Travaux dirigés

Chapitre 1 - Thermodynamique

TD I. Transformations, transferts d'énergies et bilans d'énergies

Exercice I.1. Expériences qualitatives ★

1. On dépose un glaçon sortant d'un congélateur dans une coupelle et on l'abandonne à l'air libre. **Déterminer** l'état final de la transformation. **Déterminer** s'il y a transfert mécanique et/ou thermique et dans quel sens.
2. En hiver, un ballon de baudruche initialement à l'équilibre dans un lieu chauffé est apporté à l'extérieur. **Déterminer** s'il y a transfert mécanique et/ou thermique et dans quel sens.
3. **Qualifier** les deux expériences précédentes.

Exercice I.2. Recherche d'un état final ★

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison étanche de surface S, mobile, diathermane (paroi perméable à la chaleur) et reliée à un ressort de constante de raideur k. Les deux compartiments contiennent chacun un gaz parfait. Dans l'état initial, le gaz du compartiment 1 est dans l'état (T_0,P_0,V_0,n), le gaz du compartiment 2 dans l'état $(T_0,2P_0,V_0,2n)$, une cale bloque la cloison mobile et le ressort est au repos. On enlève la cale et on laisse le système atteindre un état d'équilibre.

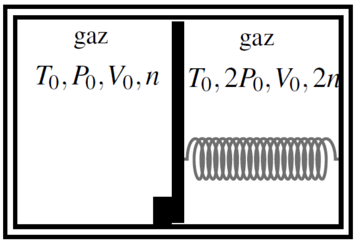


Figure 1.1 – Schéma du système.

1. **Décrire** l'évolution du système.
2. **Écrire** cinq relations faisant intervenir certaines des six variables d'état : V_1, V_2 (volumes finaux des deux compartiments), P_1, P_2 (pressions finales dans les deux compartiments), T_1, T_2 (températures finales dans les deux compartiments).

Exercice I.3. Travail reçu par un gaz parfait durant une compression adiabatique ★

Une masse de 1 kg d'air, assimilé à un gaz parfait monoatomique, subit une compression adiabatique qui fait passer sa température $T_i = 293$ K à $T_f = 333$ K.

Trouver l'expression du travail nécessaire à la compression. **Réaliser** l'application numérique.

On considère que l'air est en majorité constitué de diazote de masse molaire $M(N_2) = 28$ g.mol^{-1}.

Exercice I.4. Valeur en eau d'un calorimètre ★

On mélange 95 g d'eau à 20°C et 71 g d'eau à 50°C dans un calorimètre dont la température initiale est 20°C.

1. **Déterminer** la température finale à l'équilibre en négligeant l'influence du calorimètre.
2. Expérimentalement on obtient 31,3°C. **Expliquer**.

3. **En déduire** la valeur en eau du calorimètre.

Exercice I.5. Détermination de la chaleur massique du cuivre ★

Dans un calorimètre dont la valeur en eau est de 41 g, on verse 100 g d'eau. Une fois l'équilibre thermique atteint, on mesure une température de 20°C. On plonge alors une barre métallique dont la masse est 200 g et dont la température initiale est de 60°C. À l'équilibre, on mesure une température de 24,5°C.

Déterminer la capacité thermique massique du métal.

On donne la capacité thermique massique de l'eau $c_{eau} = 4,18$ kJ.kg^{-1}.K^{-1} et on suppose que les capacités thermiques massiques sont constantes dans le domaine de températures considérées.

Exercice I.6. Détente adiabatique d'un gaz parfait monoatomique ★

Un gaz momoatomique considéré comme parfait est maintenu à une pression de 1,2 bar et à une température de 300 K dans une enceinte cylindrique de volume $V_i = 1$ L, grâce à une masse M posée sur un piston de masse $m_p = 1$ kg. Le piston est à une hauteur $h_1 = 50$ cm. On enlève la masse M, ce qui permet au gaz de se détendre de façon adiabatique jusqu'à la pression finale d'équilibre P_f. Le volume est alors V_f. On désigne par $P_0 = 1$ bar la pression atmosphérique.

1. **Calculer** la valeur de la masse posée sur le piston et la pression finale P_f.
2. **Effectuer** le bilan énergétique de la transformation.
3. **Trouver** les rapports $\frac{V_f}{V_i}$ et $\frac{T_f}{T_i}$. **Réaliser** les applications numériques.
4. **Calculer** le travail reçu par le gaz.

