TD II. Filtres

Exercice II.1. Gain et déphasage ★

Un filtre présente un gain de -3,8 dB. **Déterminer** le facteur multiplicatif entre les tensions d'entrée et de sortie.

Pour une tension d'entrée $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, un filtre présente une sortie $s(t) = 12,3 \times E_0 \cos(\omega t - \frac{\pi}{4})$. **Déterminer** le gain en dB du filtre, ainsi que le déphasage.

Exercice II.2. Identification ★

Établir l'expression de la fonction de transfert du filtre dont on présent ci-dessous le digramme de Bode en amplitude.

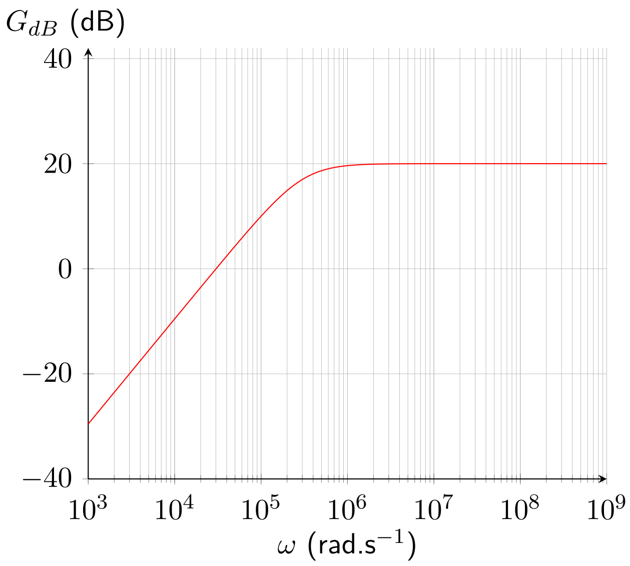

Figure 1 – Diagramme de Bode

Exercice II.3. Valeur efficace ★

Calculer la valeur efficace E_{eff} de la tension $e(t)$ ci-desssous.

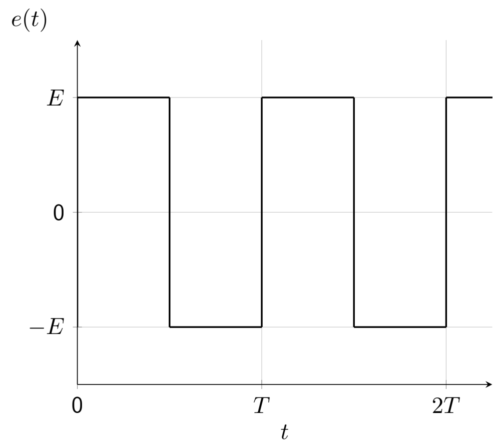

Figure 2 – Tension $e(t)$.

Exercice II.4. Simplification d'une fonction de transfert ★ ★

On considère le filtre de la fonction de transfert suivante

$$\underline{H}(\omega) = \frac{4j\omega}{1+2.10^{-3}j\omega}.$$

1. **Déterminer** la nature du filtre.
2. **Déterminer** la pulsation caractéristique du filtre ω_0 et la constante de temps du filtre $\tau = \frac{1}{\omega_0}$.
3. **Tracer** l'allure du diagramme de Bode.
4. **Déterminer** si le filtre est intégrateur ou dérivateur sur une certaine gamme de pulsations.
5. **Déterminer** la tension de sortie $s(t)$ pour une tension d'entrée $e(t) = E_0 =$ cst.
6. **Déterminer** la tension de sortie $s(t)$ pour une tension d'entrée $e(t) = E_0 \cos(\omega t)$, avec $E_0 = 2{,}5$ V et $\omega = 1{,}0$ rad.s^{-1}.

Exercice II.5. Élimination du bruit haute fréquence ★ ★

Un signal $e(t)$ est la somme d'un signal utile $e_u(t)$ de fréquence $f_u \approx 100$ Hz et d'un bruit $e_b(t)$ de fréquence $f_b \approx 10$ kHz et de valeur moyenne nulle. On utlise un filtre pour éliminer le bruit.

1. **Déterminer** la fonction de transfert adaptée

$$\underline{H}_1(\omega) = \frac{1}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}} \qquad \text{ou} \qquad \underline{H}_2(\omega) = \frac{1\frac{\omega}{\omega_0}}{1+j\frac{\omega}{\omega_0}}.$$

2. **Déterminer** la valeur de la pulsation ω_0 adaptée $\omega_0 = 628$ rad.s^{-1} ou $\omega_0 = 1.10^4$ rad.s^{-1}.

Exercice II.6. Couplage AC ou DC de l'entrée d'un oscilloscope ★ ★

La figure ci-contre montre un signal créneau de période $T = 4{,}0{,}10^{-2}$ s tel qu'on le visualise en utilisant le couplage DC (courbe en noir) ou le couplage AC (courbe en gris) d'un oscilloscope. Le calibre vertical est 1V/division dans les deux cas.

