Leçon 3 - filtrage d'un signal périodique

Comment traiter un signal audio ?

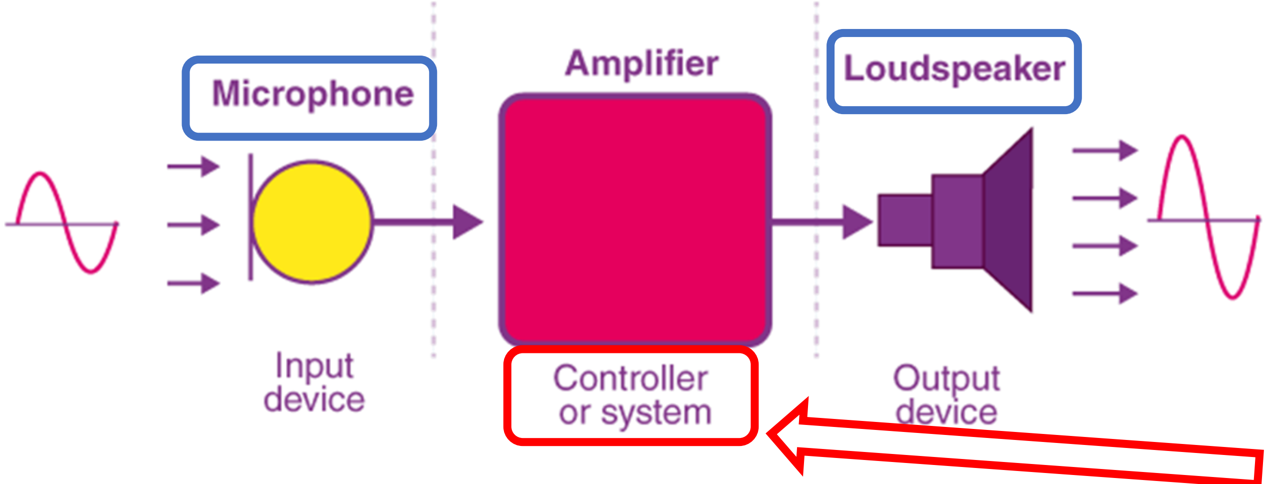
Introduction

Question rappel : qu'est ce qu'un signal audio ?

Un signal audio est la variation d'une grandeur physique (pression de l'air, vitesse des particules d'air, densité de l'air) due au passage d'une onde acoustique.

Question : comment peut-on manipuler des signaux audios ?

Il est plus facile de manipuler des signaux électrique, il faut donc utiliser un **transducteur** pour transformer des signaux audios en signaux électriques (tension ou intensité).



Manipulation du signal électrique par un **circuit électronique linéaire aussi appelé filtre**.

Exemple d'une chaîne d'amplification de son

Début de solution : on utilise un transducteur pour transformer un signal acoustique en signal électronique que l'on peut manipuler à l'aide de circuit électronique linéaire ou **filtre**.

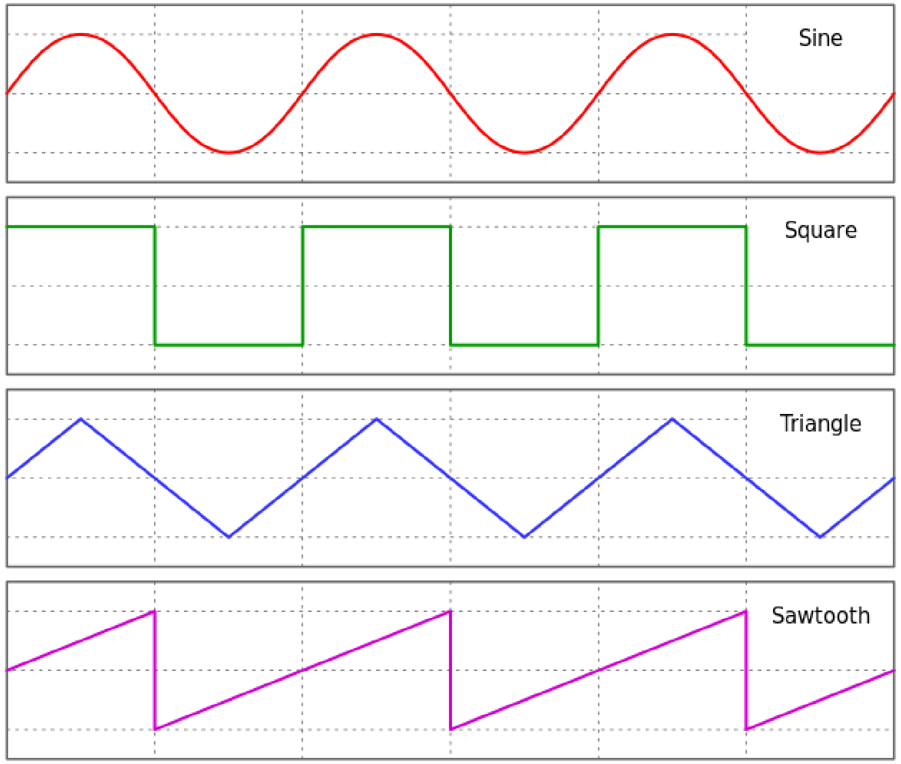
Introduction

Dans le cadre du chapitre on se restreint aux **signaux périodiques**.

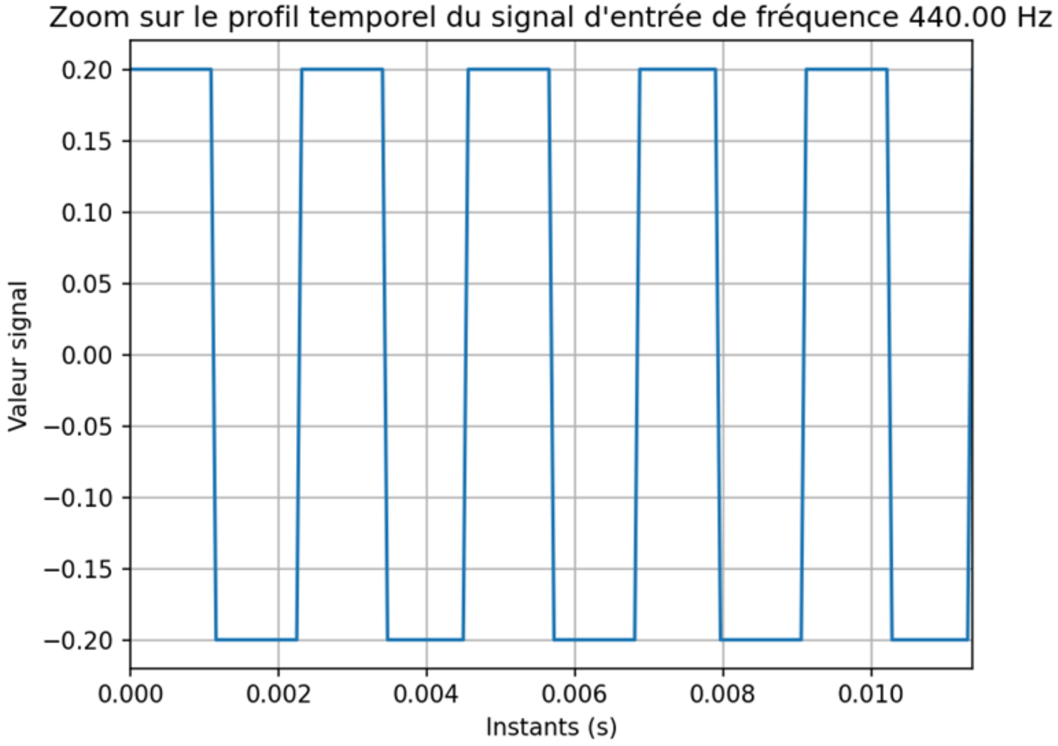
Question rappel : comment définir un signal périodique ?

Un signal périodique est un signal qui si on le mesure à un instant t sera égal à lui-même à un instant $t + T$ avec T la période du signal :

$$S(t) = S(t + T).$$



Exemples de signaux périodiques



Signal audio périodique choisi

1. Comment généraliser la manipulation des signaux sinusoïdaux aux signaux périodiques quelconques ?

Tout signal périodique peut-être décomposé en une somme d'un signal constant et de signaux sinusoïdaux. Cette décomposition est appelée **décomposition de Fourier**.

