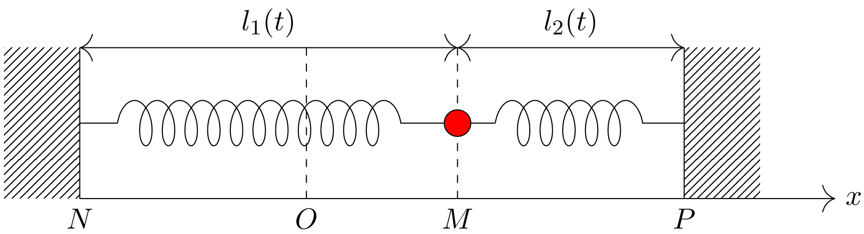
TD I. Dynamique du point

Exercice I.1. Unités ★

1. Une force s'exprime en newton de symbole N. **Exprimer** cette unité avec les unités de base du système international (m, s, kg).
2. À partir de l'expression d'une force bien connue, **exprimer** l'unité du champ de pesanteur $\overrightarrow{g}$ avec les unités de base du du système international. **Justifier** qu'on appelle aussi cette grandeur l'accélération de pesanteur.
3. À partir de l'expression de force de frottements fluides, **exprimer** l'unité du coefficient de frottements visqueux k_1 avec les unités de base du du système international.
4. À partir de l'expression de la force de rappel d'un ressort, **exprimer** l'unité de la constante de raideur d'un ressort k avec les unités de base du du système international.

Exercice I.2. Force de rappel élastique ★

1. **Représenter** un ressort de constante de raideur k et de longueur à vide l_0 dont une des extrémités est accrochée à un support fixe situé à l'origine d'un repère, et dont l'autre extrémité est accrochée à point matériel M de masse m.
   Donner l'expression générale de la force de rappel exercée par le ressort sur M.
2. **Exprimer** les forces $\overrightarrow{F}_1$ et $\overrightarrow{F}_2$ s'exerçant sur M dues à deux ressorts schématisés ci-dessous.
   On considère que l'origine est à égale distante des supports, de telle manière que $NO = OP = l_0$.
   Exprimer leur résultante $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2$ en fonction de l'abscisse x du point M. Les ressorts sont identiques, de même constante de raideur k et de même longueur à vide l_0. O est l'origine du repère fixe.



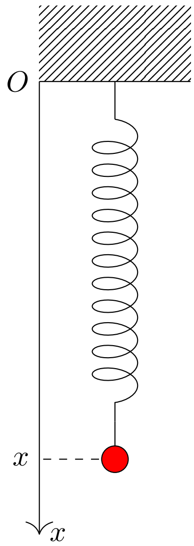
Exercice I.3. Bond sur la Lune ★ ★

Dans l'album de Tintin, "On a marché sur le Lune", le Capitaine Haddock est étonné de pouvoir faire un bond beaucoup plus grand que sur terre. On assimile le mouvement du Capitaine Haddock à celui de son centre de gravité M de masse m. Il saute depuis le sol lunaire avec une vitesse initiale v_0 faisant un angle $\alpha = 30°$ avec le sol. On note g_l la valeur de l'accélération de pesanteur à la surface de la lune. En l'absence d'atmosphère, on peut considérer qu'il n'y a aucune force de frottement.

1. **Définir** le système et le référentiel dans lequel on étudie son mouvement.
   Établir un bilan des forces détaillé et réaliser un schéma à un instant quelconque en y faisant figurer les différentes forces.
   Définir le repère adapté à l'étude de ce mouvement et rappeler l'expression des vecteurs position, vitesse et accélération dans ce type de repérage.
   Faire le bilan des forces et appliquer le principe fondamental de la dynamique (PFD).
2. En utilisant les questions précédentes, **établir** les équations du mouvement.
3. **Déterminer** l'expression de la distance horizontale parcourue au cours du saut en fonction de v_0, α et g_l.
4. Sur la Lune, la pesanteur est environ six fois moins forte que sur la Terre. **Déterminer** la distance horizontale parcourue par le sauteur sur la Lune, si elle est de $d = 1,50$ m sur la Terre.

