

Analyse asymptotique

Relations de comparaison sur les suites et les fonctions

1. Relations de domination, négligeabilité et équivalence sur les suites et les fonctions.
2. Opérations sur les relations de comparaison : produit, quotients, puissances (pas la somme pour les équivalents!).

Développements limités

1. Définition de développement limité d'une fonction en un point à l'ordre $n \in \mathbb{N}$. Unicité et troncature du développement limité.
2. Forme normalisée d'un développement limité : si $f(x) = a_p x^p + \dots + a_n x^n + o(x^n)$ alors $f(x) \underset{0}{\sim} a_p x^p$.
3. Opérations sur les développements limités : combinaison linéaires, quotient, produit, composée.
4. Intégration d'un développement limité.
5. Formule de Taylor-Young : si f est de classe $\mathcal{C}^n$ en a alors $f(x) = \sum_{k=0}^n \frac{f^{(k)}}{k!} (x-a)^k + o((x-a)^n)$.
6. Connaître par coeur les développements limités des fonctions usuelles en 0 : $\cos$, $\sin$, $\exp$, ch , sh , $x \mapsto \ln(1+x)$, $x \mapsto (1+x)^\alpha$, $x \mapsto \frac{1}{1+x}$ et $x \mapsto \frac{1}{1-x}$.

Applications et développements asymptotiques

1. Prolongement par continuité et prolongement dérivable en a d'une fonction s'il existe un DL en a d'ordre 0 ou 1.
2. Nature de $f(a)$ quand $f'(a) = 0$ suivant son développement limité en a à l'ordre $n \geq 2$.
3. Position relative d'une courbe représentative par rapport à ses tangentes.
4. Détermination d'asymptotes.
5. Construction d'un équivalent d'une suite récurrente par la technique du $(u_{n+1}^\alpha - u_n^\alpha)$ et de la moyenne de Césaro.
6. Définition et recherche d'un développement asymptotique pour une fonction ou une suite.

Question de cours

On demandera en question de cours un développement limité d'une fonction usuelle à l'ordre n en 0 que l'étudiant devra démontrer.

Pour la fonction tangente, on ne demandera le développement limité qu'à l'ordre 5 au plus.