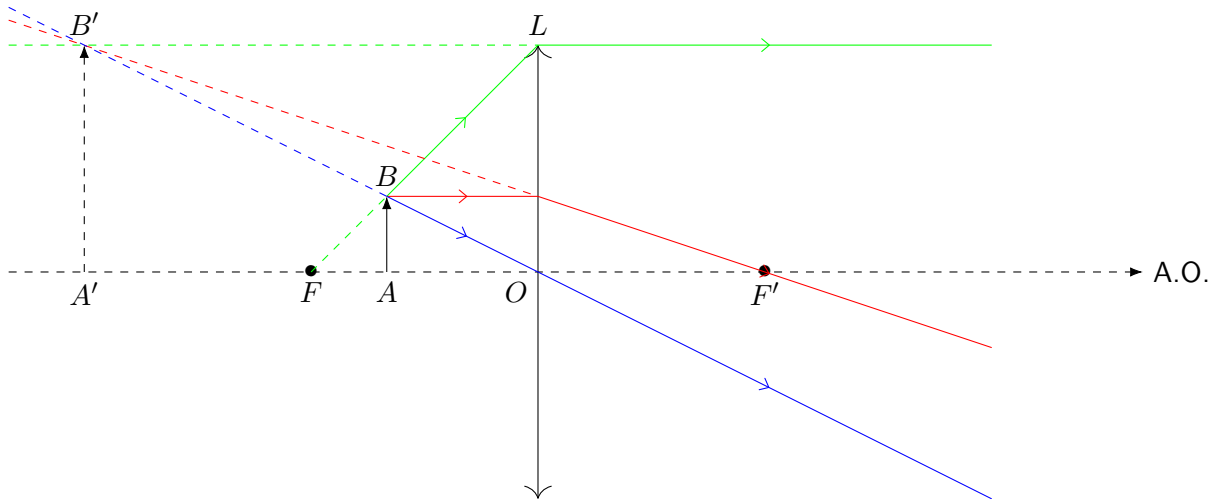


Figure 1.32 – Lentille convergente L . L'objet \overrightarrow{AB} est réel et situé entre F le foyer objet principal et O le centre optique de L . L'image $\overrightarrow{A'B'}$ est virtuelle et droite.

Dans ce cas on constate qu'il est impossible de faire passer un rayon incident sur la lentille issu du point objet B par le foyer objet principal F . Néanmoins on peut tracer le prolongement de ce rayon en pointillés afin d'obtenir la direction de ce rayon vers la lentille.

Une fois les trois rayons émergents tracés, il apparaît qu'ils ne se croisent jamais en aval de la lentille. Néanmoins si on trace leur prolongement en pointillés, on constate qu'ils se croisent en un point en amont de la lentille : c'est le point image B' , qui est par définition virtuel.

Au final on obtient l'image $\overrightarrow{A'B'}$ qui est virtuelle et droite.

 Application 5

- **Construire** le schéma optique d'une lentille convergente L réalisant l'image d'un objet réel situé au foyer objet principal F .
Qualifier l'image obtenue.
- **Construire** le schéma optique d'une lentille convergente L réalisant l'image d'un objet réel à $-\infty$ (on utilisera seulement deux rayons parallèles : l'un passant par O l'autre passant par F).
Qualifier l'image obtenue.

- Considérons le troisième cas suivant : on réalise une image réelle $\overrightarrow{A'B'}$ de l'objet réel \overrightarrow{AB} par une lentille mince convergente L_1 . On place **en aval** de cette image, une deuxième lentille mince convergente L_2 . D'après le schéma sur la Figure 1.33, l'image réelle $\overrightarrow{A'B'}$ devient, **pour la lentille** L_2 , l'objet réel $\overrightarrow{A'B'}$. On peut alors obtenir l'image $\overrightarrow{A''B''}$ de la même manière que les cas précédents.

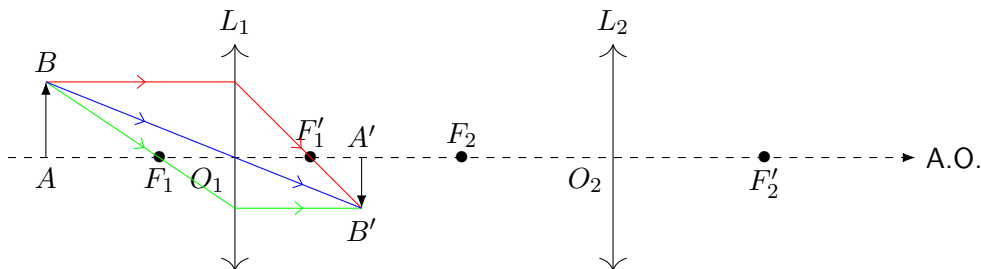


Figure 1.33 – Lentilles convergentes L_1 et L_2 . L'objet \overrightarrow{AB} est réel et situé entre $-\infty$ et F_1 le foyer objet principal de L_1 . L'image $\overrightarrow{A'B'}$ est réelle et inversée. Elle devient l'objet $\overrightarrow{A'B'}$ réel situé entre $-\infty$ et F_2 le foyer objet principal de L_2 .

- Pour le quatrième cas, reprenons la configuration précédente, mais plaçons cette fois la lentille L_2 **en amont** de l'image $\overrightarrow{A'B'}$ comme illustré Figure 1.34. D'après le schéma, l'image réelle $\overrightarrow{A'B'}$ devient, **pour la lentille** L_2 , l'objet virtuel $\overrightarrow{A'B'}$.

