Travaux dirigés

Chapitre 4 - Propagation d'un signal

TD II. Interférence des ondes acoustiques

Exercice II.1. Questions de compréhension ★

1. **Déterminer** les conditions pour que l'amplitude de résultant de la superposition de deux ondes de même fréquence soit nulle.
2. Deux ondes sonores de mêmes amplitude A interfèrent. **Déterminer** la valeur maximale de l'amplitude total.

Exercice II.2. Mesure de la vitesse du son ★ ★

Le trombone de Koenig est un dispositif de laboratoire permettant de faire interférer deux ondes sonores ayant suivi des chemins différents. Le haut-parleur, alimenté par un générateur de basses fréquences, émet un son de fréquence $f = 1500$ Hz. On mesure le signal à la sortie avec un microphone branché sur un oscilloscope. En déplaçant la partie mobile T_2 on fait varier l'amplitude du signal observé. Elle passe deux fois de suite par une valeur minimale lorsqu'on déplace T_2 de $d = (11,5 \pm 0,2)$ cm. **Déterminer** la valeur de la célérité du son dans l'air à 20°C, température à laquelle l'expérience est faite.

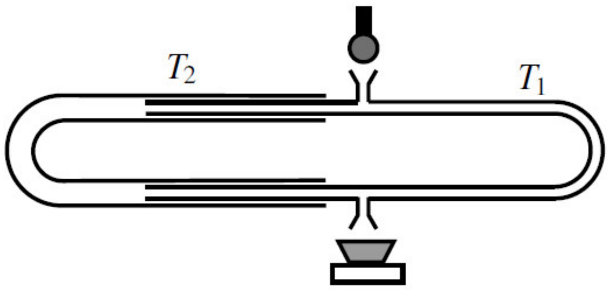

Figure 4.1 – Trombone de Koenig.

Les deux signaux sont émis au niveau du haut-parleur, en un point qu'on notera S. En ce point ils peuvent s'exprimer tels que

$$s_1(S,t) = A\cos(\omega t + \phi_0)$$
$$s_2(S,t) = A\cos(\omega t + \phi_0).$$

Les deux signaux ont la même phase à l'origine φ_0 car ils sont émis par la même source.

Considérons que le premier signal passe par la partie mobile T_1 et le deuxième par la partie mobile T_2, les expressions des deux signaux au niveau du microphone, qu'on considère en un point M sont

$$s_1(M,t) = A\cos(\omega t - kl_1 + \phi_0)$$
$$s_2(M,t) = A\cos(\omega t - kl_2 + \phi_0)$$

avec l_1 et l_2 les distances parcourues par les deux signaux dans les parties mobiles T_1 et T_2.

Le déphasage entre les deux ondes est donc

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega t - kl_1 + \phi_0 - (\omega t - kl_2 + \phi_0) = k(l_2 - l_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 - l_1).$$

Lorsqu'on déplace la partie mobile T_2 d'une distance d, on allonge le parcours du signal s_2 d'une distance $2d$ car la partie mobile à deux bras. Le nouveau déphasage entre les deux ondes est alors

$$\Delta\varphi' = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega t - kl_1 + \phi_0 - (\omega t - k(l_2 + 2d) + \phi_0) = k(l_2 + 2d - l_1) = \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 + 2d - l_1).$$

Or, en déplaçant la partie mobile T_2 d'une distance d on passe deux fois de suite par une valeur minimale de l'amplitude. On passe donc d'une différence de phases de $\Delta\varphi = \left(m + \frac{1}{2}\right)2\pi$ à un déphasage de $\Delta\varphi' = \left(m + 1 + \frac{1}{2}\right)2\pi$, ainsi la différence de déphasages est

$$\Delta\varphi' - \Delta\varphi = \left(m + \frac{1}{2}\right)2\pi - \left(m + 1 + \frac{1}{2}\right)2\pi = -2\pi.$$

Cette différence de déphasages comparable à une autre expression qu'on peut obtenir à partir des expressions des déphasages obtenues plus tôt

$$\Delta\varphi' - \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 + 2d - l_1) - \frac{2\pi}{\lambda}(l_2 - l_1) = \frac{2\pi}{\lambda}2d.$$

On peut donc égaliser les deux expressions

$$-2\pi = \frac{2\pi}{\lambda}2d$$

soit

$$\lambda = -2d$$

avec $-d$ une distance algébrique.

On peut alors obtenir la valeur de la célérité de l'onde sonore.

$$c = \lambda f = 2df \qquad \text{et} \qquad \Delta c = c\frac{\Delta\lambda}{\lambda} = f\Delta\lambda.$$

A.N.

$$c = 2 \times 11{,}5 \times 10^{-2}\,\mathrm{m} \times 1500\,\mathrm{s}^{-1} = 345\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}$$
$$\Delta c = 1500\,\mathrm{s}^{-1} \times 2 \times 10^{-3}\,\mathrm{m} = 3\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}.$$

ainsi

$$\boxed{c = (345 \pm 3)\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}.}$$

Exercice II.3. Contrôle actif du bruit en espace libre ★ ★

La méthode du contrôle actif du bruit consiste à émettre une onde sonore qui, superposée à l'onde sonore du bruit, l'annule par interférence destructrice. Pour modéliser la méthode on suppose que la source primaire de bruit P est ponctuelle et qu'elle émet un onde sinusoïdale de longueur d'onde λ. On crée une source sonore secondaire ponctuelle S qui est située à distance $PS = a$ de la source primaire et qui émet une onde de même longueur d'onde.

