DM 1 : étude du circuit RL série

1 Réponse indicielle du circuit

On cherche à obtenir la réponse indicielle du circuit RL série, soit ici pour $0 \leq t < \frac{T}{2}$, c'est-à-dire l'expression du signal de sortie intensité du courant $i(t)$ suite à l'entrée d'un signal de tension $e(t)$ représentée Figure 1. On étudiera également la réponse de sortie du circuit en tension $u_L(t)$.

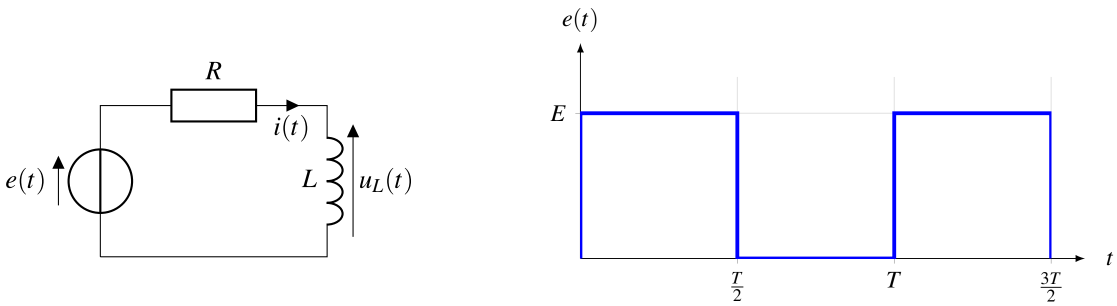

Figure 1: Schéma électrique du circuit RL série et évolution de $e(t)$ au cours du temps.

1. **Obtenir** l'équation différentielle du premier ordre en $i(t)$ pour $0 \leq t < \frac{T}{2}$.
2. **Trouver** la condition initiale pour $i(t)$.
3. **Résoudre** l'équation différentielle pour obtenir la réponse en intensité du courant du circuit $i(t)$ pour $0 \leq t < \frac{T}{2}$. **Déterminer** τ la constante de temps du circuit.
4. **Représenter** $i(t)$ sur un graphique .
5. **En déduire** la réponse en tension du circuit $u_L(t)$ pour $0 \leq t < \frac{T}{2}$.
6. **Représenter** $u_L(t)$ sur un graphique avec $e(t)$.

2 Réponse du circuit en régime libre

On cherche à obtenir le comportement du circuit RL série en régime libre, soit ici pour $\frac{T}{2} \leq t < T$, c'est-à-dire l'expression du signal de sortie intensité du courant $i(t)$ suite à l'entrée d'un signal de tension $e(t)$. On étudiera également la réponse de sortie du circuit en tension $u_L(t)$.

7. **Obtenir** l'équation différentielle du premier ordre en $i(t)$ pour $\frac{T}{2} \leq t < T$.
8. **Trouver** la condition initiale pour $i(t)$.
9. **Résoudre** l'équation différentielle pour obtenir la réponse en intensité du courant du circuit $i(t)$ pour $\frac{T}{2} \leq t < T$. **Déterminer** τ la constante de temps du circuit.
10. **Représenter** $i(t)$ sur le graphique de la question 4.
11. **En déduire** la réponse en tension du circuit $u_L(t)$ pour $\frac{T}{2} \leq t < T$.
12. **Représenter** $u_L(t)$ sur le graphique de la question 6.

3 Bilan de puissances et d'énergies pour un signal créneau

On effectue les bilans dans le cas d'un signal créneau $e(t) = E$ pour tout t.

13. **Exprimer** $\mathscr{P}_L(t)$ la puissance fournie à la bobine en fonction de τ, E et R.

14. **Exprimer** $\mathscr{E}_{mag}$ l'énergie magnétique stockée dans la bobine entre $t = 0$ et $t \to +\infty$ en fonction de L et $I_{\mathsf{max}} = \frac{E}{R}$.

15. **Exprimer** $\mathscr{P}_G(t)$ la puissance fournie par le générateur de tension en fonction de τ, E et R.