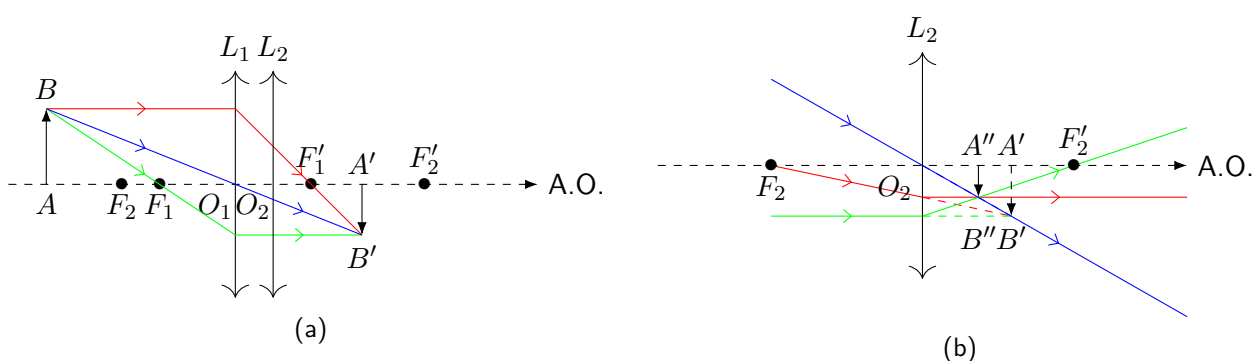


Figure 1.34 – Schéma des lentilles convergentes L_1 et L_2 . (a) L'objet \overrightarrow{AB} est réel et situé entre $-\infty$ et F_1 le foyer objet principal de L_1 . L'image $\overrightarrow{A'B'}$ est réelle et inversée. Elle devient pour L_2 (b) l'objet virtuel $\overrightarrow{A'B'}$ situé après le centre optique O_2 de L_2 . L'image $\overrightarrow{A''B''}$ est réelle et droite.

Considérons le point objet virtuel B' . D'après la définition des points objets virtuels, il existe des prolongements de rayons qui convergent vers lui. Traçons les trois prolongements particuliers en pointillés : le prolongement passant par le centre optique O_2 , celui passant par le foyer objet principal

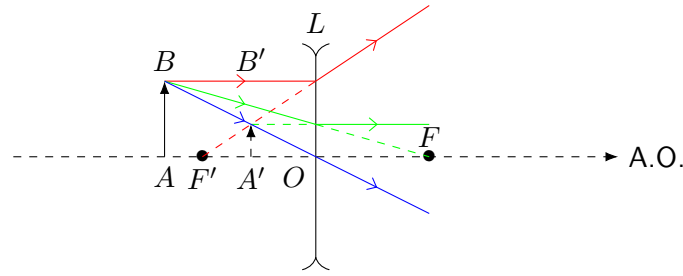


Figure 1.35 – Lentille divergente L . L'objet \overrightarrow{AB} est réel et situé avant O le centre optique de L . L'image $\overrightarrow{A'B'}$ est virtuelle et droite.

F_2 , et celui parallèle à l'axe optique.

Une fois que ces prolongements se trouvent en amont de la lentille convergente le long de l'axe optique, on considère que ces prolongements sont des vrais rayons.

On applique alors les règles qui permettent de prédire la direction de ces rayons particuliers après passage par une lentille.

L'intersection de ces trois rayons nous donne la position du point image B'' . On obtient l'image réelle $\overrightarrow{A''B''}$ qui est droite car dans le même sens que l'objet $\overrightarrow{A'B'}$.

- Pour le cinquième et dernier cas, considérons un objet réel \overrightarrow{AB} placé avant le centre optique O d'une lentille divergente comme illustré Figure 1.35.

Pour construire l'image du point objet B il faut tracer les trois rayons particuliers. Dans le cas d'une lentille divergente le foyer objet principal F se trouve en aval de lentille, on ne peut donc pas tracer complètement le rayon, de l'autre côté de la lentille il émerge parallèle à l'axe optique, il faut donc tracer un prolongement afin d'obtenir la direction de ce rayon vers la lentille.

Une fois les rayons émergents tracés, on se rend compte que ces derniers ne se croisent pas après la lentille. Il faut donc tracer leur prolongements avant la lentille pour obtenir le point de croisement qui correspond au point image B' . On obtient l'image $\overrightarrow{A'B'}$ virtuel et droite.

Application 6

- **Construire** le schéma optique d'une lentille divergente L réalisant l'image d'un objet virtuel situé entre le centre optique O et le foyer objet principal F .
Qualifier l'image obtenue.
- **Construire** le schéma optique d'une lentille divergente L réalisant l'image d'un objet virtuel situé entre le foyer objet principal F et $+\infty$.
Qualifier l'image obtenue.
- **Construire** le schéma optique d'une lentille divergente L réalisant l'image d'un objet réel situé au foyer objet principal F .
Qualifier l'image obtenue.
- **Construire** le schéma optique d'une lentille divergente L réalisant l'image d'un objet réel à $-\infty$ (on utilisera seulement deux rayons parallèles : l'un passant par O l'autre passant par F).
Qualifier l'image obtenue.

III.3.c Relations de conjugaison

Ces relations sont un ensemble de deux formules qui permettent de calculer la longueur ainsi que la position d'une image sur l'axe optique sans utiliser de construction graphique quand la distance focale de la

lentille et la longueur de l'objet sont connues.

Il existe deux jeux de relations.

- **Relations avec origines aux foyers, ou relations de Newton.**

Ces relations utilisent les distances algébriques $\overline{F'A}$ et $\overline{F'A'}$, avec F et F' les foyers objet et image principaux, et A et A' les points de l'objet et de l'image sur l'axe optique.

♥ Définitions

- **Formule de position :**

$$\overline{F'A'} \times \overline{F'A} = -f'^2 = f'f = -f^2.$$

- **Formule de grandissement transversal :**

$$\gamma = -\frac{\overline{F'A'}}{f'} = -\frac{f}{\overline{F'A}}.$$

- **Relations avec origines au centre, ou relations de Descartes.**

Ces relations utilisent les distances algébriques \overline{OA} et $\overline{OA'}$, avec O le centre optique de la lentille.

