

TD I. Circuits linéaires du premier ordre

Exercice I.1. Résolutions d'équations différentielles du premier ordre ★

Déterminer les solutions des équations différentielles suivantes.

1.

$$\frac{df(t)}{dt} - 15f(t) = 0 \quad \text{et} \quad f(0) = 56.$$

2.

$$\frac{df(t)}{dt} - f(t) = 1 \quad \text{et} \quad f(0) = 5.$$

3.

$$\frac{df(t)}{dt} - 3f(t) = 5 \quad \text{et} \quad f(0) = 1.$$

4.

$$\frac{df(t)}{dt} - 2f(t) = 12 \quad \text{et} \quad f(0) = 3.$$

Exercice I.2. Conditions initiales et régime permanent avec R et C ★

On considère le circuit électrique ci-dessous. À $t = 0$ le condensateur est déchargé et on allume le générateur idéal afin qu'il impose une tension E .

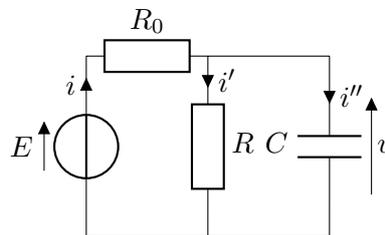


Figure 3.1 – Schéma électrique.

1. Déterminer les expressions de i , i' , i'' et u à l'instant $t = 0^+$ juste après l'allumage du générateur.
2. Déterminer les expressions de i , i' , i'' et u lorsque le régime permanent est atteint.

Exercice I.3. Conditions initiales et régime permanent avec L et C ★

On considère le circuit électrique ci-dessous. À $t = 0$ le condensateur est déchargé et on allume le générateur idéal afin qu'il impose une tension E .

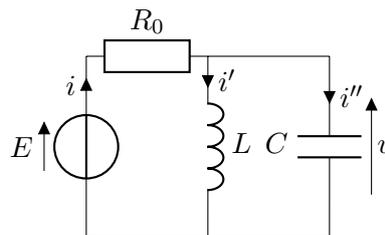


Figure 3.2 – Schéma électrique.

1. **Déterminer** les expressions de i , i' , i'' et u à l'instant $t = 0^+$ juste après l'allumage du générateur.
2. **Déterminer** les expressions de i , i' , i'' et u lorsque le régime permanent est atteint.

Exercice I.4. Décharge rapide d'un condensateur ★

On charge un condensateur de capacité $C = 1000 \mu\text{F}$ avec une tension de 15 V.

1. **Déterminer** l'énergie électrique \mathcal{E}_C stockée dans le condensateur.
2. On relie les deux fils de connexions du condensateur entre eux afin que le condensateur se décharge dans les fils. Le point le plus résistif du circuit formé est le point de contact entre les deux fils. On considère que ce point de contact à une résistance $R = 0,1 \Omega$.

Déterminer la constante de temps du circuit.

3. On considère que la puissance moyenne fournie par le condensateur lorsqu'il se décharge est égale à l'énergie fournir par le condensateur divisée par sa durée de sa décharge.

Déterminer la valeur de la puissance moyenne fournie par le condensateur lorsqu'on branche ses fils de connexion entre eux. **Justifier** qu'après contact entre les deux fils du condensateur, ils soient soudés entre eux.

Exercice I.5. Allumage d'un moteur essence ★

Le circuit d'allumage d'un moteur essence est schématisé ci-dessous.

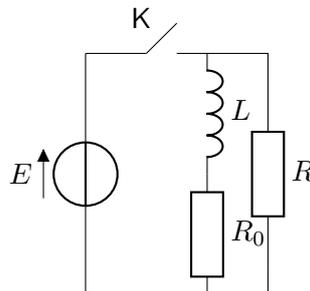


Figure 3.3 – Schéma électrique.