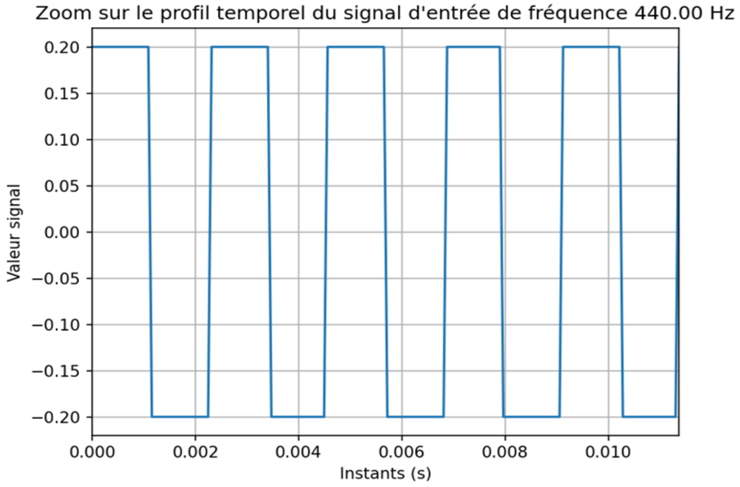
$$\boxed{e(t) = E_0 + \sum_{p=1}^{\infty} E_p \cos(p \times \omega t + \varphi_p)}$$

- E_0 est **le signal continu** de fréquence nulle.
- Le **fondamental** est le signal d'amplitude E_1, de phase à l'origine φ_1 et de pulsation ω, cette pulsation est la pulsation fondamentale liée à la période du signal $T = 2\pi/\omega$.
- Les signaux d'amplitude E_p avec $p > 1$, de phase à l'origine φ_p et de pulsation ω_p sont appelés les **harmoniques de rang p.**

Joseph Fourier 1768-1830

Exemple : décomposition du signal créneau précédent

$$e(t) = 0 + \sum_{p=1}^{\infty} 0{,}2\,\frac{1 + (-1)^{p+1}}{p\pi} \sin(p \times \omega t)$$



Le travail fait sur les signaux sinusoïdaux se généralise donc à tout signal périodique :
on étudie l'effet du filtre sur toutes les composantes, le signal constant de pulsation nulle, le fondamental de pulsation ω et les harmoniques de pulsation $p\omega$.

Application 1

Moyenne temporelle d'un signal périodique

$$\langle e(t)\rangle = \frac{1}{T}\int_0^T e(t)dt$$

Application pour le signal suivant

$$e(t) = E_0 + \sum_{p=1}^{\infty} E_p \cos\left(p \times \omega t + \varphi_p\right)$$

$$\langle e(t)\rangle = E_0$$

La moyenne du signal correspond à la valeur de la composante continue du signal !

Valeur efficace d'un signal périodique

$$S_{eff} = \sqrt{\langle e^2(t)\rangle} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T e^2(t)dt}$$

Application pour le signal suivant

$$e(t) = E\sin(\omega t + \varphi)$$

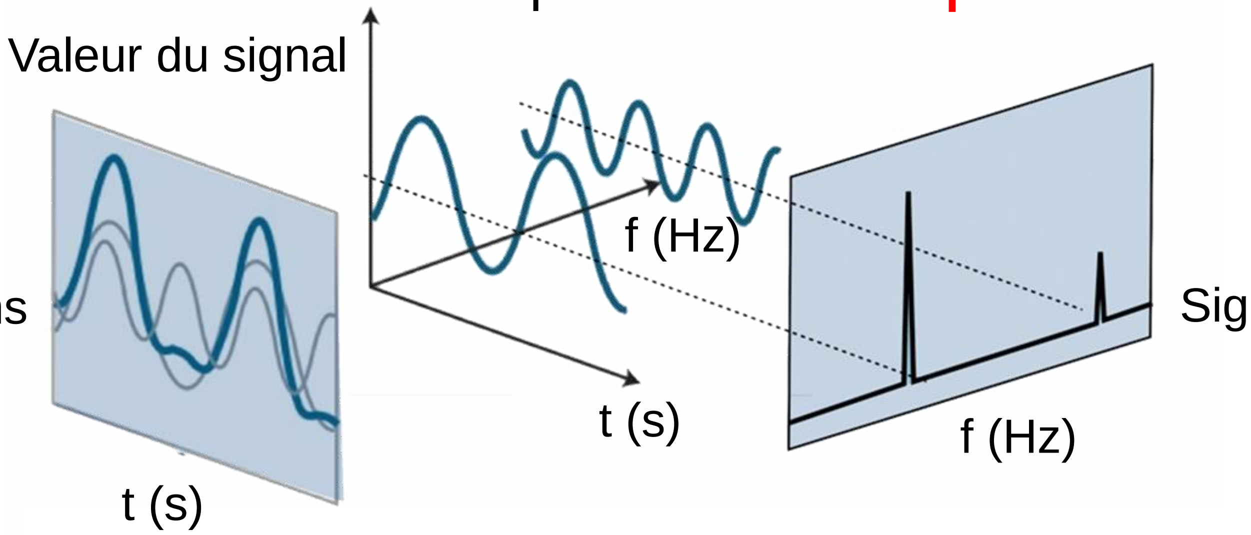
$$S_{eff} = \frac{E}{\sqrt{2}}$$

Résultat caractéristique d'un signal sinusoïdal pas d'un signal périodique quelconque !

1. Comment généraliser la manipulation des signaux sinusoïdaux aux signaux périodiques quelconques ?

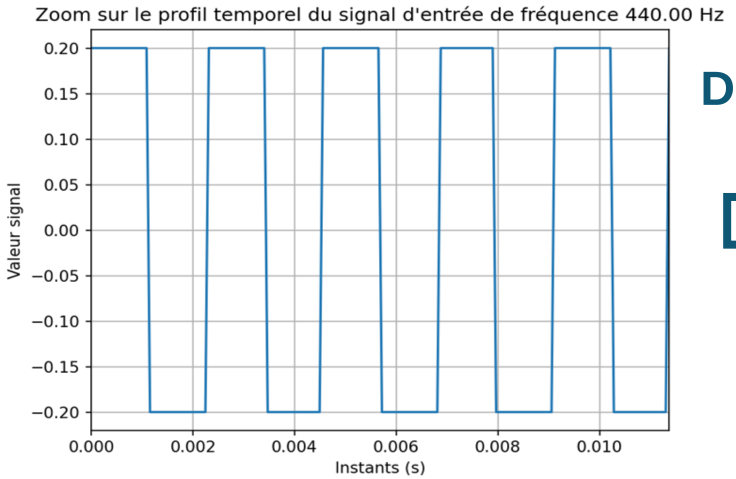
Grâce à la **décomposition de Fourier** on peut tracer **le spectre** d'un signal périodique.

Signal décomposé dans le domaine temporel

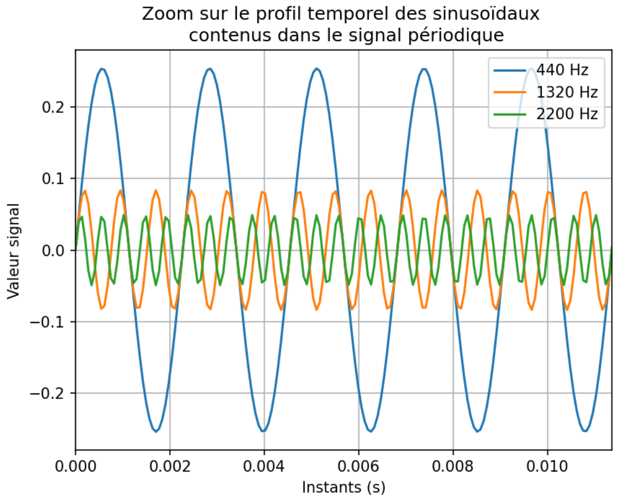


Signal dans le domaine fréquentiel

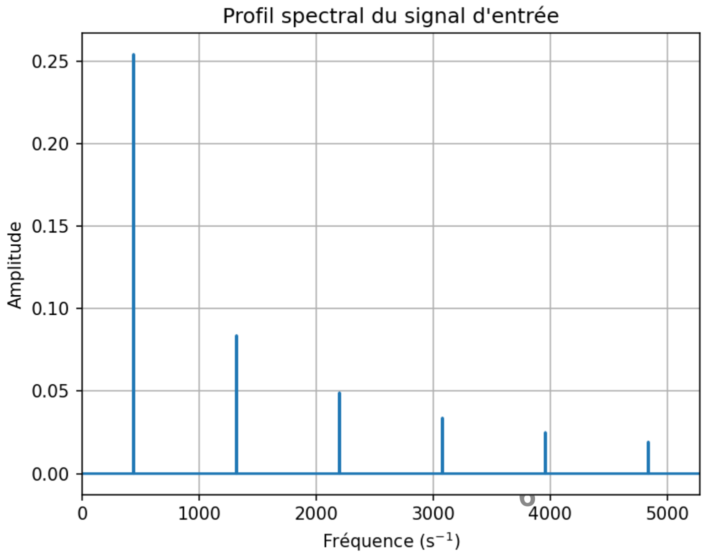
Exemple : spectre du signal d'entrée précédent