Exercice I.7. Transformations polytropiques ★ ★

Une transformation polytropique est une transformation quasistatique vérifiant PV^k constante.

1. **Calculer** le travail des forces de pression pour un gaz parfait subissant une transformation polytropique entre (P_0,V_0,T_0) et (P_1,V_1,T_1) en fonction des pressions et volumes ainsi que de k.
2. On note $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$ qui est une constante pour un gaz parfait. **Trouver** une expression du transfert thermique au cours de la transformation précédente de la forme $C(T_1 - T_0)$ où C est une constante.
3. **Donner** une interprétation physique de C.
4. **Étudier** en les interprétant physiquement les cas suivants : $k = \gamma$, $k = 0$, $k \to \infty$ et $k = 1$.

Exercice I.8. Chauffage d'une enceinte ★ ★

On étudie le système illustré ci-dessous.

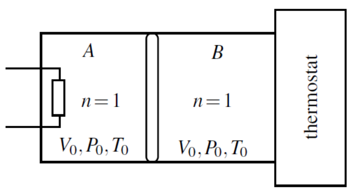


Figure 1.2 – Schéma du système.

On suppose que les enceintes contiennent des gaz parfaits et que l'enceinte A est parfaitement calorifugée. On note $\gamma = \frac{C_P}{C_V}$. On chauffe l'enceinte A jusqu'à la température T_1 par la résistance chauffante. Les transformations seront considérées comme quasistatiques.

1. **Déterminer** les volumes finaux des deux enceintes ainsi que la pression finale.
2. **Calculer** la variation d'énergie interne de chacune des enceintes A et B ainsi que celle de l'ensemble $A + B$.

3. **Déterminer** la nature de la transformation de l'enceinte B. **En déduire** le travail échangé entre les enceintes A et B et le transfert thermique Q_1 échangé entre B et le thermostat.
4. **Déterminer** le transfert thermique Q_2 fourni par la résistance.

Exercice I.9. Compressions et détentes successives d'un gaz parfait ★ ★

On étudie les compressions et détentes successives d'un gaz parfait ($\gamma = 1,4$). On suppose que les transformations sont mécaniquement réversibles.

1. Le gaz subit une compression isotherme (température $T_0 = 273$ K) de $P_0 = 1$ bar à $P_1 = 20$ bar, puis une détente adiabatique jusqu'à P_0. Pour cette détente adiabatique on indique que la température et la pression sont liées par la loi : $T^\gamma P^{1-\gamma}$ =cst. **Calculer** la température T_1 après les deux transformations.
2. On recommence l'opération. **Calculer** T_2 puis T_n après n séries de transformations. **Effectuer** l'application numérique pour $n = 5$.
3. **Calculer** la variation d'énergie interne au cours de la nième double transformation en fonction de T_0, P_0 et P_1. **Calculer** le travail W et le transfert thermique Q reçus par le gaz. **Effectuer** les applications numériques pour une mole de gaz et pour $n = 5$.

Exercice I.10. Compression d'un gaz de Van der Waals ★ ★

On considère un gaz réel obéissant à l'équation de Van der Waals

$$\left(P+\frac{a}{V_m^2}\right)(V_m-b)=RT$$

avec a et b des constantes positives caractéristiques du gaz.

1. Calculer le travail reçu par une mole de gaz au cours d'une compression isotherme à T_0 faisant passer le gaz de V_{m1} à V_{m2}.
2. Donner une expression approchée de ce travail aux faibles densités ($b \ll V_m$). On mettra en évidence dans le résultat le terme correctif par rapport au travail qui serait reçu par le gaz parfait correspondant et on pourra utiliser la relation approché $\ln(1+x) \approx x$ pour $x \ll 1$.
3. En déduire qu'il existe une température, appelée température de Mariotte, pour laquelle le gaz réel se comporte comme un gaz parfait.
4. Vérifier que pour cette température, l'isotherme correspondante dans le diagramme d'Amagat ($PV = f(P)$) admet une tangent horizontale.