♥ Définitions

- **Formule de position :**

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = V.$$

- **Formule de grandissement transversal :**

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}.$$

III.3.d Réalisation pratique d'une image par une lentille mince convergente

On désire projeter sur un écran l'image nette d'un objet à l'aide d'une lentille mince convergente comme illustré Figure 1.36. La distance entre l'objet et la lentille est x , la distance entre l'objet et l'écran est D et nous connaissons la distance focale image de la lentille f' .

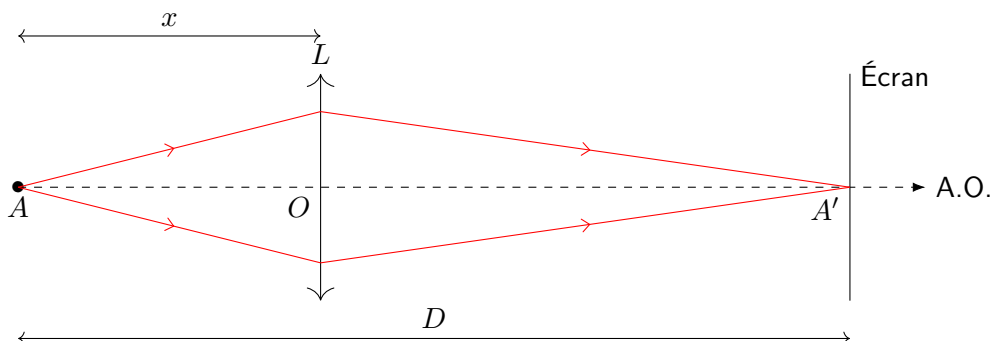


Figure 1.36 – Schéma de la projection d'une image par une lentille mince convergente L .

- **Position de l'objet par rapport à l'écran**

Avant de réaliser la projection nous devons nous assurer que la distance D n'est pas trop petite et nous

permet bien de projeter l'image. Pour vérifier cela, utilisons la formule de position de Descartes :

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

soit avec les données du problème

$$\frac{1}{D-x} + \frac{1}{x} = \frac{1}{f'}$$

Si on développe l'équation il vient que

$$\frac{x+D-x}{(D-x)x} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{D}{Dx-x^2} = \frac{1}{f'}$$

$$\frac{1}{Dx-x^2} = \frac{1}{Df'}$$

$$Dx-x^2 = Df'$$

$$x^2 - Dx + Df' = 0$$

on reconnaît l'expression d'une équation du second degré en x . Or on sait que cette équation admet des solutions réelles si son déterminant Δ est positif soit

$$\Delta = D^2 - 4Df' > 0$$

il vient donc que

$$D^2 - 4Df' > 0$$

ou

$$D - 4f' > 0$$

soit

$$D > 4f'$$

Ainsi x est réel, donc **la position de la lentille peut être déterminée, si la distance entre l'objet et l'écran est supérieur à quatre fois la distance focale image de la lentille.**

Si on résout l'équation on trouve deux solutions pour x , soit deux positions possible pour la lentille :

$$x_1 = \frac{1}{2} \left(D - \sqrt{D^2 - 4f'} \right)$$

$$x_2 = \frac{1}{2} \left(D + \sqrt{D^2 - 4f'} \right)$$

■ Grandissement transversal suffisant

Nous aimerions également que l'image présente un certains grandissement transversal (plus petite ou plus grande). Utilisons la formule de grandissement transversal de Descartes :

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

soit avec les données du problème

$$\gamma = -\frac{D-x}{x}$$

$$\gamma = -\frac{D}{x} + 1.$$

Le grandissement est négatif, l'image est donc inversée comme nous l'avons constaté avec les constructions géométriques. De plus si nous étudions la valeur absolue du grandissement

$$|\gamma| = \frac{D}{x} - 1$$

nous constatons que **la taille de l'image augmente quand x diminue, soit lorsque l'on rapproche l'objet de la lentille.**

Si on veut une image agrandie il faut donc choisir la position x_1 plutôt que x_2 telle que

$$x_1 = \frac{1}{2} \left(D - \sqrt{D^2 - 4f'} \right).$$

Avec cette dernière expression, on voit également que pour une distance objet-écran D fixée, **si on veut augmenter le grandissement de l'image**, et donc diminuer x_1 , on peut augmenter le terme $\sqrt{D^2 - 4f'}$, et donc diminuer le terme $4f'$, soit **prendre une lentille avec une distance focale courte.**

■ Éclairage de l'objet

Afin de pouvoir faire l'image A' de l'objet ponctuel A il faut que A soit source secondaire, donc il doit être éclairé par une source primaire S .

Afin de collecter les rayons émis par cette source, on les fait converger vers l'objet à l'aide d'un **condenseur**, qui est en fait une lentille convergente ou ensembles de lentilles.

Les rayons ne doivent pas être plus concentrés sur une zone de l'objet plutôt qu'une autre. Il faut donc que l'éclairage fourni par la lanterne et le condenseur soit uniforme au niveau de l'objet. Le réglage qui permet d'obtenir **l'éclairage le plus uniforme** est celui pour lequel les rayons issus du condenseur sont focalisés sur la lentille de projection L .

De plus, afin de se placer dans les **conditions de Gauss** et d'obtenir une image nette, on positionne un **diaphragme** circulaire juste avant la lentille de projection L afin de stopper les rayons trop éloignés de l'axe optique comme cela est illustré Figure 1.37.