Décomposition de Fourier



=



2. Comment déterminer le signal en sortie d'un filtre ?

On utilise les caractéristiques du signal d'entrée, et du filtre, soit, pour ce dernier sa fonction de transfert

On a vu pour les signaux sinusoïdaux que

$$\underline{s(t)} = \underline{H(\omega)} \times \underline{e(t)}$$

En généralisant pour les signaux périodiques et en passant des signaux complexes aux signaux réels en utilisant la décomposition de Fourier :

$$\boldsymbol{e(t)} = E_0 + \sum_{p=1}^{\infty} E_p \cos\left(p \times \omega t + \varphi_p\right)$$

Filtrage

$$\boldsymbol{s(t)} = \boldsymbol{G(0)} E_0 + \sum_{p=1}^{\infty} \boldsymbol{G(p \times \omega)} E_p \cos\left(p \times \omega t + \varphi_p + \boldsymbol{\varphi(p \times \omega)}\right)$$

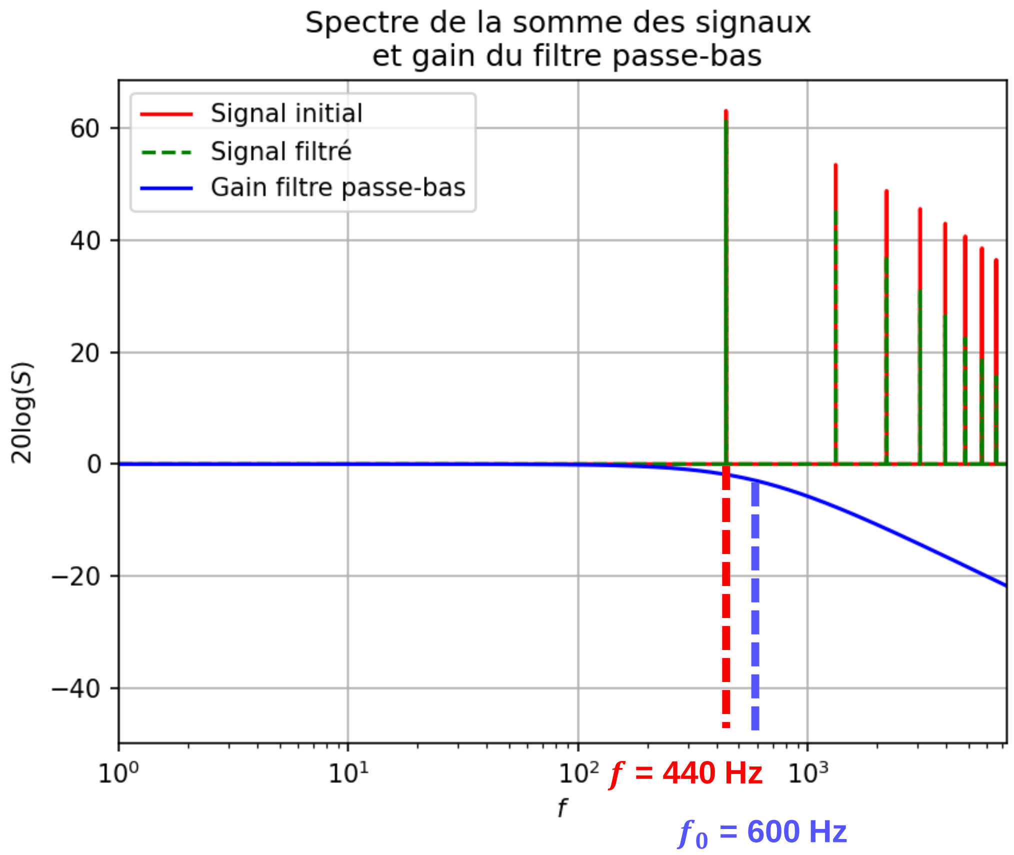
Application 2 : démontrer la relation précédente

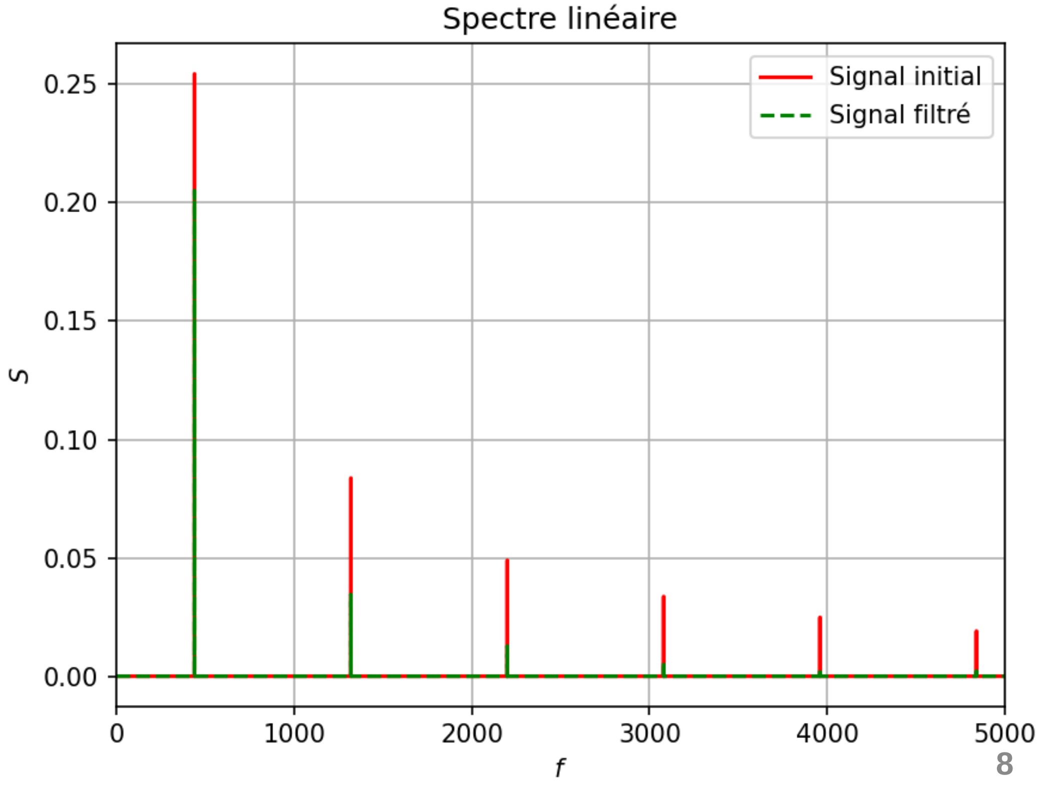
2. Comment déterminer le signal en sortie d'un filtre ?

On utilise les caractéristiques du filtre

Et si on utilise l'outil qu'est le **diagramme de Bode pour le gain en décibel**, on peut voir rapidement les fréquences et donc les composantes du signal les plus impactées par le filtre. réels :

