

TD I. Cinématique du point

Exercice I.1. Test d'accélération d'une voiture ★

Une voiture est chronométrée pour un test d'accélération en ligne droite avec départ arrêté (vitesse initiale nulle).

1. Elle est chronométrée à 26,6 s au bout d'une distance $D = 180$ m. Déterminer l'accélération (supposée constante) et la vitesse atteinte à la distance D .
2. Quelle est alors la distance d'arrêt pour une décélération de 7 m.s^{-2} .

Exercice I.2. Courses entre deux véhicules radio-commandés ★

Deux modèles réduits de voitures radio-commandées ont des performances différentes : le premier a une accélération de $4,0 \text{ m.s}^{-2}$, le second de $5,0 \text{ m.s}^{-2}$. Cependant l'utilisateur de la première voiture a plus de réflexes que celui de la seconde, ce qui lui permet de la faire démarrer 1,0 s avant le second.

1. À partir de l'expression des accélérations des voitures, **exprimer** leur vitesse puis leur position en fonction du temps.
2. **Déterminer** le temps nécessaire au deuxième véhicule pour rattraper l'autre.
3. Les deux modèles réduits participent à des courses de 100 m et 200 m. **Déterminer** s'il est possible que le perdant du 100 m prenne sa revanche au 200 m.
4. **Calculer** pour les deux courses la vitesse finale de chacun des véhicules.

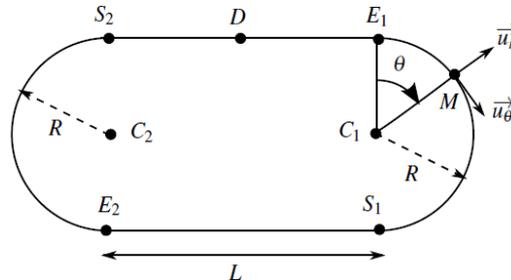
Exercice I.3. Électron dans le modèle atomique de Bohr ★ ★

Le modèle de Bohr est un modèle planétaire semi-classique de l'atome d'hydrogène. On rappelle que l'atome d'hydrogène est constitué d'un proton et d'un électron. Dans le modèle de Bohr, l'électron a une trajectoire circulaire et uniforme autour du proton de rayon $a_0 = 0,56 \cdot 10^{-10}$ m. La fréquence de révolution de l'électron est égale à $f = 6,6 \cdot 10^{15}$ Hz.

1. **Choisir** un système de coordonnées adapté et **exprimer** le vecteur position de l'électron. **Représenter** le vecteur dans la base choisie.
2. **Déterminer** la vitesse de l'électron sur sa trajectoire et **calculer** sa norme. **Représenter** le vecteur dans la base choisie.
3. **Déterminer** l'accélération de l'électron et **calculer** sa valeur. **Représenter** le vecteur dans la base choisie.

Exercice I.4. Parcours d'un cycliste sur un vélodrome ★ ★

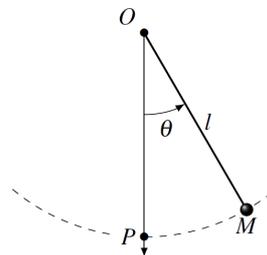
On s'intéresse à un cycliste, considéré comme un point matériel M , qui s'entraîne sur un vélodrome constitué de deux demi-cercles reliés par deux lignes droites tel que $L = 62$ m et $R = 20$ m. Le cycliste part de D avec une vitesse nulle.