Exercice I.4. Oscillation d'une masse suspendue à un ressort ★ ★

On s'intéresse au mouvement d'un petit objet de masse m attaché à un ressort dont l'autre extrémité est accrochée à un bâti fixé au sol. Le ressort étant initialement dans sa situation de repos pour laquelle sa longueur est égale à sa longueur à vide, on lâche l'objet sans lui donner de vitesse initiale. Le mouvement qui suit est vertical et on veut l'étudier. On idéalise le comportement du ressort en l'assimilant à un ressort parfaitement élastique, sans masse, de constante de raideur k et de longueur à vide l_0. On repère la position de l'objet sur un axe (Ox) vertical descendant par son abscisse x. L'origine O du repère est située à l'extrémité fixe du ressort. On néglige les frottements dus à l'air.



1. **Définir** le système et le référentiel dans lequel on étudie son mouvement.
   Établir un bilan des forces détaillé et réaliser un schéma à un instant quelconque en y faisant figurer les différentes forces.
   Définir le repère adapté à l'étude de ce mouvement et rappeler l'expression des vecteurs position, vitesse et accélération dans ce type de repérage.
   Faire le bilan des forces et appliquer le PFD.
2. **Montrer** que l'équation du mouvement s'écrit :

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \omega_0^2 x_{eq}$$

   où ω_0 et x_{eq} sont des constantes à déterminer en fonction de l_0, g, m et k.
3. **Déterminer** ce que représente la position M_{eq} d'abscisse $x = x_{eq}$.
4. Pour résoudre l'équation du mouvement, on déplace l'origine du repère en M_{eq}. **Montrer** que cela revient à faire le changement d'inconnue $X = x - x_{eq}$.
5. **En déduire** que l'on obtient alors une équation différentielle du mouvement connue.
6. **Résoudre** en tenant compte des conditions initiales.
7. **Représenter** l'évolution temporelle de l'abscisse x.

Exercice I.5. Chaussette dans un sèche-linge ★ ★

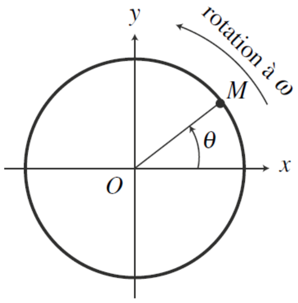
Dans le tambour d'un sèche-linge, on observe que le mouvement d'une chaussette s'effectue en une alternance de deux phases.

Dans une première phase, elle est entraînée par le tambour dans un mouvement de rotation uniforme.

Dans une deuxième phase, elle retombe en chute libre.

L'observation montre qu'à chaque tour, elle décolle du tambour au même endroit. On cherche à déterminer ce lieu.

On modélise le tambour par un cylindre de rayon $R = 25$ cm tournant à 50 tour.min^{-1}. On s'intéresse au mouvement de la chaussette que l'on assimile à un point matériel M de masse m. On étudie la première phase pendant laquelle le linge est entraîné dans un mouvement de rotation circulaire et uniforme à la même vitesse que le tambour et en restant collé aux parois du tambour. Pour les applications numériques, on considère $g = 9,8$ m.s^{-2}.



1. **Définir** le système et le référentiel dans lequel on étudie son mouvement.
   Établir un bilan des forces détaillé et réaliser un schéma à un instant quelconque en y faisant figurer les différentes forces.
   Définir le repère adapté à l'étude de ce mouvement et rappeler l'expression des vecteurs position, vitesse et accélération dans ce type de repérage.
   Faire le bilan des forces et appliquer le PFD.
2. **Déterminer** l'accélération de la chaussette.
3. **En déduire** la réaction du tambour sur la chaussette.
4. **Montrer** que la réaction normale s'annule lorsque la chaussette atteint un point dont on déterminera la position angulaire.
5. **Déterminer** ce qu'il se passe en ce point. **Décrire** le mouvement ultérieur.

Exercice I.6. Tirs de basket-ball ★ ★ ★

On étudie les tirs de basket-ball de manière simplifiée. On suppose que le joueur est face au panneau à une distance D de ce dernier. Le cercle du panier est situé à une hauteur H =3,05 m au-dessus du sol et on assimilera dans un premier temps le cercle à un point situé sur le panneau. De même, le ballon sera considéré comme ponctuel. On néglige les frottements fluides de l'air. Le joueur tire d'une hauteur $h =$ 2,00 m au-dessus du sol en imposant une vitesse initiale $\overrightarrow{v_0}$ faisant un angle α avec l'horizontale.