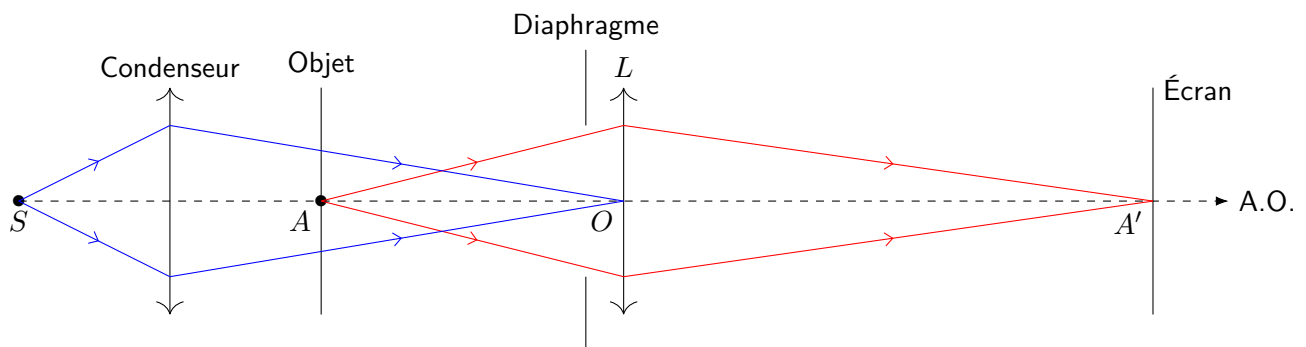


Figure 1.37 – Schéma de la projection d'une image par une lentille mince convergente L éclairée de manière optimale. Rayons de la source primaire servant d'éclairage en bleu, rayons de la source secondaire servant d'objet en rouge.

Synthèse

Connaissances

- Point objet et point image, réel et virtuel.
- Miroir plan.
- Conditions Gauss.
- Grandissement transversal.
- Foyers principaux et secondaires.
- Lentilles minces.
- Distance focale et vergence.
- Formules de conjugaison : position et grandissement transversal, de Descartes et de Newton.

Savoir-faire

- **Construire** l'image d'un objet par un miroir plan.
- **Tester**, à l'aide d'un langage de programmation, le stigmatisme approché d'une lentille demi-boule pour les rayons proches de l'axe optique.
- **Exploiter** les propriétés du centre optique, des foyers principaux et secondaires, de la distance focale, de la vergence.
- **Construire** l'image d'un objet situé à distance finie ou infinie à l'aide de rayons lumineux, **identifier** sa nature réelle ou virtuelle.
- **Exploiter** les formules de conjugaison et de grandissement transversal de Descartes et de Newton.
- **Établir et utiliser** la condition de formation de l'image réelle d'un objet réel par une lentille convergente.
- **Former** l'image d'un objet dans des situations variées.

Résultats des applications

- Application 1 : le point image A' est virtuel.
- Application 4 : la vergence d'une lentille de distance focale image $f' = 200$ mm est $V = 5\delta$; la vergence d'une lentille de distance focale image $f = 10$ cm est $V = 10\delta$.
- Application 5 : l'image obtenue par une lentille convergente réalisant l'image d'un objet réel situé au foyer objet principal est **soit** réelle, inversée et située à $+\infty$, **soit** virtuelle, droite et située à $-\infty$. L'image obtenue par une lentille convergente réalisant l'image d'un objet réel à $-\infty$ est réelle, inversée et située au plan focal image.
- Application 6 : L'image obtenue par une lentille divergente F avec un objet virtuel situé entre le centre optique O et le foyer objet principal F est réelle et droite. L'image obtenue par une lentille divergente L avec un objet virtuel situé entre le centre optique et le foyer objet principal F et $+\infty$ est virtuelle et inversée. L'image obtenue par une lentille divergente L avec un objet réel situé au foyer objet principal F est **soit** réelle, droite et située à $+\infty$, **soit** virtuelle, inversée et située à $-\infty$. L'image obtenue par une lentille divergente L avec un objet réel à $-\infty$ est une image virtuelle, droite et située au plan focale image.

Leçon IV. Modèles de dispositifs optiques

Dans cette leçon nous allons exploiter les notions vues précédemment afin de comprendre le fonctionnement de deux modèles de dispositifs optiques particulier : l'oeil et la lunette astronomique. Nous verrons les caractéristiques particulières de ces systèmes.

IV.1. L'oeil

Commençons par le système qui nous concerne tous : l'oeil, organe de la vision.

IV.1.a Description et modèle optique

Sur la Figure 1.38 on peut voir la coupe d'un oeil humain.

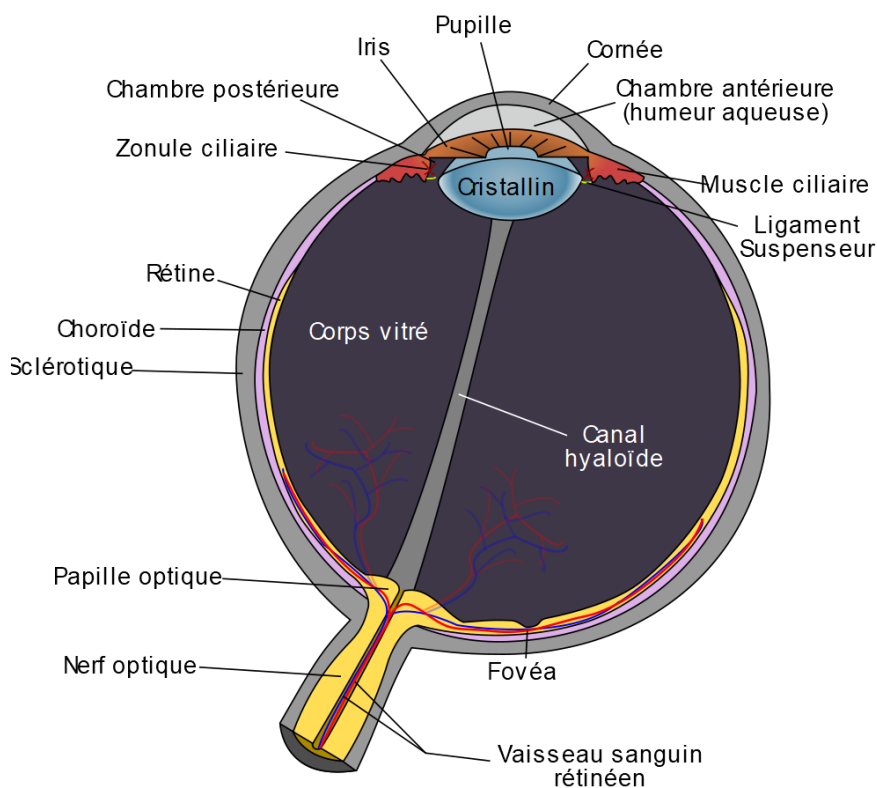


Figure 1.38 – Schéma de la coupe d'un oeil humain¹.