Exercice I.11. Étude d'un compresseur ★ ★

Le problème étudie le compresseur d'un moteur à air comprimé (celui d'un marteau-piqueur, par exemple). L'air est assimilé à un gaz parfait de masse molaire $M = 29\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$, de capacité thermique massique à pression constante $c_p = 1{,}00\,\mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}$ et de rapport des capacités thermiques à pression et à volume constants $\gamma = 1{,}4$. La constante des gaz parfaits est $R = 8{,}314\,\mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$. L'air est aspiré dans les conditions atmosphériques, sous la pression $P_0 = 1\,\mathrm{bar}$ et à la température $T_0 = 290\,\mathrm{K}$, jusqu'au volume V_m, puis comprimé jusqu'à la pression P_1, où il occupe le volume V_1, et refoulé à la température T_1 dans un milieu où la pression est $P_1 = 6\,\mathrm{bar}$. Bien que le mécanisme réel d'un compresseur soit différent, on suppose que celui-ci fonctionne comme une pompe à piston, qui se compose d'un cylindre, d'un piston coulissant entraîné par un moteur et de deux soupapes.

- La soupape d'entrée Σ_1 est ouverte si la pression P dans le corps de pompe est inférieure ou égale à la pression atmosphérique P_0.
- La soupape de sortie Σ_2 est ouverte si P est supérieure à P_1.
- Le volume V du corps de pompe est compris entre 0 et V_m.
- À chaque cycle (chaque aller et retour du piston), la pompe aspire et refoule une mole d'air.

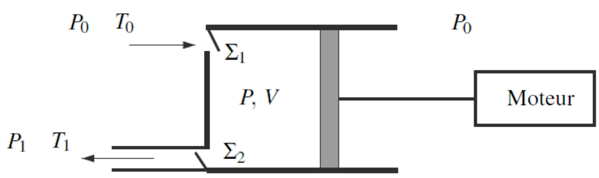


Figure 1.3 – Schéma de principe du compresseur.

1. Tracer sur un diagramme de Clapeyron l'allure de la courbe représentant un aller et un retour du piston. Indiquer le sens de parcours par une flèche.
2. Montrer que le travail de l'air situé à droite du piston est nul sur un aller-retour.
3. Montrer que le travail fourni par le moteur qui actionne le piston est égal à l'aire d'une surface sur le diagramme. On supposera que le mouvement est assez lent pour que l'évolution soit mécaniquement réversible.
4. Pendant la phase de compression, l'air suit une loi polytropique $PVk = \text{cste}$; il sort du compresseur à la température $T_1 = 391\,\mathrm{K}$. Trouver la valeur de k.
5. Exprimer le travail mécanique W moteur fourni par le moteur pendant un aller-retour en fonction de R, n, k, T_1 et T_0.
6. Le débit massique de l'air dans le compresseur est $D_m = 0{,}013\,\mathrm{kg}\cdot\mathrm{s}^{-1}$. Calculer la puissance $\mathcal{P}_{\text{moteur}}$ fournie par le moteur.

Exercice I.12. Température d'un conducteur ohmique ★ ★

Un conducteur ohmique de résistance $R = 1{,}00\,\mathrm{k\Omega}$, assimilé à une phase condensée idéale de capacité thermique C, est placé dans l'air ambiant dont la température $T_0 = 293\,\mathrm{K}$ est supposée constante. On modélise les transferts thermiques entre ces deux systèmes en supposant que le conducteur ohmique à la température T reçoit pendant un intervalle de temps $\mathrm{d}t$ un transfert thermique infinitésimal $\delta Q = a(T_0 - T)\,\mathrm{d}t$ de la part de l'atmosphère. À partir de $t = 0$, le conducteur ohmique est parcouru par un courant d'intensité $I = 100\,\mathrm{mA}$ constante.

1. Etablir l'équation différentielle vérifiée par la température T du conducteur ohmique pour $t \geq 0$. Quel est la durée caractéristique τ du phénomène décrit par cette équation ?
2. Au bout d'un temps suffisamment long, le conducteur ohmique atteint une température limite $T_1 = 313\,\mathrm{K}$. En déduire la valeur du coefficient a.

Exercice I.13. Résistance en fonction des dimensions du conducteur ★ ★

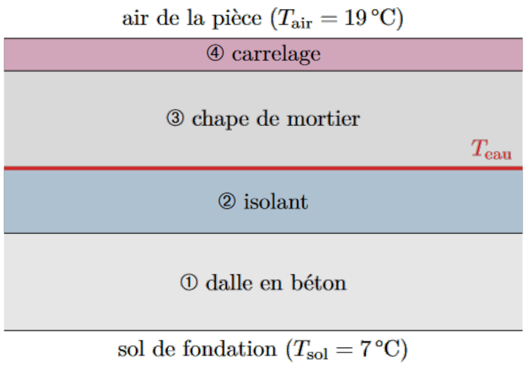
La résistance (électrique, thermique...) d'une portion de matériau conducteur dépend de ses dimensions géométriques et d'une grandeur caractéristique du matériau, sa conductivité. On s'intéresse ici au cas du transfert thermique dans un conducteur de forme cylindrique, de longueur L, dont la section a une aire S, parcouru par le courant dans le sens de la longueur.