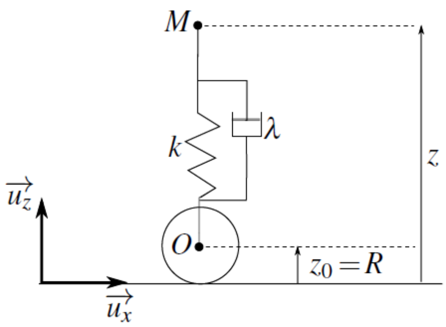
1. **Définir** le système et le référentiel dans lequel on étudie son mouvement.
   Établir un bilan des forces détaillé et réaliser un schéma à un instant quelconque en y faisant figurer les différentes forces.
   Définir le repère adapté à l'étude de ce mouvement et rappeler l'expression des vecteurs position, vitesse et accélération dans ce type de repérage.
   Faire le bilan des forces et appliquer le PFD.
2. **Établir** l'équation du mouvement du ballon lors du tir.
3. **En déduire** les équations horaires de ce mouvement.
4. **Déterminer** l'équation de la trajectoire du ballon.
5. On suppose que le module de la vitesse initiale est fixé. **Donner** l'équation à vérifier par l'angle α pour que le panier soit marqué. On la mettra sous la forme d'une équation du second degré en $\tan\alpha$.
6. **Montrer** que cette équation n'admet des solutions que si le module v_0 de la vitesse initiale vérifie une inéquation du second degré en v_0^2.
7. **En déduire** l'existence d'une valeur minimale de v_0 pour que le panier soit marqué.
8. **Faire l'application numérique** pour un lancer franc (la distance D vaut alors 4,60 m) puis pour un panier à trois points (la distance D vaut alors 6,25 m selon les règles de la Fédération Internationale de

Basket-Ball).

9. Si la condition précédente est vérifiée, **donner** l'expression de $\tan\alpha$ et en déduire qu'il existe deux angles possibles pour marquer le panier.
10. **Donner** les valeurs numériques des angles α permettant de marquer un lancer franc en supposant que v_0 = 10,0 m.s^{-1}.
11. Dans la suite, on suppose que l'angle de tir est fixé. **Déterminer** l'expression de la vitesse initiale v_0 à imposer pour marquer le panier.
12. **Faire l'application numérique** pour un lancer franc et un angle de tir $\alpha = 70°$.

Exercice I.7. Modélisation d'un amortisseur ★ ★ ★

On considère l'amortisseur d'un véhicule. Chaque roue supporte un quart de la masse de la voiture assimilé à un point M de masse m = 500 kg, et est reliée à un amortisseur dont le ressort a une constante de raideur $k = 2,5.10^4$ N.m^{-1}. Le point M subit aussi un frottement fluide $\overrightarrow{f} = -\lambda\overrightarrow{v}$ où $\overrightarrow{v}$ est la vitesse verticale de M et $\lambda = 5,0.10^3$ kg.s^{-1}.



Le véhicule franchit à vitesse constante un défaut de la chaussée de hauteur $h = 5,0$ cm. Son inertie est suffisante pour qu'il ne se soulève pas immédiatement mais acquiert une vitesse verticale $v_0 = 0,50$ m.s^{-1}. On pose $\alpha = \lambda/2m$. On note Z_i la cote du point M avant le passage du défaut.

1. **Définir** le système et le référentiel dans lequel on étudie son mouvement.
   Établir un bilan des forces détaillé et réaliser un schéma à un instant quelconque en y faisant figurer les différentes forces.
   Définir le repère adapté à l'étude de ce mouvement et rappeler l'expression des vecteurs position, vitesse et accélération dans ce type de repérage.
   Faire le bilan des forces et appliquer le PFD.
2. On note $Z(t)$ la cote de M. **Établir** l'équation différentielle pour Z après le passage de l'obstacle. Déterminer $Z(t)$ en fonction des données. On remarquera que $\alpha = \Omega$ ou Ω est la pseudo-pulsation.
3. Les passagers sont sensibles à l'accélération verticale de la voiture, **calculer** sa valeur maximale. On utilisera le fait que $\alpha = \Omega$.
4. Il faut en fait éviter des oscillations susceptibles de provoquer chez les passagers la mal des transports, en se plaçant dans les conditions critiques. **Déterminer** pour quelle masse par roue ces conditions sont atteintes, k et λ étant inchangés.