L'étude de l'oeil nous permet de **modéliser** certaines de ses parties en systèmes optiques connus.

- La lumière pénètre dans l'oeil par un trou dans l'iris, la partie colorée de l'oeil. Ce trou se nomme **la pupille** et, en faisant varier son diamètre (entre 2 et 8 mm), l'oeil peut contrôler la quantité de lumière qu'il collecte.

On peut modéliser la pupille par **un diaphragme**.

- Les rayons lumineux traversent plusieurs milieux d'indices de réfraction différents : **la cornée et l'humeur aqueuse en amont de la pupille, puis le cristallin et le corps vitreux**.

On peut modéliser l'ensemble de ces milieux par **une lentille mince convergente**.

1. Source : femto-physique.fr.

- L'image des objets observés par l'oeil se forme sur **la rétine**. Elle est constituée de cellules sensibles à la lumière (les cônes pour la couleur et les bâtonnets en vision nocturne).
On peut modéliser la rétine par **un écran**, situé à une distance d du cristallin. Dans la population, d est à peu près égale à 17 mm.

La distance d entre le cristallin et la rétine étant fixe, d'après notre modèle, la distance d entre la lentille mince convergente et l'écran est fixe. Si nous utilisons la formule de position des relations de conjugaison de Descartes, nous pouvons exprimer cela tel que

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

avec $\overline{OA'}$ la distance entre le centre optique de la lentille et la position de l'image. Si l'oeil forme une image nette c'est qu'elle est située sur l'écran, donc $\overline{OA'} = d$, soit

$$\frac{1}{d} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

On constate que pour une lentille de distance focale fixe, il n'y a qu'une seule position \overline{OA} pour qu'un objet soit vu net sur l'écran. Or nous constatons que l'oeil voit des objets à des distances différentes. C'est donc que **la distance focale de l'oeil doit varier**.

Pour faire varier cette distance focale, l'oeil utilise **les muscles ciliaires** pour déformer le cristallin. Cette déformation entraîne une variation de la distance focale de l'ensemble cornée-humeur aqueuse-cristallin-corps vitré, et donc de la distance focale de la lentille qui les modélise.

♥ Définitions

Le modèle de l'oeil est constitué d'un diaphragme (correspondant à la pupille) qui contrôle la quantité de lumière incidente ; d'une lentille mince convergente (correspondant à l'ensemble cornée-humeur aqueuse-cristallin-corps vitré) de distance focale, ou vergence variable formant une image sur un écran (correspondant à la rétine) situé à une distance focale fixe de la lentille.

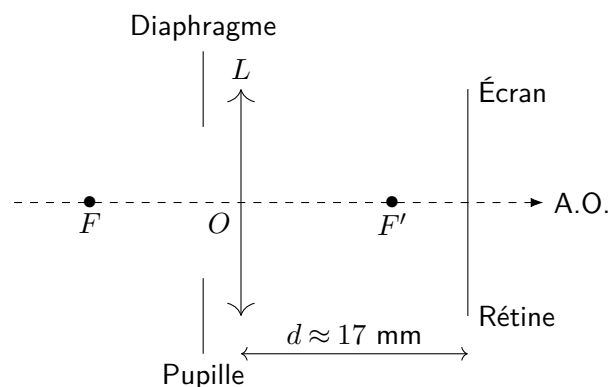


Figure 1.39 – Schéma du modèle de l'oeil.

IV.1.b Fonctionnement

Comme on l'a dit plus tôt, l'oeil ne peut voir que s'il forme une image sur la rétine. Lorsqu'il est au repos, soit lorsque le cristallin n'est pas contracté, sa distance focale est la plus importante : l'oeil voit alors

à sa distance maximale. On nomme le point le plus éloigné que peut voir l'oeil, **le punctum remotum**, noté P.R. Pour un oeil sans défaut, appelé aussi **emmétrope**, le P.R. est situé à l'infini.

Lorsque l'oeil n'est pas au repos, on dit qu'**il accomode**, c'est-à-dire que les muscles ciliaires sont contractés au maximum et que le cristallin est déformé au maximum afin d'atteindre sa distance focale la plus petite : l'oeil voit alors à sa distance minimale. On nomme le point le plus proche que peut voir l'oeil, **le punctum proximum**, noté P.P. Pour un oeil emmétrope adulte, le P.P. est situé à environs 25 cm. Les muscles ciliaires se fatigant avec l'âge, ils ne contractent plus autant le cristallin, la distance focale n'est plus aussi petite, et le P.P. s'éloigne (c'est pour cela que l'on voit des personnes âgées éloigner le journal le plus possible pour pouvoir le lire).

Construisons les schémas optiques de ces deux cas de figure.

- Un oeil emmétrope observe un objet au P.R., soit l'objet $A_{-\infty}B_{-\infty}$.

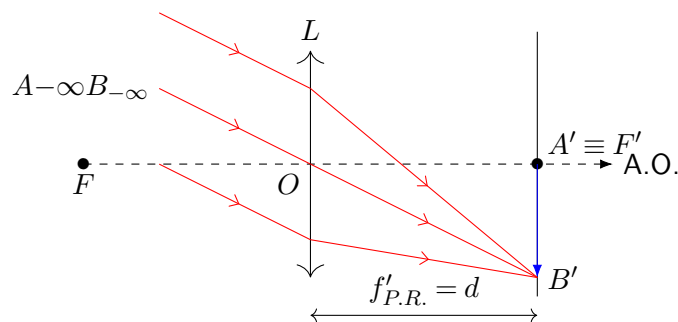


Figure 1.40 – Schéma du modèle de l'œil regardant le P.R.