Le générateur de tension est supposé idéal et il impose une fem $E = 12 \text{ V}$, et le circuit est tel que $L = 0,8 \text{ H}$, $R_0 = 8 \Omega$ et $R = 1 \text{ k}\Omega$ et que l'interrupteur K est initialement fermé.

1. **Décrire** le comportement d'une bobine en régime permanent.
2. **Déterminer** le courant i traversant la bobine.
3. L'interrupteur est ouvert à l'instant $t = 0$. **Déterminer** l'équation différentielle que respecte le courant $i(t)$.
4. **Réaliser** le bilan de puissance sur la bobine et sur le résistor de résistance R .
5. **Déterminer** la tension maximale aux bornes du résistor de résistance R . On exploite cette tension pour créer l'étincelle qui provoque la combustion du mélange air-essence dans le moteur.

Exercice I.6. Évolution d'une tension aux bornes d'un condensateur ★ ★

On étudie le circuit suivant dont on ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$. Les résistors ont une résistance $R = 10 \text{ k}\Omega$, le condensateur a une capacité $C = 100 \mu\text{F}$ et la fem des générateurs de tension est $E_0 = 15 \text{ V}$.

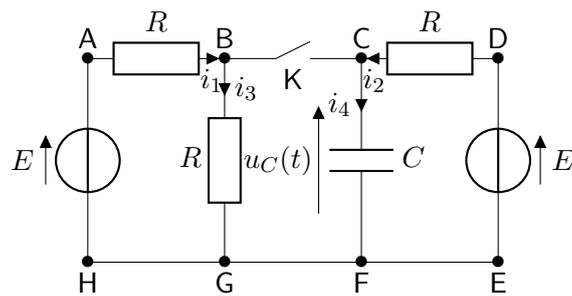


Figure 3.4 – Schéma électrique.

1. Avant $t = 0$, l'interrupteur est ouvert, dans le circuit CDEF le condensateur est chargé depuis très longtemps. **Donner** la valeur de u_C à $t = 0$.
2. **Établir** la loi des nœuds dans le circuit.
3. **Utiliser** la loi des mailles dans la maille ADEH pour établir que $i_1 = i_2$. On utilisera l'intensité du courant $i_0 \equiv i_1 = i_2$ dans la suite de l'exercice.
4. **Utiliser** la loi des mailles dans la maille ABGH pour établir une expression de i_3 en fonction de E , R et i_0 .
5. **Utiliser** la loi des mailles dans la maille ACFH pour établir une expression de i_0 en fonction de E , R et u_C .
6. **Exprimer** i_4 en fonction de u_C .
7. À partir de la loi des nœuds et des relations précédentes, **déterminer** l'équation différentielle que respecte u_C .
8. **Résoudre** l'équation différentielle pour obtenir l'expression de u_C en fonction de E , R et C .

Exercice I.7. Évolution d'une tension aux bornes d'une bobine ★ ★

On étudie le circuit suivant dont on ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$. Les résistors ont une résistance $R = 30 \Omega$, la bobine a une inductance $L = 100 \text{ mH}$ et la fem des générateurs de tension est $E_0 = 12 \text{ V}$.

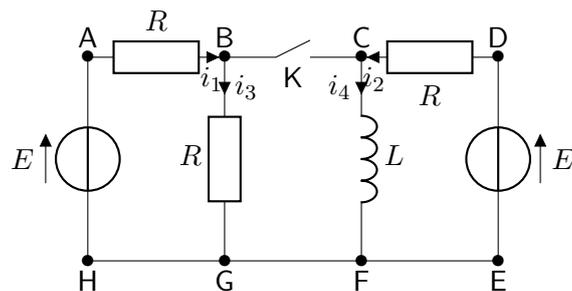


Figure 3.5 – Schéma électrique.