Exemple : spectre du signal d'entrée précédent



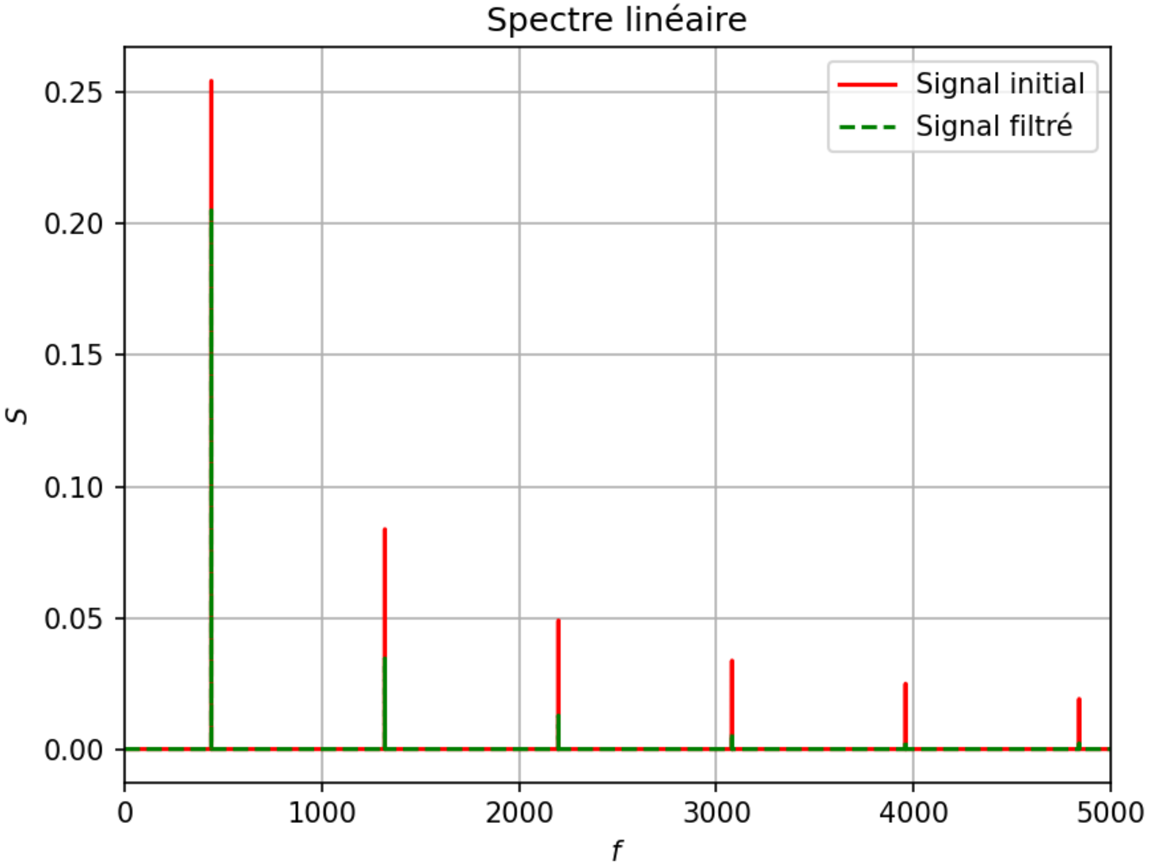


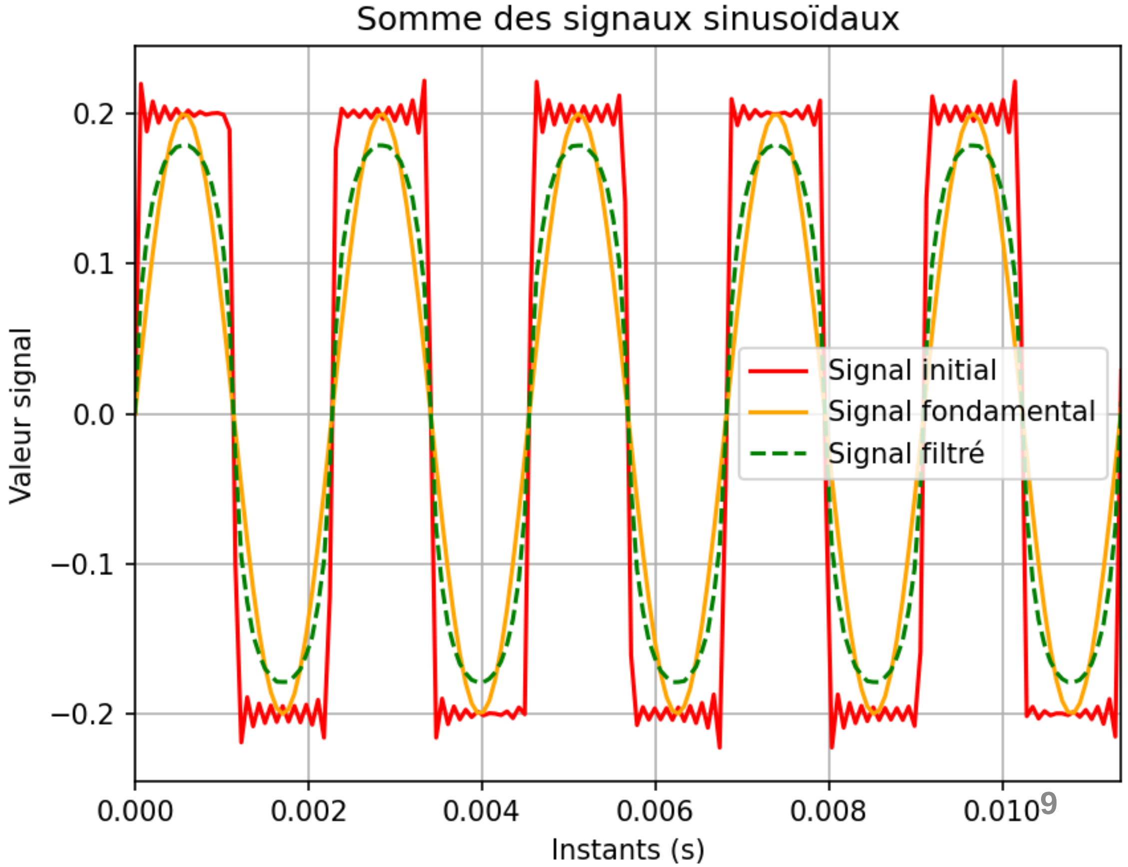
Comment traiter un signal audio ?

Solution

En transformant un signal acoustique en signal électrique, puis en l'exploitant comme signal d'entrée d'un filtre on peut obtenir un signal de sortie différent. Ce signal de sortie peut alors être transformé en signal acoustique.

