

TD I. Régime sinusoïdal forcé et résonance

Exercice I.1. Notation complexe ★

Écrire sous forme complexe les équations différentielles suivantes.

1.

$$\tau \frac{du(t)}{dt} + u(t) = E_0.$$

2.

$$\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2u(t)}{dt^2} + \frac{2\xi}{\omega_0} \frac{du(t)}{dt} + u(t) = e(t).$$

Exercice I.2. Impédance ★

1. **Écrire** les impédances complexes d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.
2. **Déterminer** l'unité d'une impédance.
3. **Déterminer** l'impédance totale de deux impédance \underline{Z}_1 et \underline{Z}_2 en série.
4. **Déterminer** l'impédance totale de deux impédance \underline{Z}_1 et \underline{Z}_2 en parallèle.

Exercice I.3. Circuit RLC ★

On étudie un circuit RLC série dans les bornes sont branchés à un générateur de tension idéal délivrant une tension $e(t)$.

1. **Établir** l'impédance du circuit.
2. **Établir** $\underline{u}_R(t)$ en fonction de $\underline{e}(t)$.
3. **Établir** l'expression de l'amplitude U_{R0} de $u_R(t)$. **Déterminer** pour quelle pulsation cette amplitude est maximale.
4. **Établir** l'expression du déphasage φ entre $u_R(t)$ et $e(t)$.
5. **Établir** $\underline{u}_C(t)$ en fonction de $\underline{e}(t)$.
6. **Établir** l'expression de l'amplitude U_{C0} de $u_C(t)$. **Déterminer** pour quelle pulsation cette amplitude est maximale et pour quelle condition sur Q le maximum existe.

Exercice I.4. Comportement à hautes à hautes et basses fréquences ★ ★

Les générateurs des circuits ci-dessous délivrent la tension $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$.

Déterminer pour les deux circuits la tension u en hautes et basses fréquences.

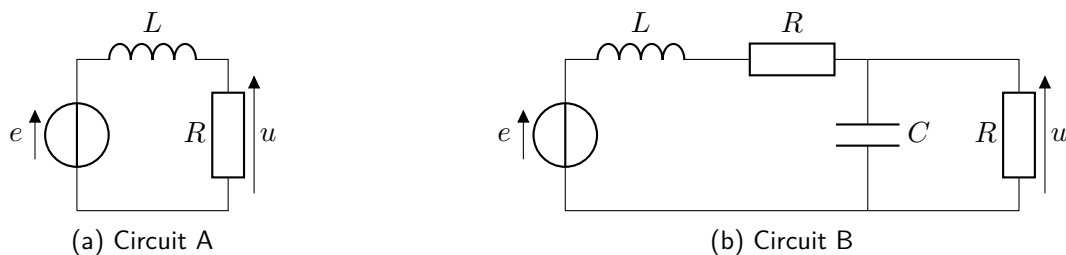


Figure 1.1 – Schémas des circuits électriques

Exercice I.5. Résonance en intensité ★ ★

Un circuit RLC série est alimenté par une source idéal de tension sinusoïdale de tension sinusoïdale, de f.é.m $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, avec $E_0 = 2,5 \text{ V}$.

La figure ci-dessus représente la courbe de résonance en intensité obtenue expérimentalement avec I_0 l'amplitude de l'intensité du courant.

En exploitant cette courbe, **déterminer** les valeurs de la résisance R , de la capacité C et de l'inductance L utilisées.

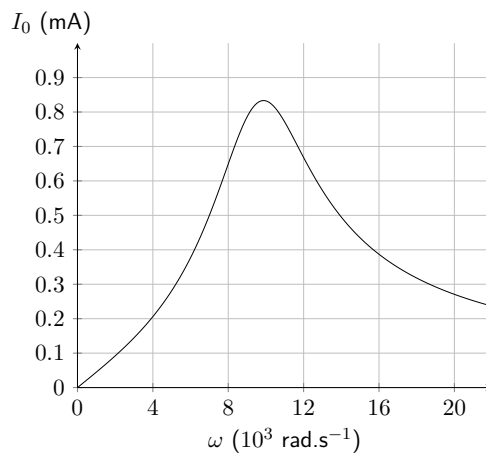


Figure 1.2 – Amplitude de l'intensité I_0 en fonction de la pulsation.