1. Le cycliste exerce un effort constant ce qui se traduit par une accélération constante a_1 jusqu'à l'entrée E_1 du premier virage. **Calculer** le temps t_{E_1} de passage en E_1 ainsi que la vitesse v_{E_1} en fonction de a_1 et L .
2. Dans le premier virage, le cycliste a une accélération tangentielle (suivant \vec{u}_θ) constante et de valeur égale à a_1 . **Déterminer** le temps t_{S_1} de passage en S_1 ainsi que la vitesse v_{S_1} en fonction de a_1 , L et R .
3. De même, en considérant l'accélération tangentielle constante tout au long du premier tour et de valeur égale à a_1 , déterminer les temps t_{E_2} , t_{S_2} et t_D (après un tour), ainsi que les vitesses correspondantes.
4. La course s'effectue sur quatre tours (1 km) mais on ne s'intéresse donc qu'au premier effectué en $t_1 = 18,155$ s (Temps du britannique Chris Hoy aux Championnats du monde de 2007). **Déterminer** la valeur de l'accélération a_1 ainsi que la vitesse atteinte en D . La vitesse mesurée sur piste est d'environ $60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. **Déterminer** ce qu'on doit modifier dans le modèle pour qu'il se rapproche de la réalité.

Exercice I.5. Étude cinématique du pendule simple ★ ★

Le mouvement d'un point M accroché à un fil de longueur l dont l'autre extrémité est fixée en un point O s'inscrit sur une portion de cercle de centre O et de rayon l . On repère alors le point M dans le référentiel \mathcal{R} par sa coordonnée angulaire θ définie sur la figure ci-après et on observe des oscillations pendulaires. Lorsque les oscillations sont de faibles amplitudes, on observe que l'angle polaire θ est tel que $\theta(t) = \theta_0 \sin(\omega t)$ en choisissant pour origine des temps l'instant où M passe au point P .



1. **Définir** sur un schéma la base locale de projection polaire. Donner l'expression des vecteurs position, vitesse et accélération sur cette base.
2. **Définir** la base cartésienne de projection et donner l'expression du vecteur position sur cette base.
3. Lorsque $\theta_0 \ll \frac{\pi}{2}$, on a $\theta(t) \ll \frac{\pi}{2}$ à tout instant et on peut utiliser les approximations suivantes : $\cos \theta \approx 1$ et $\sin \theta \approx \theta$.

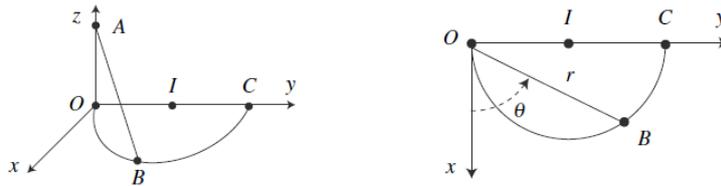
Dans ces conditions, **déterminer** les composantes des vecteurs vitesses et accélération en coordonnées cartésiennes.

4. En changeant l'origine du repère cartésien pour la placer en P , montrer que l'on obtient alors une relation remarquable entre les vecteurs \overrightarrow{PM} et \vec{a} . **Rappeler** à quoi correspond cette équation.

Exercice I.6. Mouvement de l'extrémité d'une barre, d'après ENAC 2003 ★ ★ ★

Dans le référentiel \mathcal{R} de repère $(O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z)$ défini sur les figures ci-dessous, une barre rectiligne AB de longueur $2b$ se déplace de sorte que :

- son extrémité A se trouve sur le demi-axe positif (Oz)
- son extrémité B décrit le demi-cercle du plan (xOy) de centre $I(0, b, 0)$ et de rayon b , à la vitesse angulaire ω constante et positive. à l'instant $t = 0$, B se trouve en O .



1. **Déterminer** la durée Δt du mouvement.
2. On note φ l'angle $(\overrightarrow{IO}, \overrightarrow{IB})$, **déterminer** une relation simple entre φ et θ .
3. **Établir** les expressions des coordonnées polaires ρ et θ de B au cours du temps t .
4. **Déterminer** l'angle $\alpha = (\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AB})$ en fonction de ω et t .
5. **Décrire** le mouvement de la barre entre l'instant initial et l'instant final.
6. **Calculer** les coordonnées cartésiennes X , Y et Z du milieu J de la barre.
7. **Déterminer** la vitesse \vec{v} et l'accélération \vec{a} de J , ainsi que leurs normes.