Exemple : spectre du signal d'entrée précédent

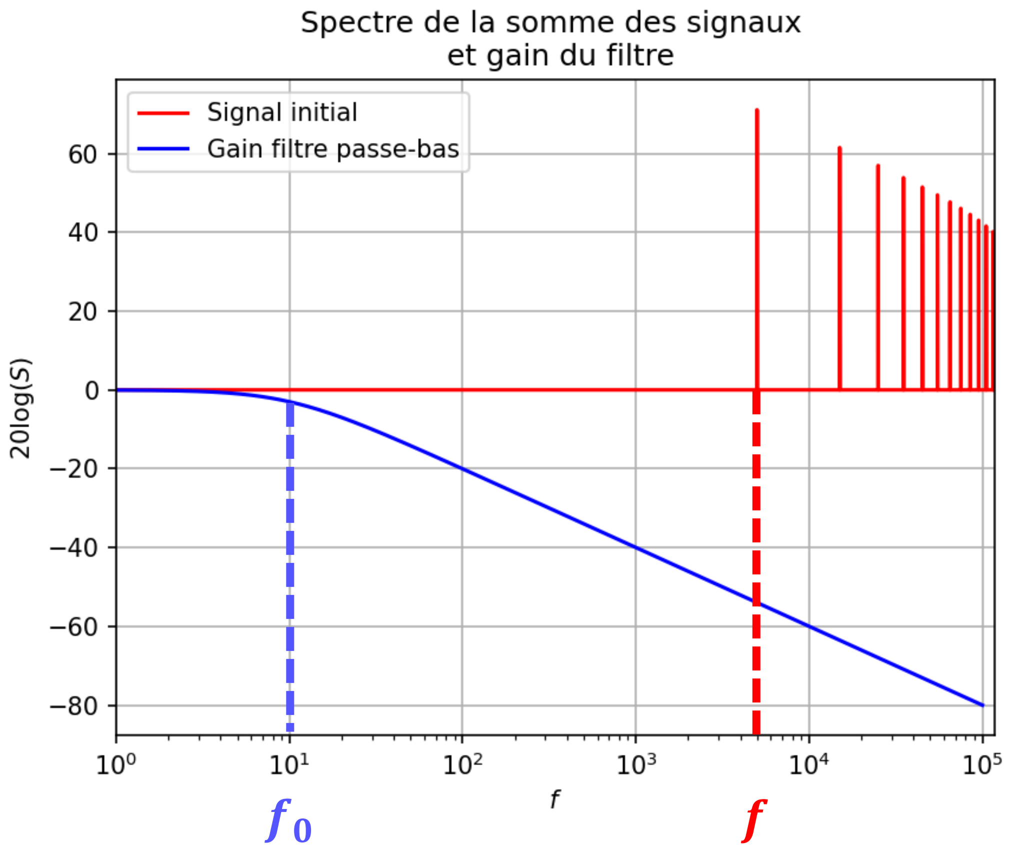


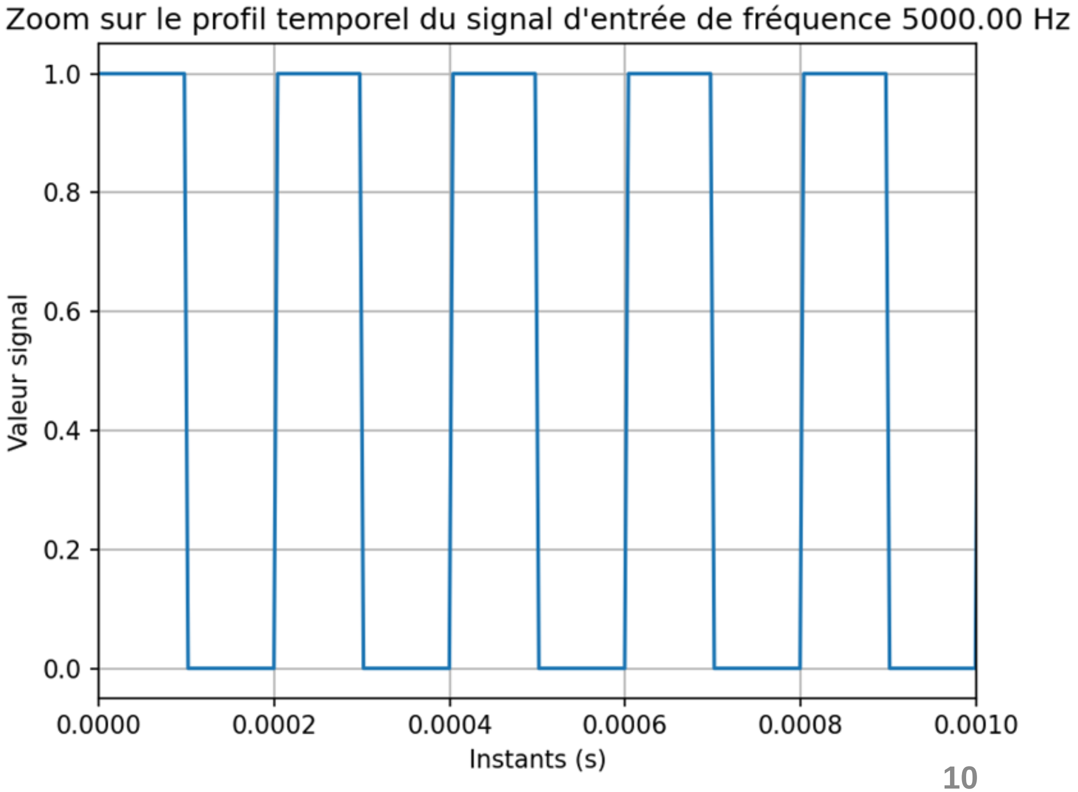


Application 3

Quel effet à un filtre passe-bas sur le signal suivant

Pulsation propre du filtre très inférieur à la pulsation fondamentale : $\omega_0 \ll \omega$





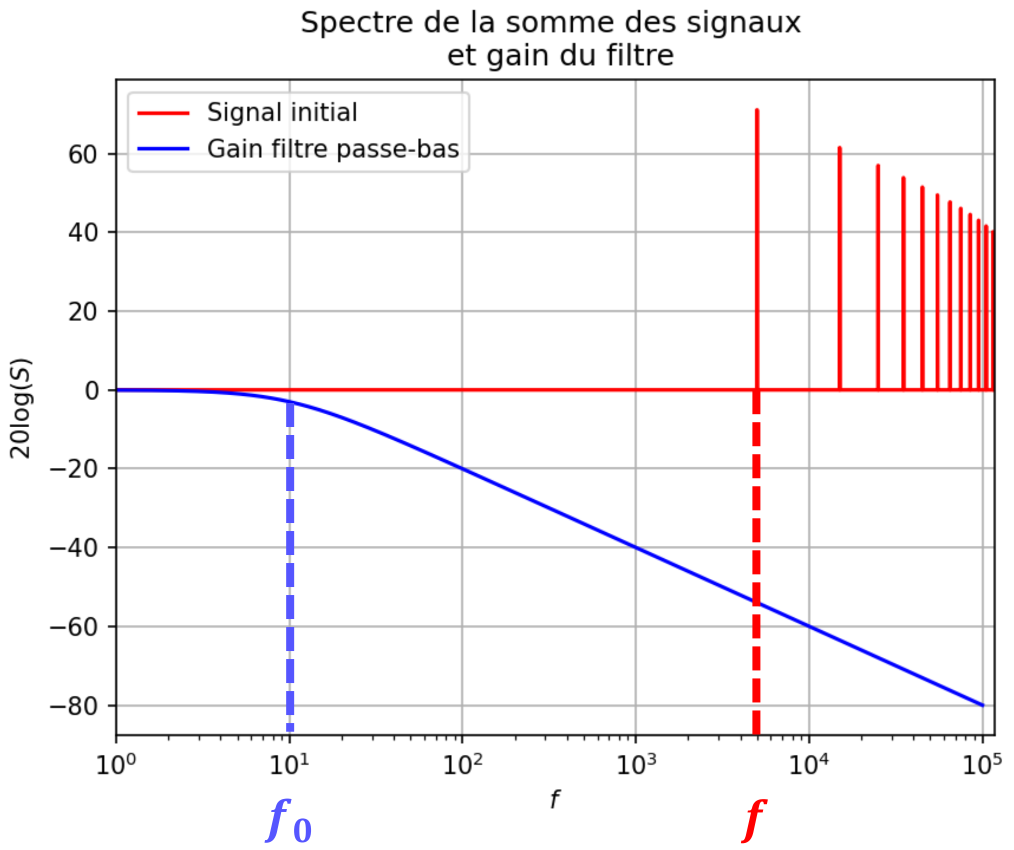
Application 3

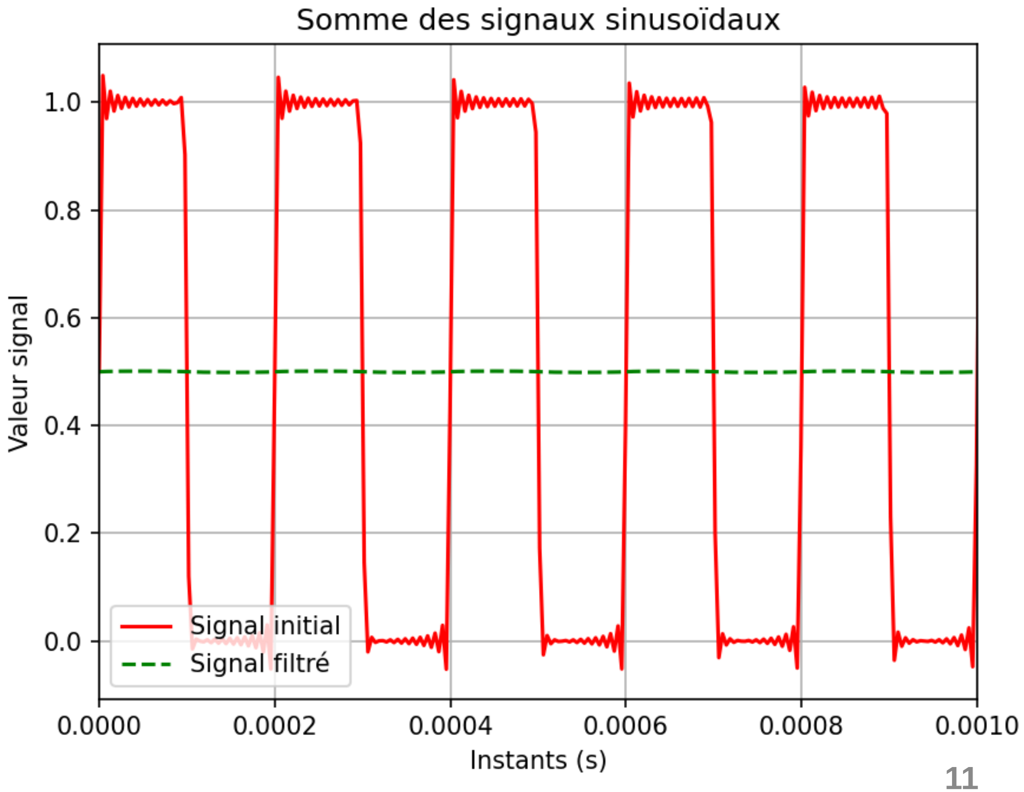
Quel effet à un filtre passe-bas sur le signal suivant

Pulsation propre du filtre très inférieur à la pulsation fondamentale : $\omega_0 \ll \omega$

Seule le signal continu de pulsation nulle survit au filtrage passe-bas, les autres composantes ont des fréquences trop hautes.