Quand on se place dans ce cas, on peut obtenir la valeur de la distance focale image f' maximal pour l'œil, soit sa vergence minimale V_{min} à partir de la formule de position des relations de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

or $\overline{OA} \rightarrow -\infty$ et $\overline{OA'} = d$ donc

$$\frac{1}{d} = \frac{1}{f'}$$

La distance focale image maximale de l'œil est égale à d et sa vergence minimale est donc

$$V_{min} = \frac{1}{f'} = \frac{1}{d}$$

- Un oeil emmétrope observe un objet AB situé au P.P.

Quand on se place dans ce cas, on peut obtenir la valeur de la distance focale image f' minimale pour l'œil, soit sa vergence maximale V_{max} à partir de la formule de position des relations de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'}$$

or $\overline{OA} = -d_{P.P.}$ et $\overline{OA'} = d$ donc

$$\frac{1}{d} + \frac{1}{d_{P.P.}} = \frac{1}{f'}$$

La vergence maximale est donc

$$V_{max} = \frac{1}{d} + \frac{1}{d_{P.P.}}$$

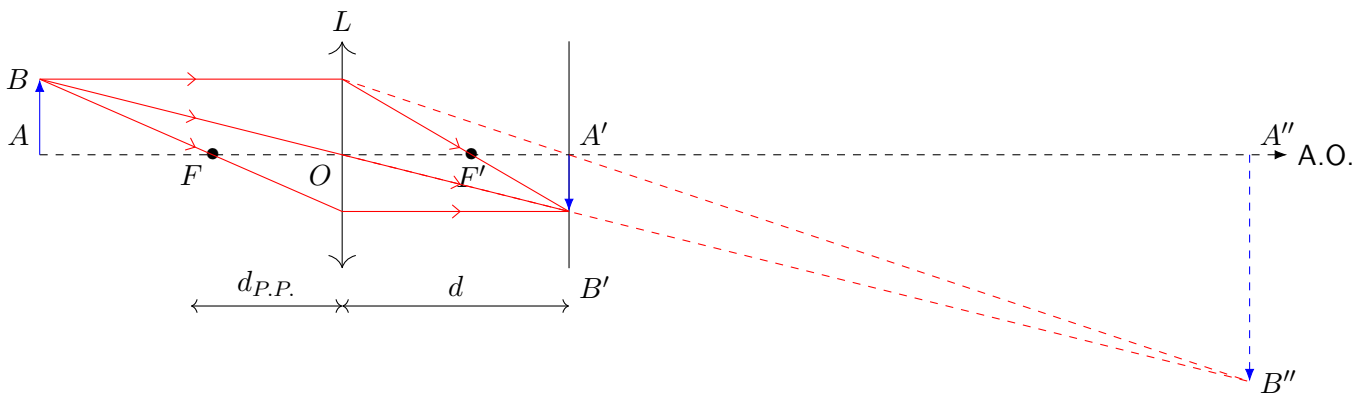


Figure 1.41 – Schéma du modèle de l'œil regardant le P.P.

On peut ainsi obtenir la plage d'accommodation de l'œil, définie comme la différence ΔV entre ses vergences maximale et minimale

$$\Delta V = V_{max} - V_{min}$$

$$\Delta V = \frac{1}{d} + \frac{1}{d_{P.P.}} - \frac{1}{d}$$

$$\Delta V = \frac{1}{d_{P.P.}}$$

Pour un œil emmétrope adulte $d_{P.P.} = 25$ cm, donc l'application numérique donne

$$\Delta V = \frac{1}{25 \cdot 10^{-2} \text{ m}} = 4\delta.$$

On constate également sur le Figure 1.41 que si l'œil n'accommodait pas, soit conservait une distance focale image $f' = d$ l'image $A''B''$ se formerait bien après la rétine. Il faut donc que l'œil devienne plus convergent, qu'il réduise sa distance focale.

Quelque soit le cas, objet au P.R., objet au P.P. ou objet entre ces deux points, l'objet est toujours en amont du foyer objet principal F de l'œil, **l'image est donc toujours inversée**. C'est le cerveau qui interprète l'image comme une image droite.

Pour que l'œil distingue deux points différents A et B d'un objet, il faut que leur image se forment sur deux cellules différentes de la rétine. La taille moyenne d'un cône étant de $5 \mu\text{m}$, on peut déterminer l'angle minimum sous lequel on peut distinguer deux points.

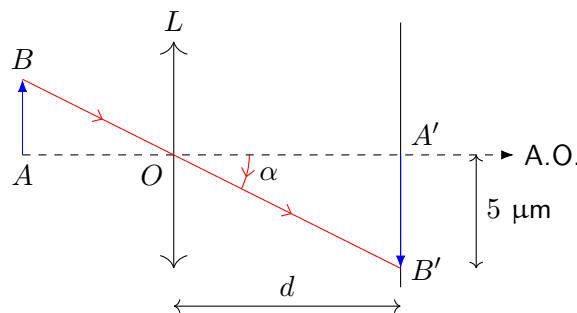


Figure 1.42 – Schéma illustrant le pouvoir séparateur de l'œil

D'après la Figure 1.42, nous constatons que l'angle minimum α sous lequel on peut voir l'objet AB est donné par la relation

$$\tan \alpha = \frac{A'B'}{d}$$

avec $A'B'$ la distance minimale entre les deux cellules, soit deux fois la demi-longueur d'une cellule, soit la longueur moyenne de $5 \mu\text{m}$.

Comme nous nous plaçons dans les conditions de Gauss, nous avons affaire à des angles petites, nous pouvons approximer la fonction tangente à son développement en 0 au premier ordre, soit $\tan X \approx X$. Ainsi

$$\tan \alpha \approx \alpha \approx \frac{A'B'}{d}.$$

Si on fait l'application numérique il vient que

$$\alpha \approx \frac{5 \cdot 10^{-6} \text{ m}}{17 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ rad.}$$

♥ Définitions

La limite de résolution ou **pouvoir de résolution** de l'oeil est l'angle minimum sous lequel il peut distinguer deux points d'un objet.