Exercice I.6. Calculs d'impédance ★ ★

- Déterminer** les expressions de R' et L' en fonction de R , L et ω pour que le Dipôle A et le Dipôle B ci-dessous aient la même impédance. **Déterminer** si l'égalité $\frac{L}{R} = \frac{L'}{R'}$ est possible.
- Exprimer** l'impédance \underline{Z} équivalent au Dipôle C. **Exprimer** \underline{Z} pour ω et $\omega \rightarrow \infty$. **Montrer** que \underline{Z} est réel pour une certaine pulsation.

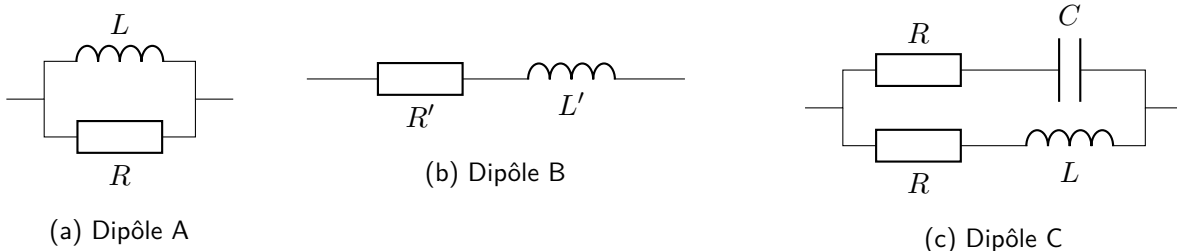


Figure 1.3 – Schémas des dipôles

Exercice I.7. Calculs de déphasage ★ ★

On branche en parallèle entre deux points A et B :

- un générateur de tension imposant la tension $u_{AB}(t) = e(t) = E_0 \cos(\omega t)$
 - une bobine équivalente à une inductance L et une résistance R en série
 - une bobine identique montée en série avec un condensateur de capacité C .
- L'intensité du courant passant de A vers B dans la branche comportant seulement une bobine est $i(t) = I_0 \cos(\omega t + \varphi)$. **Déterminer** I_0 et $\tan \varphi$.
 - Même question pour le courant $i(t) = I'_0 \cos(\omega t + \varphi')$ passant de A vers B dans la branche comportant une bobine et une capacité (on supposera $\frac{1}{C\omega} > L\omega$).

Exercice I.8. Conditions de résonance ★ ★

Le circuit ci-dessous est alimenté par une source de tension sinusoïdale de f.é.m $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$. On s'intéresse à la tension $u(t)$ aux bornes du résistor et de la capacité montés en parallèle.

On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $\xi = \frac{1}{2}R\sqrt{\frac{C}{L}}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$.

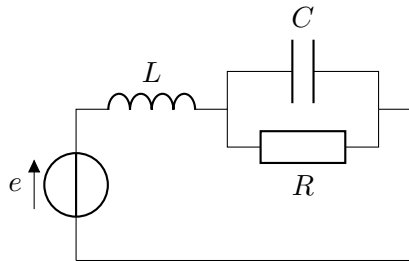


Figure 1.4 – Schéma du circuit électrique

1. **Établir** l'expression \underline{u} en fonction de E_0 , jx et ξ .
2. **Étudier** l'existence éventuelle d'une résonance pour la tension $u(t)$.

Exercice I.9. Impédance et déphasage ★ ★

Le générateur délivre une tension $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$.

Trouver la condition sur R_2 , L , C et ω pour que l'intensité $i(t)$ fournie par le générateur soit en phase avec la tension $e(t)$.

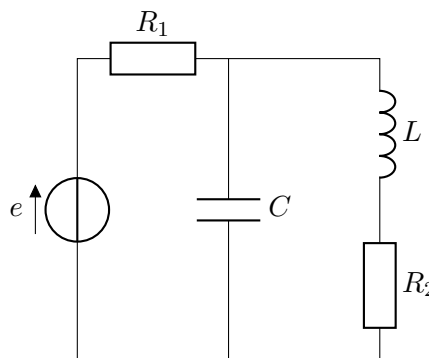


Figure 1.5 – Schéma du circuit électrique

Exercice I.10. Résonance d'un circuit RLC parallèle ★ ★ ★

On considère le circuit suivant, où $e(t)$ est une tension sinusoïdale de pulsation ω .