Dans ce cas le filtre passe-bas est utilisé comme un moyenneur.

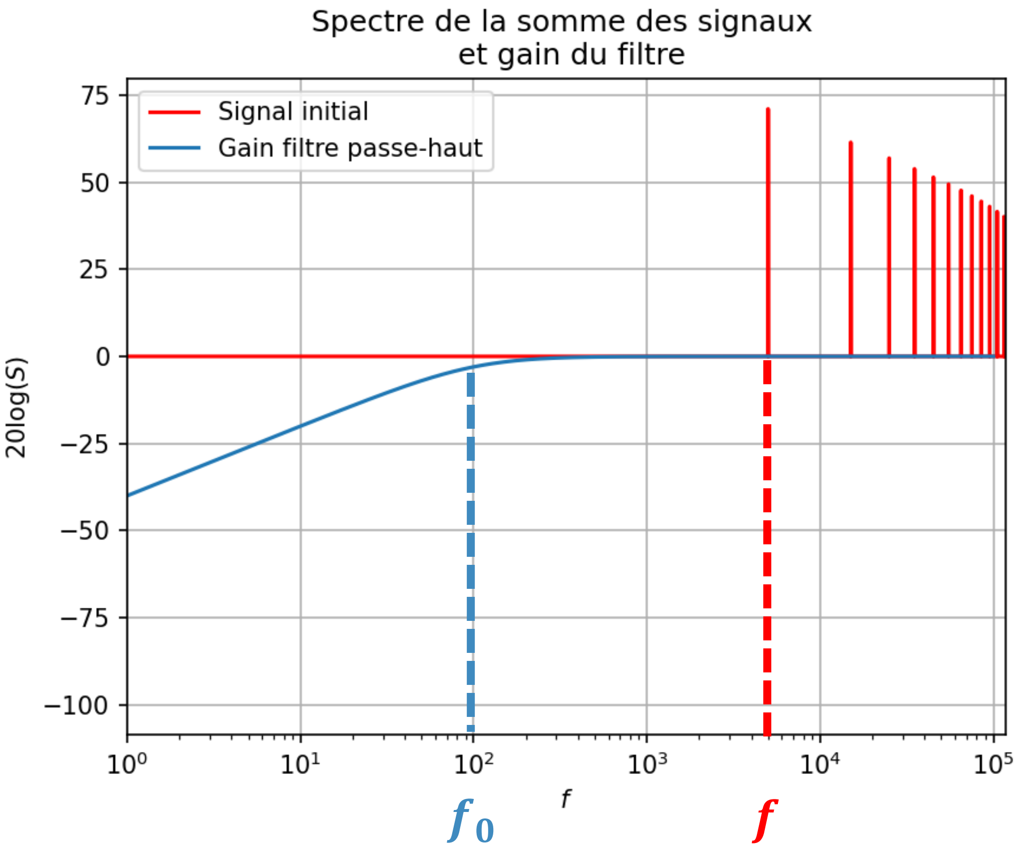


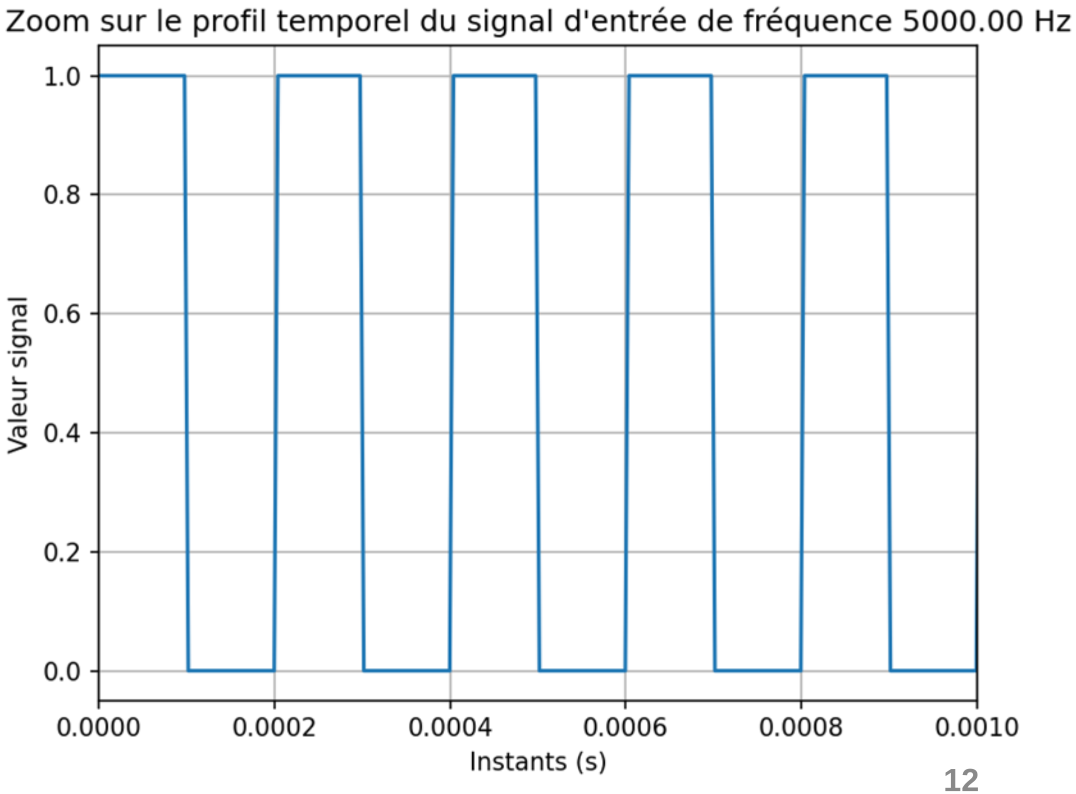


Application 3

Quel effet à un filtre passe-haut sur le signal suivant

Pulsation propre du filtre inférieur à la pulsation fondamentale : $\omega_0 < \omega$