Dans de bonnes conditions d'éclairage, l'oeil distingue des détails d'environ 1 minute d'arc, soit $3 \cdot 10^{-4} \text{ rad}$.

IV.2. La lunette astronomique

Étudions à présent la lunette astronomique ou télescope réfracteur, un système optique composé d'un objectif et d'un oculaire, comme d'autres systèmes optiques.

IV.2.a Principe général

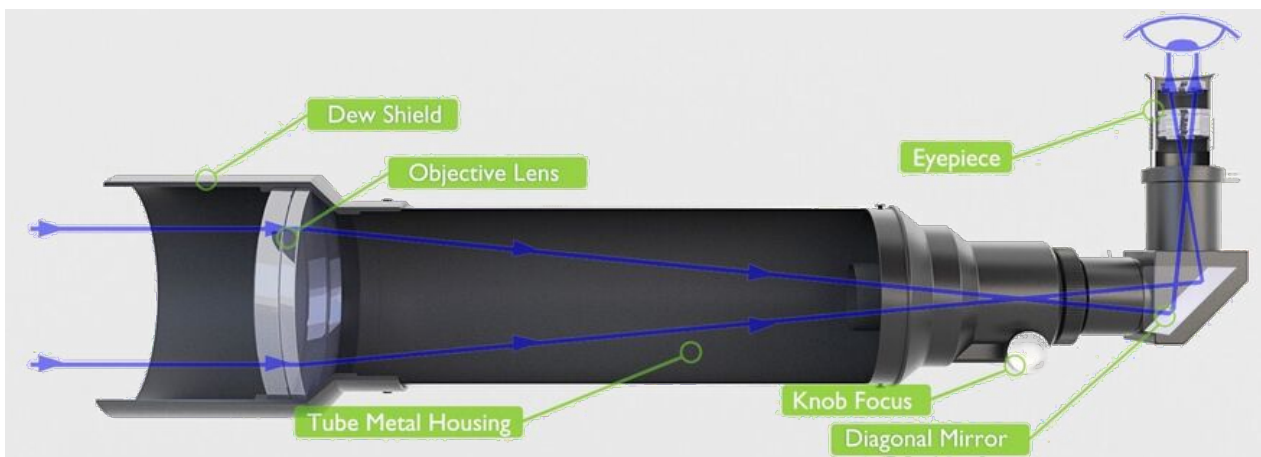


Figure 1.43 – Schéma d'une lunette astronomique commerciale (*dew shield* : pare-buée ; *objective lens* : lentilles de l'objectif ; *tube metal housing* : tube métallique ; *knob focus* : pignon de mise au point ; *diagonal mirror* : miroir de renvoi ; *eyepiece* : oculaire)¹.

Ces systèmes sont composés de trois composants principaux.

1. Source : free3d.com.

- **Un objectif** constitué d'une ou de plusieurs lentilles (souvent un doublet de lentilles appelé doublet achromatique qui compense les aberrations chromatiques) modélisé par une lentille mince convergente L_1 de centre optique O_1 et de distance focale f'_1 .
- **Un réticule** matérialisé par une lame de verre munie d'une croix, ou non matérialisé, modélisé par un plan de front R .
- **Un oculaire** constitué d'une ou plusieurs lentilles et modélisé par une lentille mince convergente L_2 de centre optique O_2 et de distance focale f'_2 .

L'objectif permet de former une image nette réelle $A'B'$ d'un objet AB sur le plan de front du réticule R . Cet objet AB peut être très lointain, on le considère à l'infini, on utilise alors une lunette astronomique ou une lunette de visée à l'infini. Mais cet objet peut aussi être à une distance finie, on utilise alors un microscope ou un viseur à frontale fixe.

Selon les deux cas présentés, le réglage de l'objectif est différent. Pour un objet à l'infini, on ajuste la distance entre l'objectif et le réticule ; pour un objet à distance fixe, on ajuste la distance entre l'objet et l'objectif.

L'oculaire exploite l'image réelle $A'B'$ formée par l'objectif comme un objet réel. Il forme de cette objet réel $A'B'$ une image virtuelle $A''B''$ positionnée au P.R. de l'oeil, afin que ce dernier n'accomode pas et ne se fatigue pas. Pour un oeil emmétrope, l'oculaire place donc l'image $A''B''$ à $-\infty$, on note cette image $A''_\infty B''_\infty$. Cela est possible si l'objet $A'B'$ est situé au foyer principale objet de l'oculaire F_2 . L'oculaire est donc utilisé comme une loupe vis-à-vis de l'objet $A'B'$, l'image formée par l'objectif.

Le réglage de l'oculaire consiste à le déplacer afin que son foyer principal objet F_2 corresponde à la position du plan de front du réticule R .

On peut résumer le fonctionnement d'un tel système de cette manière

$$AB \xrightarrow{\text{objectif}} A'B' \xrightarrow{\text{oculaire}} A''_\infty B''_\infty.$$

Afin de quantifier les performances du système, on doit faire le rapport entre deux grandeurs relatives à l'objet AB et à l'image $A''_\infty B''_\infty$. Comme l'image $A''_\infty B''_\infty$ se trouve à $-\infty$, on ne peut pas utiliser sa taille. Mais on peut exploiter les angles orientés sous lesquels on voit l'objet AB et l'image $A''_\infty B''_\infty$, respectivement α et α' .

♥ Définitions

On définit le **grossissement** G d'un système optique comme le rapport de l'angle sous lequel on voit l'image formée au travers du système, noté α' , et l'angle sous lequel on voit l'objet sans ce système, noté α , soit

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha}.$$

IV.2.b Caractéristiques

Dans le cas de la lunette astronomique, l'objet AB étudié est à une distance très importante, on considère qu'il se trouve à l'infini, on le note donc $A_\infty B_\infty$. Or on sait d'après la leçon précédente que l'image d'un objet à $-\infty$ formée par une lentille mince convergente est positionnée au foyer image principale de cette lentille. De plus, on sait qu'un système qui forme une image à l'infini d'un objet à l'infini peut être qualifié d'**afocal**.