On souhaite **annuler le bruit** en un point M. On pose $PM = d_P$ et $SM = d_S$.

1. Exprimer le déphasage $\Delta\varphi_0$ que la source secondaire doit présenter par rapport à la source primaire en fonction λ, d_P, d_S et d'un entier m.
2. L'amplitude de l'onde d'une source ponctuelle à distance d de la source est $A = \frac{\alpha}{d}$ où α est une constante. **Déterminer** le rapport $\frac{\alpha_S}{\alpha_P}$ des constantes d'amplitude relatives aux deux sources.

Exercice II.4. Écoute musicale et interférence ★ ★ ★

La qualité de l'écoute musicale que l'on obtient avec une chaîne hi-fi dépend de la manière dont les enceintes sont disposées par rapport à l'auditeur. On dit qu'il faut absolument éviter la configuration représentée sur la Figure 4.2, soit la présence d'un mur à distance D, trop courte derrière l'auditeur.

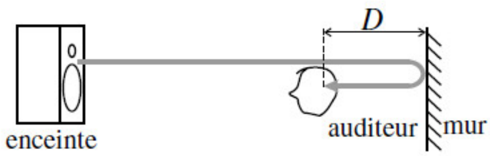

Figure 4.2 – Schéma de l'expérience.

Comme représenté sur la Figure 4.2, l'onde issue de l'enceinte se réfléchit sur le mur. On note $c = 342\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$ la célérité du son dans l'air.

1. **Exprimer** le décalage temporel τ qui existe entre les deux ondes arrivant dans l'oreille de l'auditeur : onde arrivant directement et onde réfléchie.
   La première onde parcourt une distance l alors que la deuxième parcourt une distance $l + 2D$, il y a donc un retard ou décalage temporel τ tel que

$$\tau = \frac{l + 2D - l}{c}$$

$$\boxed{\tau = \frac{2D}{c}.}$$

2. **En déduire** le déphasage $\Delta\varphi$ de ces deux ondes supposées sinusoïdales de fréquence f. La réflexion sur le mur ne s'accompagne d'aucun déphasage pour la surpression acoustique, grandeur à laquelle l'oreille est sensible.
   Les deux signaux au niveau de l'auditeur, on considèrera qu'il est au point M, sont donc tels que

$$s_1(M,t) = A\cos(\omega t - kl + \phi_0)$$
$$s_2(M,t) = A\cos(\omega t - k(l + 2D) + \phi_0).$$

   Le déphasage $\Delta\varphi$ est donc

$$\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = \omega t - kl + \phi_0 - (\omega t - k(l + 2D) + \phi_0) = k2D = \frac{2\pi}{\lambda}2D = \frac{2\pi f}{c}2D$$

$$\boxed{\Delta\varphi = \frac{4\pi f D}{c}.}$$

3. **Expliquer** pourquoi il y a un risque d'atténuation de l'amplitude de l'onde pour certaines fréquences. **Exprimer** ces fréquences en fonction d'un entier n. **Déterminer** les conditions que doit vérifier D pour qu'aucune de ces fréquences ne soit dans le domaine audible. **Estimer** si celle est réalisable.
   On voit que le déphasage du signal dépend de la fréquence f du signal. Ainsi pour certaines fréquences on peut avoir des valeurs de déphasage de $\left(n + \frac{1}{2}\right)2\pi$, soit opposition de phase entre les deux signaux, soit une amplitude minimale du signal résultant de leur superposition.
   Si on exprime ces fréquences pour lesquelles il y a atténuation de l'onde résultante il vient que

$$\Delta\varphi = \frac{4\pi f D}{c} = \left(n + \frac{1}{2}\right)2\pi$$

soit

$$\boxed{f = \left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{c}{2D}.}$$

Pour que ces fréquences ne correspondent pas au domaine audible, il faut que les fréquences et la distance D respectent ces inégalités

$$\left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{c}{2D} \leq 20\,\mathrm{Hz} \quad \text{ou} \quad 20\,\mathrm{kHz} \leq \left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{c}{2D}20\,\mathrm{Hz}$$

$$D \geq \frac{c\left(n+\frac{1}{2}\right)}{2\times 20\,\mathrm{s}^{-1}} \quad \text{ou} \quad \frac{c\left(n+\frac{1}{2}\right)}{2\times 20\times 10^3\,\mathrm{s}^{-1}} \geq D.$$

or ces inégalités doivent être respectées pour n'importe quelle valeur de n, même $n \to \infty$. On voit donc que l'inégalité de gauche ne pourra pas être respectée car D ne peut pas tendre vers une distance infinie. Ainsi il vient que

$$D \leq \left(n+\frac{1}{2}\right)\frac{c}{2D}$$

soit pour la plus petite valeur de n, cest-à-dire $n=0$,

$$\boxed{D \leq 4{,}3\times 10^{-3}\,\mathrm{m}.}$$

Il faut donc, pour éviter l'atténuation des fréquences audibles, que l'auditeur place son oreille à une distance du mur inférieur à quelques mm. **Cela n'est pas réalisable.**