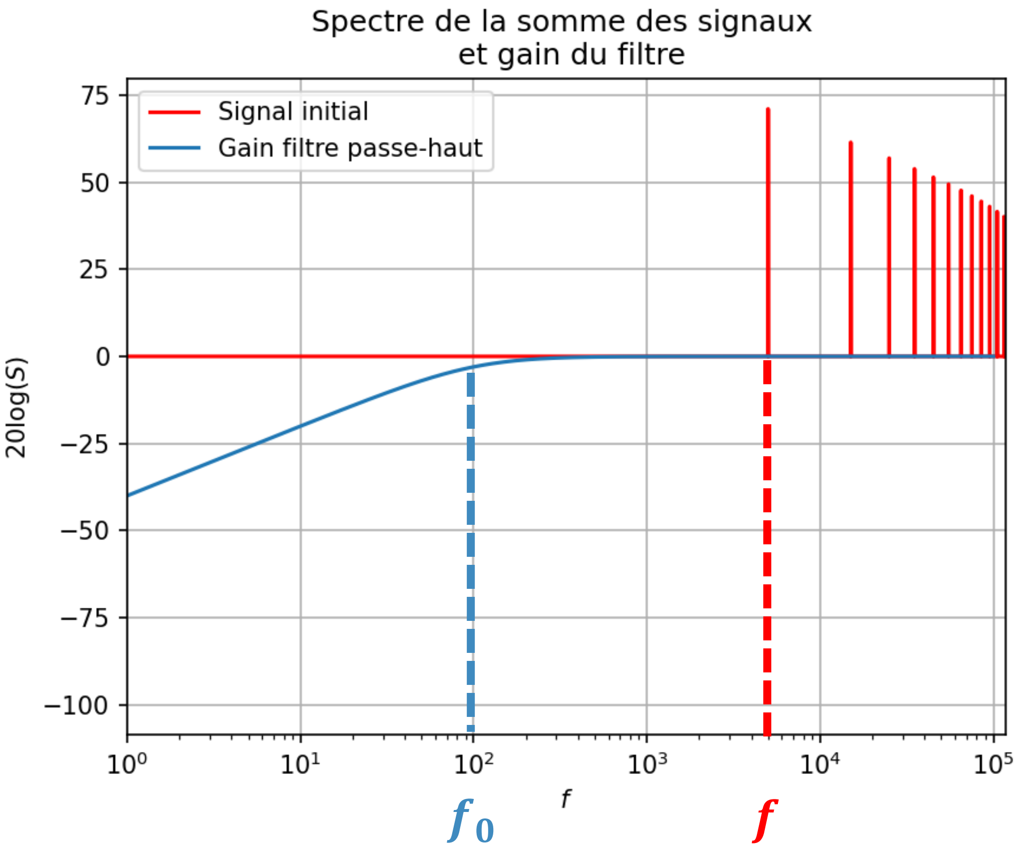


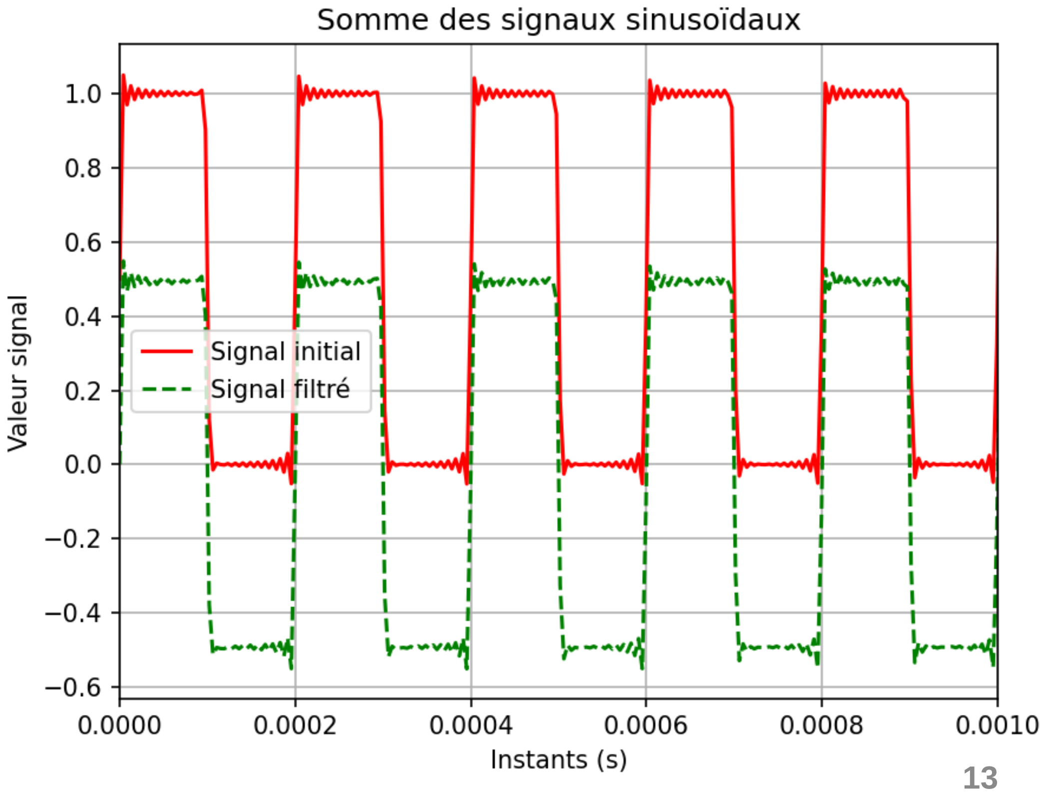
Application 3

Quel effet à un filtre passe-haut sur le signal suivant

Pulsation propre du filtre inférieur à la pulsation fondamentale : $\omega_0 < \omega$

Le signal continu de pulsation nulle ne survit au filtrage passe-haut qui ne laisse passer que les composantes de fréquences supérieurs à sa fréquence propre
Dans ce cas le filtre passe-haut élimine la composante continue.

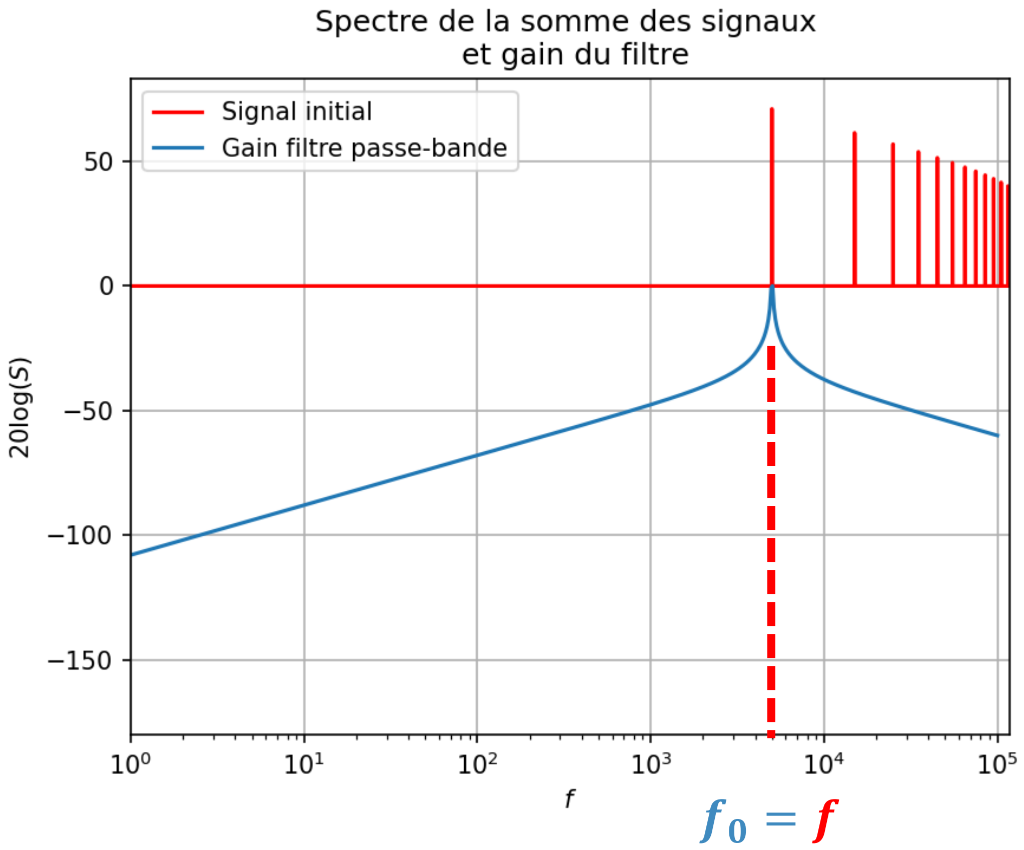


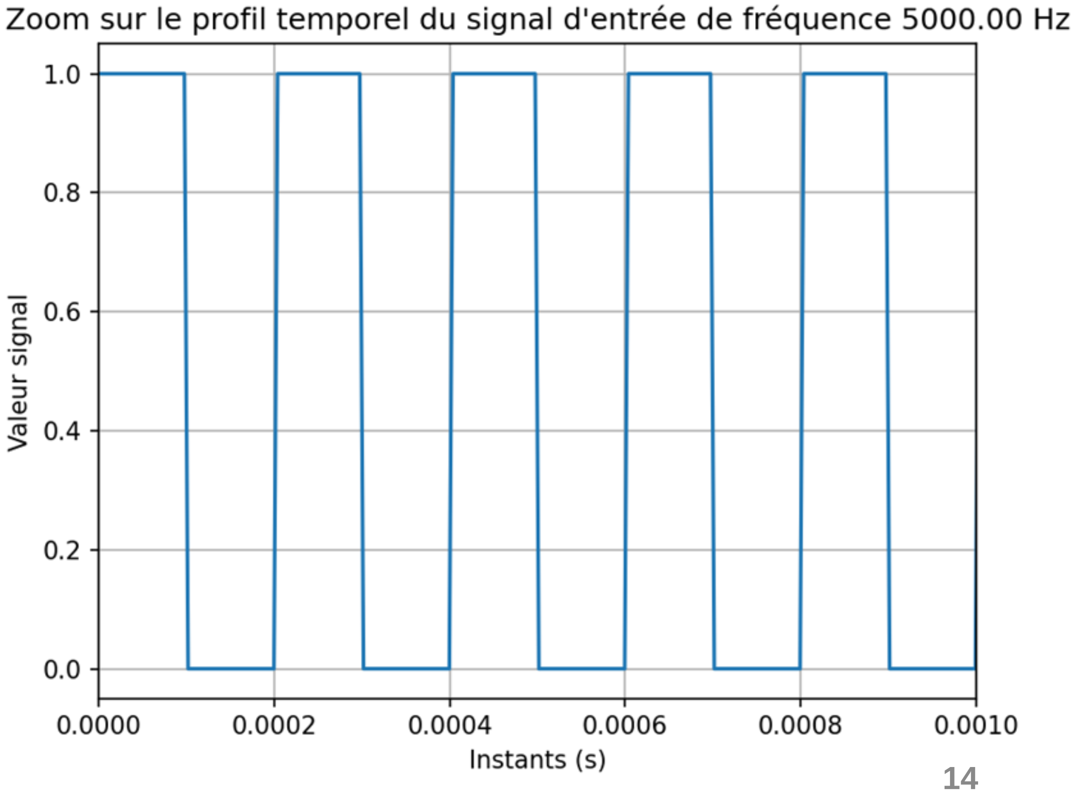


Application 3

Quel effet à un filtre passe-bande sur le signal suivant

Pulsation propre du filtre égale à la pulsation fondamentale : $\omega_0 = \omega$