Le fonctionnement de la lunette est résumé tel que

$$A_\infty B_\infty \xrightarrow{\text{objectif}} A' B' \xrightarrow{\text{oculaire}} A'' B''_\infty.$$

■ Grossissement

Afin de calculer le grossissement G de la lunette, exploitons le schéma optique présenté Figure 1.44.

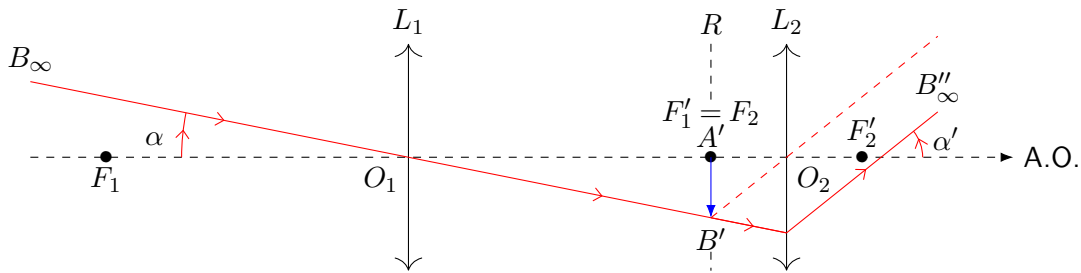


Figure 1.44 – Schéma optique d'une lunette astronomique

On constate que l'angle α , sous lequel on voit l'objet à l'infini $A_\infty B_\infty$, est égal à l'angle $\widehat{A'O_1B'}$. On peut donc exprimer cet angle en fonction des côtés du triangle $A'O_1B'$

$$\tan \alpha = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_1A'}}.$$

Comme nous nous plaçons dans les conditions de Gauss, nous considérons des angles faibles, et nous pouvons donc approximer la fonction tangente à son développement en 0 au premier ordre, soit

$$\alpha \approx \tan \alpha = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_1A'}}.$$

Le signe de α est bien respecté : $\overline{A'B'} < 0, \overline{O_1A'} > 0$ et $\alpha < 0$ car orienté dans le sens horaire.

De manière similaire, on constate que l'angle α' , sous lequel on voit l'image à l'infini $A''_\infty B''_\infty$, est égal à l'angle $\widehat{A'O_2B'}$. On peut donc exprimer cet angle en fonction des côtés du triangle $A'O_2B'$

$$\alpha' \approx \tan \alpha' = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{O_2A'}}.$$

Le signe de α' est bien respecté : $\overline{A'B'} < 0, \overline{O_2A'} < 0$ et $\alpha > 0$ car orienté dans le sens trigonométrique.

On peut ainsi exprimer le grossissement de la lunette astronomique

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\overline{A'B'} \overline{O_1A'}}{\overline{O_2A'} \overline{A'B'}} = \frac{\overline{O_1A'}}{\overline{O_2A'}}$$

soit si on n'oublie pas que $A'B'$ l'image formée par L_1 mais est l'objet utilisé par L_2

$$G = \frac{f'_1}{f_2}$$

soit

$$G = -\frac{f'_1}{f'_2}.$$

On remarque que le grossissement est négatif, donc **l'image est inversée**. De plus, pour que la lunette grossisse l'objet il faut que la valeur absolue de l'angle α' soit plus importante que la valeur absolue de l'angle α , c'est-à-dire que f'_1 soit supérieure à f'_2 , **l'objectif doit donc avoir une plus grande distance focale que l'oculaire**.

■ Cercle oculaire

Pour que l'image produite par une lunette astronomique soit lumineuse, on peut jouer sur deux facteurs. Utiliser des objectifs de grand diamètre qui vont laisser entrer une quantité de lumière plus importante, ou placer l'oeil derrière l'oculaire de la lunette, à l'endroit où la lumière est la plus concentrée.

Si on choisit cette deuxième option, il faut placer l'oeil à l'endroit de la section la plus étroite formée par les faisceaux. On peut montrer, comme illustré Figure 1.45, que cela correspond à la position de l'image du contour de l'objectif réalisée par l'oculaire. On appelle cette section la plus étroite formée par les faisceaux **le cercle oculaire**.

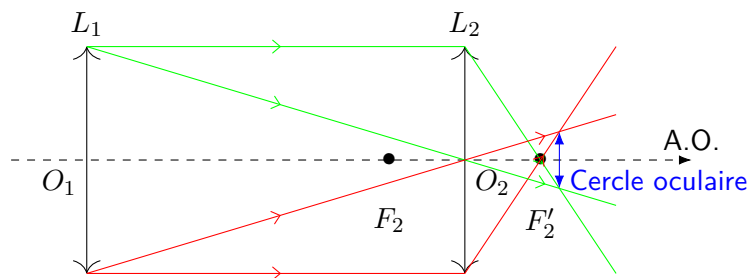


Figure 1.45 – Schéma du cercle oculaire

Synthèse

Connaissances

- L'œil.
- Lunette astronomiques avec objectif et oculaire convergents.
- Grossissement.

Savoir-faire

- **Modéliser** l'œil comme l'association d'une lentille de vergence variable et d'un capteur fixe.
- **Citer** les ordres de grandeur de la limite de résolution angulaire et de la plage d'accommodation.
- **Représenter** le schéma d'une lunette afocale modélisée par deux lentilles minces convergentes. **Identifier** l'objectif et l'oculaire.
- **Représenter** le faisceau émergent issu d'un point objet situé à "l'infini" et traversant une lunette afocale.
- **Établir** l'expression du grossissement d'une lunette afocale.
- **Exploiter** les données caractéristiques d'une lunette commerciale.