4. **Expliquer** qualitativement pourquoi on évite l'effet nuisible en éloignant l'auditeur du mur.
   Si on augmente D, l'onde réfléchie va voir son amplitude diminuer par "dilution" de l'énergie, ainsi $A_1 \gg A_2$ et donc $A = \sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos(\Delta\varphi)} \approx A_1$.

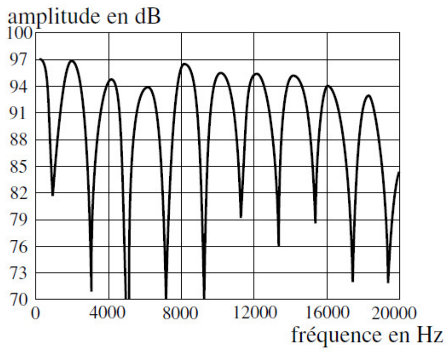

Figure 4.3 – Résultat de l'expérience.

5. On constate sur la Figure 4.3 le résultat d'une expérience dans laquelle on a placé un micro, sensible à la surpression, à une certaine distance D du mur, puis envoyé un signal de fréquence variable et d'amplitude constante A_0. La courbe, d'allure très caractéristique, est appelée "courbe en peigne".
   L'amplitude en décibels se définit par la relation : $A_{dB} = 20\log\left(\frac{A}{A_{ref}}\right)$, avec A_{ref} une amplitude de référence.
   Lorsqu'il y a superposition de deux ondes de même amplitude A_0, **déterminer**, en décibels, l'augmentation maximale de l'amplitude. **Déduire** la valeur en décibel de A_0, noté $A_{0,dB}$.

Lorsqu'il y a superposition constructive de deux ondes $A_{max} = \sqrt{A_0^2 + A_0^2 + 2A_0A_0} = 2A_0$ donc

$$\boxed{A_{dB,max} = 20\log\left(\frac{2A_0}{A_{ref}}\right) = 20\log(2) + 20\log\left(\frac{A_0}{A_{ref}}\right) = 6 + A_{0,dB}.}$$

6. **Calculer** la distance D à partir de l'exploitation de la Figure 4.3
   On constate qu'entre $f_1 = 8000\,\mathrm{Hz}$ et $f_2 = 16\,000\,\mathrm{Hz}$, l'amplitude de l'onde résultant de la superposition des deux ondes passe 4 fois de suite par une valeur maximale, il vient donc que

$$\Delta\varphi(f_2) - \Delta\varphi(f_1) = \frac{4\pi f_2 D}{c} - \frac{4\pi f_1 D}{c} = 4 \times 2\pi$$

   donc

$$\boxed{D = \frac{2c}{f_2 - f_2}.}$$

   A.N.

$$\boxed{D = \frac{342\,\mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-1}}{16\,000\,\mathrm{Hz} - 8000\,\mathrm{Hz}} = 8{,}6\,\mathrm{cm}.}$$

Exercice II.5. Contrôle actif du bruit en conduite ★ ★ ★

On s'intéresse à un système conçu pour l'élimination d'un bruit indésirable transporté par une conduite. Le bruit est détecté par un premier micro dont le signal est reçu par un contrôleur électronique. Le contrôleur, qui est le centre du système, envoie sur un haut-parleur la tension adéquate pour générer une onde de signal exactement opposé à celui du bruit de manière à ce que l'onde résultante au point A et en aval de A soit nulle comme illustré sur la Figure 4.4

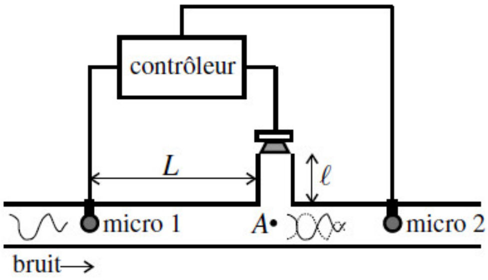

Figure 4.4 – Schéma de l'expérience.

1. **Exprimer**, en fonction de L, l et la célérité c du son, le temps disponible pour le calcul du signal envoyé sur le haut-parleur.
2. On suppose le bruit sinusoïdal de pulsation ω. On appelle φ_1 la phase initiale du signal détecté par le micro 1 et φ_{HP} la phase initiale du signal émis par le haut-parleur. **Exprimer**, en fonction de ω, c, L et l la valeur que doit avoir $\Delta\varphi = \varphi_{HP} - \varphi_1$.
3. L'onde émise par le haut-parleur se propage dans la conduite dans les deux sens à partir de A. **Expliquer** l'utilité du micro 2.