16. **Exprimer** $\mathscr{P}_J(t)$ la puissance perdue par effet Joule par le résistor en fonction de τ, E et R.

17. Sans calcul, en considérant le comportement de la bobine en régime permanent, **déterminer** $\mathscr{E}_G$ l'énergie fournie par le générateur et $\mathscr{E}_J$ l'énergie perdue par effet Joule entre $t = 0$ et $t \to +\infty$.

4 Problème de contact électrique

Afin d'alimenter un train électrique, on utilise des caténaires : un ensembles de fils électriques qui l'alimentent en tension. Néanmoins le contact entre le pantographe du train (dispositif de captage de la tension) et le fil d'alimentation du caténaire n'est pas parfait, il se produit un phénomène qui peut détériorer les dispositifs.

Afin d'étudier ce phénomène on modélise le caténaire par un générateur de tension idéal, le pantographe par un circuit RL de résistance r et d'inductance L. On modélise le problème de contact par un interrupteur K placé en série et qui s'ouvre à l'instant $t = 0$.

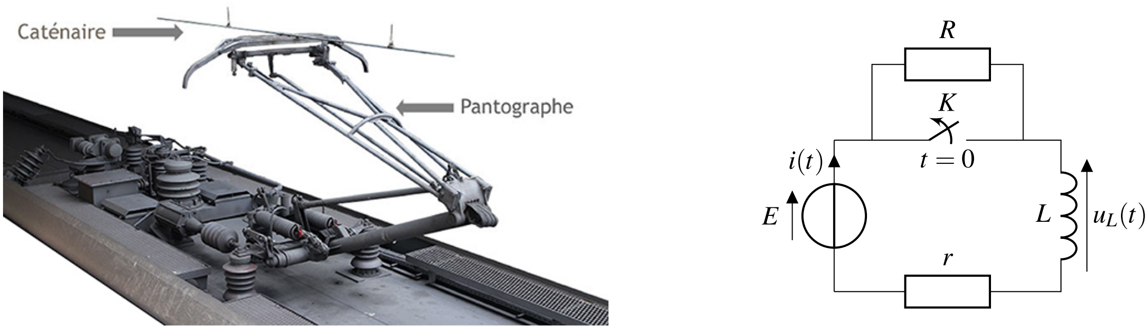

Figure 2: Principe de fonctionnement du caténaire et du pantographe, et schéma électrique du modèle.

Dans ce modèle, la bobine réelle a une inductance $L = 3\,\mathrm{mH}$, le résistor a une résistance $r = 2\,\Omega$, et le générateur idéal a une tension continue $E = 12\,\mathrm{V}$. La résistance $R = 10\,\mathrm{k}\Omega$ en parallèle de l'interrupteur K représente la résistance de l'air, qui est très grande, et **n'intervient que lorsque l'interrupteur est ouvert**. On cherche à obtenir $u(t)$ l'expression de la tension aux bornes de l'interrupteur K lorsqu'on l'ouvre à partir de l'instant $t = 0$.

18. **Déterminer** la valeur de $u(t = 0)$ juste avant l'ouverture de l'interrupteur K. **Faire** l'application numérique.

19. **Établir** l'équation différentielle respectée par $u(t)$ à partir de $t = 0$. On considère que $R \gg r$.

20. **Résoudre** l'équation différentielle en $u(t)$.

21. **Exprimer** la valeur de $u(t = 0)$ et $\lim\limits_{t \to +\infty} u(t)$ en fonction de R, r et E. **Faire** l'application numérique. **Décrire** le phénomène qui apparaît à $t = 0$ **dans le cas du contact caténaire-pantographe**.

22. Afin de déterminer la durée de ce phénomène, on considère qu'il dure de $t = 0$ jusqu'à $t = T_R$ le temps de réponse du circuit définit tel que $\left| u(T_R) - \lim\limits_{t \to +\infty} u(t) \right| = 0{,}01 \times \lim\limits_{t \to +\infty} u(t)$. **Exprimer** T_R en fonction de L, R et r. **Faire** l'application numérique.

23. **Déterminer** le type dipôle que l'on pourrait placer en parallèle de l'interrupteur K afin d'éviter ce phénomène.