On cherche à déterminer comment la résistance thermique R de ce cylindre varie en fonction de L et S. La forme précise de la section n'a pas d'importance, seule son aire S importe : il ne s'agit donc pas forcément d'un cylindre au sens usuel (cylindre de révolution).

1. Pour étudier l'influence du paramètre L, découpons par la pensée ce cylindre en n cylindres identiques de longueur L/n de section S. Chacun a une résistance R'.
   Par analogie avec les dipôles ohmiques, ces n conducteurs thermiques sont-ils en série ou en parallèle ? Écrire alors la relation entre n, R' et R, et en déduire si la résistance est proportionnelle ou inversement proportionnelle à la longueur.
2. Pour étudier de façon analogue l'influence du paramètre S, découpons maintenant par la pensée ce cylindre en n cylindres identiques de section S/n de longueur L. Chacun a une résistance R''.
   Ces n conducteurs sont-ils en série ou en parallèle ? Écrire alors la relation entre n, R'' et R, et en déduire si la résistance est proportionnelle ou inversement proportionnelle à l'aire de la section.
3. On note λ la conductivité thermique du matériau. Déterminer l'expression de R en fonction de λ, L et S.

Exercice I.14. Plancher chauffant ★ ★

Un plancher chauffant est un système de chauffage des bâtiments par le sol dans lequel l'énergie de chauffage est transmise au plancher via un réseau hydraulique circulant sous le plancher (des systèmes de chauffage électrique existent également). Dans les constructions modernes, bien isolées, la température de l'eau peut être relativement basse, entre $21\,^\circ\mathrm{C}$ et $24\,^\circ\mathrm{C}$, ce qui rend le plancher chauffant particulièrement adapté aux chauffages écologiques de nouvelle génération comme la géothermie et le chauffage solaire. Cet exercice a pour but d'étudier l'installation schématisée ci-dessous, destinée à chauffer une salle de vie de $40\,\mathrm{m}^2$ au sol. Pour simplifier, on suppose que le réseau hydraulique impose la température $T = T_{\text{eau}}$ à l'interface entre l'isolant et le mortier.



Matériau	Conductivité λ ($\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$)	Épaisseur e (cm)
④ Carrelage	1,3	1
③ Mortier	1,1	3
② Isolant	0,02	2
① Béton	1,4	10

On donne le coefficient de transfert thermique de surface entre le carrelage et l'air $h = 10\,\mathrm{W \cdot K^{-1} \cdot m^{-2}}$.

1. Montrer que la loi de Newton se traduit par une résistance thermique d'interface R_i, dont on établira l'expression en fonction de h et S.
2. Donner le schéma électrique équivalent de l'installation. En déduire la résistance thermique totale R entre la "couche" d'eau et l'air de la pièce. La calculer numériquement.

   Dans une région au climat est assez doux, une pièce de $40\,\mathrm{m}^2$ bien isolée nécessite en hiver une puissance de chauffe de l'ordre de $1\,\mathrm{kW}$, alors qu'une maison mal isolée consomme quatre fois plus.
3. En déduire la température T_{eau} à laquelle se trouve l'eau du circuit de chauffage pour chauffer la maison bien isolée.
4. Les normes d'installation d'un plancher chauffant imposent que la température de surface du carrelage T_s n'excède pas $28\,°\mathrm{C}$, ce qui correspond à la température de la plante des pieds. Quelle puissance maximale l'installation peut-elle fournir à l'habitation ? Commenter.
5. Bien qu'une couche isolante soit placée sous les tuyaux de chauffage, une partie de l'énergie fournie par le plancher chauffant est perdue car cédée aux fondations. Calculer le rendement du plancher, c'est-à-dire le rapport entre la puissance Φ réellement fournie à l'habitation et la puissance totale fournie par l'eau chaude.
6. Le choix du revêtement de sol est essentiel pour une bonne efficacité du plancher chauffant. En particulier, il est déconseillé d'utiliser un parquet en bois (conductivité de l'ordre de $0{,}2\,\mathrm{W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}}$). Proposer une explication.