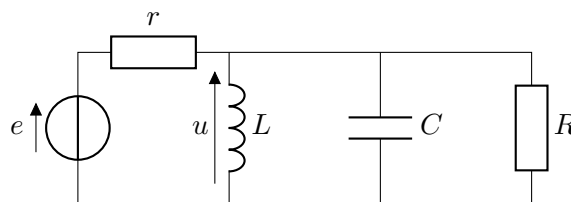


Figure 1.6 – Schéma du circuit électrique

1. **Donner** l'expression de \underline{u} , grandeur complexe associée à la tension $u(t)$.

2. **Établir** qu'il y a un phénomène de résonance pour la tension u et **exprimer** la pulsation à laquelle ce phénomène se produit.
3. **Décrire** le déphasage entre la tension u et la tension e à la résonance.
4. **Comparer** cette résonance avec la résonance en intensité d'un circuit RLC série.

Exercice I.11. Étude d'une résonance ★ ★ ★

Soit le circuit suivant, où $e(t)$ est une tension sinusoïdale de pulsation ω . On étudie l'intensité parcourant le générateur.

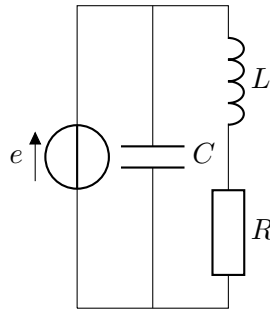


Figure 1.7 – Schéma du circuit électrique

1. **Exprimer** l'impédance complexe du circuit.
2. On pose $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$, $Q = \frac{L\omega_0}{R}$ et $x = \frac{\omega}{\omega_0}$. **Donner** l'expression de l'impédance en fonction de x , Q et R .
3. **Établir** l'existence d'un extremum du module de l'impédance pour certaines valeurs de Q qu'on précisera.
4. **Donner** l'expression de la pulsation correspondant à l'extremum.
5. En étudiant les limites du module de l'impédance, **en déduire** qu'il s'agit d'un maximum.
6. **Décrire** l'intensité du courant parcourant le générateur.
7. Dans le cas où le facteur de qualité Q est grand, **donner** les expressions approchées de la pulsation de résonance en impédance et de la valeur correspondante du maximum de $|\underline{Z}|$.

Exercice I.12. Adaptation d'impédance ★ ★ ★

Un dipôle électrocinétique linéaire passif est, en régime sinusoïdal permanent, caractérisé par son impédance complexe $\underline{Z} = R + jX$.

Le système étudié (réacteur à plasma) est modélisé par un circuit série $R_p C_p$. On veut diminuer au maximum la partie imaginaire (appelée partie réactive) de cette impédance \underline{Z}_p . Pour cela, on réalise le circuit de la figure ci-contre.

1. **Exprimer** l'admittance totale $\underline{Y} = \frac{1}{\underline{Z}}$ de la figure ci-dessus. **Déterminer** l'expression de C qui annule la partie réactive de \underline{Z}_p .
2. La condition précédente étant réalisée, **déterminer** l'expression de l'impédance \underline{Z} totale du dipôle, notée alors R_1 .

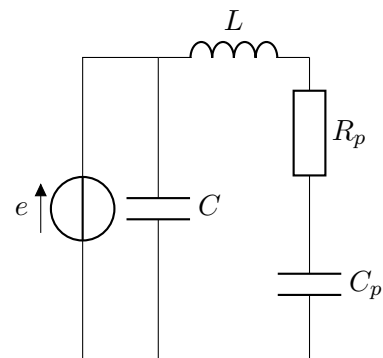


Figure 1.8 – Schéma du circuit électrique

Correction

Exercice I.1. Conditions de résonance ★ ★

- 1.
- 2.

Exercice I.2. Impédance et déphasage ★ ★**Exercice I.3. Résonance d'un circuit RLC parallèle ★ ★ ★**

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.

Exercice I.4. Étude d'une résonance ★ ★ ★

- 1.
- 2.
- 3.
- 4.
- 5.
- 6.
- 7.

Exercice I.5. Adaptation d'impédance ★ ★ ★

- 1.
- 2.