1. Avant $t = 0$, l'interrupteur est ouvert, dans le circuit CDEF la bobine a atteint le régime permanent depuis longtemps. **Donner** la valeur de i_4 à $t = 0$.
2. **Établir** la loi des nœuds dans le circuit.
3. **Utiliser** la loi des mailles dans la maille ADEH pour établir que $i_1 = i_2$. On utilisera l'intensité du courant $i_0 \equiv i_1 = i_2$ dans la suite de l'exercice.
4. **Utiliser** la loi des mailles dans la maille ABGH pour établir une expression de i_3 en fonction de E , R et i_0 .
5. À partir de la relation précédente et de la loi des nœuds, **établir** une expression de i_0 en fonction de E , R et i_4 .

6. **Utiliser** la loi des mailles dans la maille ACFH pour établir une expression l'équation différentielle que respecte i_4 .
7. **Résoudre** l'équation différentielle pour obtenir l'expression de i_4 en fonction de E , R et L .

Exercice I.8. Fonctionnement d'une minuterie ★ ★

Étudions le principe de fonctionnement d'une minuterie permettant d'éteindre une lampe automatiquement au bout d'une durée t_0 réglable. Le montage du circuit est constitué d'un générateur de tension idéale de fem $E = 30 \text{ V}$, d'un interrupteur K , d'un conducteur ohmique de résistance R , d'un condensateur de capacité C , d'un bouton poussoir qui joue le rôle d'un interrupteur (il est fermé seulement quand on appuie dessus), d'un composant électronique M qui permet l'allumage de la lampe L tant que la tension aux bornes du condensateur est inférieure à une tension limite, $U_l = 20 \text{ V}$ caractéristique du composant. Le composant électronique possède une alimentation propre et ne perturbe pas le fonctionnement du circuit RC (la tension aux bornes du condensateur n'est pas influencée par la présence du composant M).

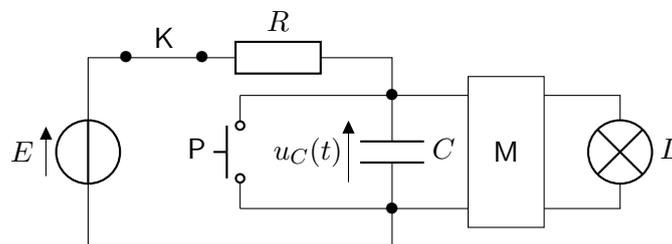


Figure 3.6 – Schéma électrique.

À l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé. On ferme l'interrupteur K , le bouton poussoir P est relâché.

1. **Indiquer** le branchement à réaliser pour observer la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$ à l'aide d'un oscilloscope.
2. **Donner** l'équation différentielle que respecte $u_C(t)$.
3. **Résoudre** cette équation différentielle.
4. **Donner** l'expression de la constante de temps τ du circuit, et **réaliser** l'application numérique pour $R = 100 \text{ k}\Omega$ et $C = 200 \text{ }\mu\text{F}$.
5. **Donner** l'expression de t_e , l'instant à partir duquel la lampe s'éteint, soit quand $u_C(t)$ atteint la valeur limite U_l (la durée d'allumage de la lampe est donc $t_e - 0$).
Calculer la valeur de t_e .
6. **Tracer** la courbe d'évolution de $u_C(t)$ entre $t = 0$ et $t = 140 \text{ s}$ lorsqu'à $t = 0$ on ferme l'interrupteur K et que le bouton poussoir P est relâché.
Faire apparaître E , τ , T_R , t_e , le régime transitoire et le régime permanent.
7. **Déterminer** quel paramètre du montage on peut modifier pour augmenter la durée d'allumage de la lampe.
8. **Calculer** la valeur de la résistance R à fixer pour que la durée d'allumage de la lampe soit de 1 minute avec une capacité du condensateur $C = 200 \text{ }\mu\text{F}$.
9. On appuie sur le bouton poussoir. **Décrire** la variation de la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$ (on considère que la résistance du circuit formé par le condensateur et le bouton poussoir est proche de 0).
Décrire ce qui se passe lorsque la lampe est déjà allumée et lorsque la lampe est éteinte.