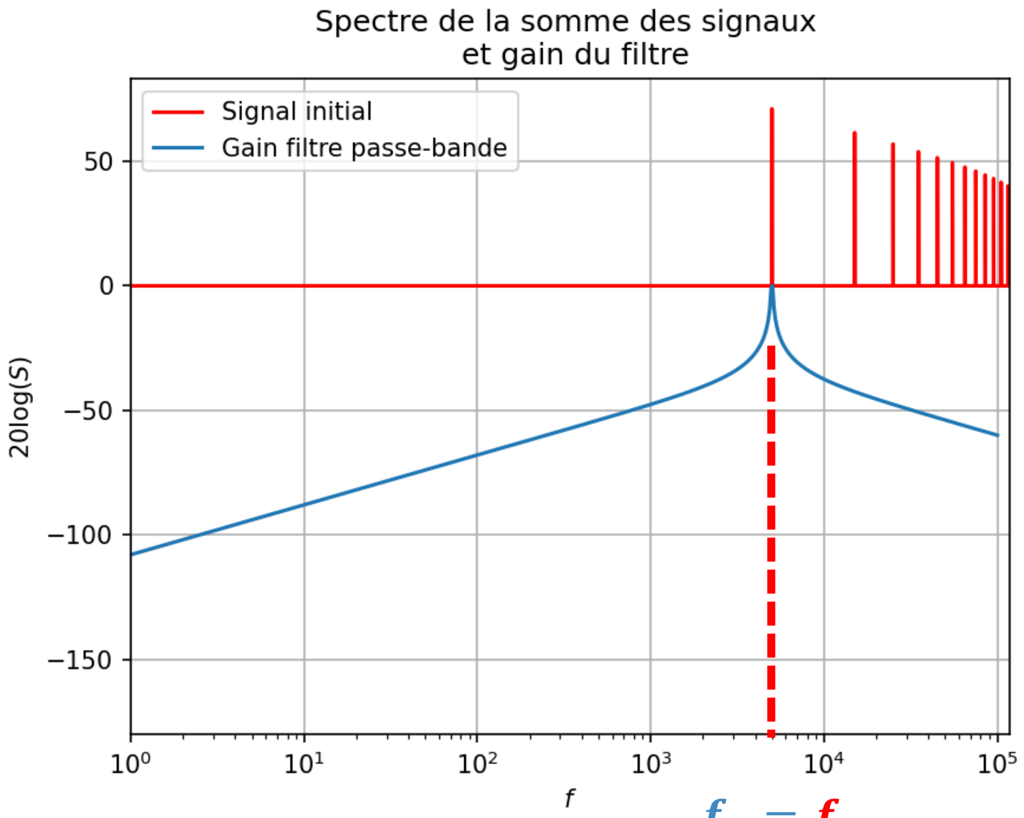


Application 3

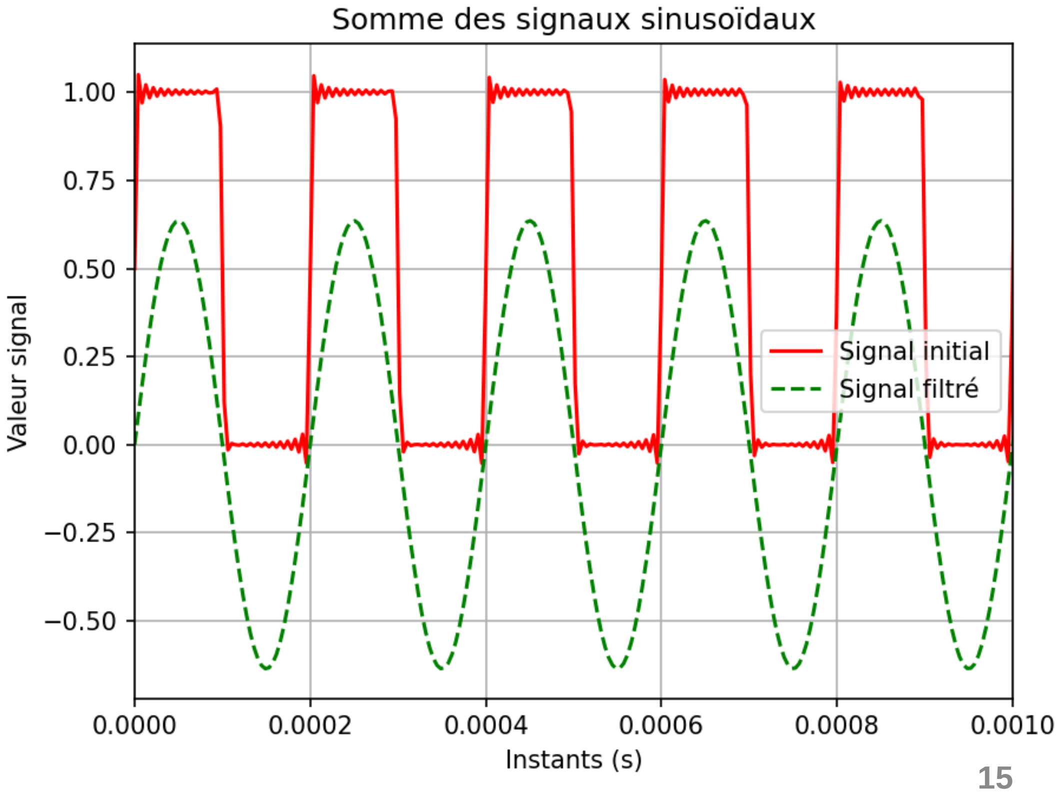
Quel effet à un filtre passe-bande sur le signal suivant

Pulsation propre du filtre égale à la pulsation fondamentale : $\omega_0 = \omega$

Le filtre passe-bande sélectionne une seule composante celle qui à la même fréquence que sa fréquence propre. **Dans ce cas le filtre passe-bande est utilisé comme un analyseur de spectre si on peut faire sa fréquence propre.**



$f_0 = f$



Comment traiter un signal audio ?

Début de solution : on utilise un transducteur pour transformer un signal acoustique en signal électronique que l'on peut manipuler à l'aide de circuit électronique linéaire ou **filtre**.

1. Comment généraliser la manipulation des signaux sinusoïdaux aux signaux périodiques quelconques ?

Application : calculer la moyenne et la valeur efficace d'un signal périodique.

2. Comment déterminer le signal en sortie d'un filtre ?

Application : exprimer le signal de sortie d'un filtre à partir de sa fonction de transfert et du signal d'entrée périodique.

Application : déterminer les effets des filtres passe-bas, passe-haut et passe-bandes sur des signaux périodiques.

Solution :

Comment traiter un signal audio ?

Début de solution : on utilise un transducteur pour transformer un signal acoustique en signal électronique que l'on peut manipuler à l'aide de circuit électronique linéaire ou **filtre**.

1. Comment généraliser la manipulation des signaux sinusoïdaux aux signaux périodiques quelconques ?

   Grâce à la décomposition de Fourier, on constate que tout signal périodique est la somme d'un signal continu et de signaux sinusoïdaux : le fondamental de même pulsation que le signal périodique et les harmoniques dont les pulsations sont des multiples entiers de celle du fondamental.

Application : calculer la moyenne et la valeur efficace d'un signal périodique.

2. Comment déterminer le signal en sortie d'un filtre ?

   On utilise la fonction de transfert du filtre. Elle contient la valeur du gain linéaire, de la phase et du gain en décibel pour toutes les pulsations du signal périodiques. À partir de la fonction de gain en décibel du diagramme de Bode et du spectre du signal d'entrée, on détermine facilement le spectre du signal de sortie.

Application : exprimer le signal de sortie d'un filtre à partir de sa fonction de transfert et du signal d'entrée périodique.

Application : déterminer les effets des filtres passe-bas, passe-haut et passe-bandes sur des signaux périodiques.

Solution : en transformant un signal acoustique en signal électrique, puis en l'exploitant comme signal d'entrée d'un filtre on peut obtenir un signal de sortie différent. Ce signal de sortie peut alors être transformé en signal acoustique.