Lorsque le couplage AC est choisi, le signal passe à travers un filtre du premier ordre.

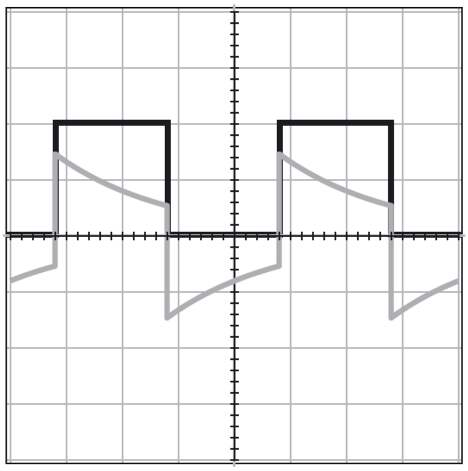

Figure 3 – Signaux.

1. **Déterminer** s'il s'agit d'un filtre passe-bas ou d'un filtre passe-haut. **Déterminer** pourquoi ce type de filtre correspond à la fonction de couplage AC (*alternative current*).
2. **Déterminer** la limite du gain du filtre quand la fréquence tend vers l'infini.
3. Une analyse spectrale montre que l'amplitude du fondamental est égale à 2,5 V pour le signal non filtré et 2,4 V pour le signal filtré. **En déduire** la fréquence de coupure du filtre $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$.

Exercice II.7. Filtre passe-bande ★ ★

Le diagramme de Bode du filtre étudié est tracé ci-dessous. Les coordonnées du maximum de l'amplitude sont $1,41.10^3$ rad.s^{-1} pour 33,8 dB. Les asymptotes sont en gris.

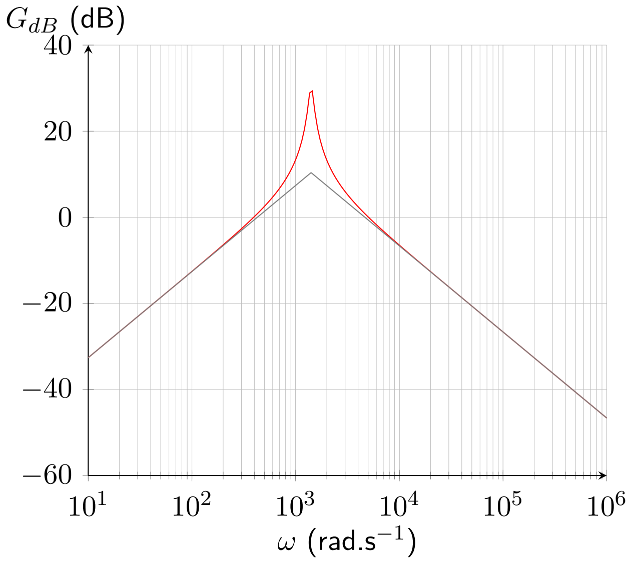

Figure 4 – Fonction de gain en dB du diagramme de Bode

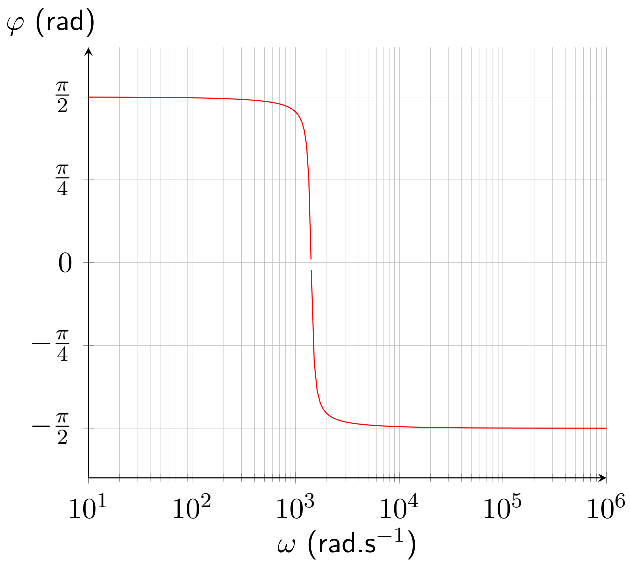

Figure 5 – Fonction de phase du diagramme de Bode.

1. **Déterminer** le type et l'ordre du filtre dont il s'agit.
2. **Déterminer** si le filtre peut être utilisé en intégrateur et/ou en dérivateur.
3. **Déterminer** si le signal de sortie peut présenter une valeur moyenne non nulle.
4. La tension d'entrée est $e(t) = 2E_0 + E_0 \cos(\omega_1 t) - \frac{E_0}{2} \sin(\omega_2 t)$, où $\omega_1 = 1,41.10^3$ rad.s^{-1} et $\omega_2 = 5,0.10^4$ rad.s^{-1}. **Établir** l'expression de la tension de sortie et **conclure**.

Exercice II.8. Déphaseur ★ ★ ★

On considère le circuit suivant.

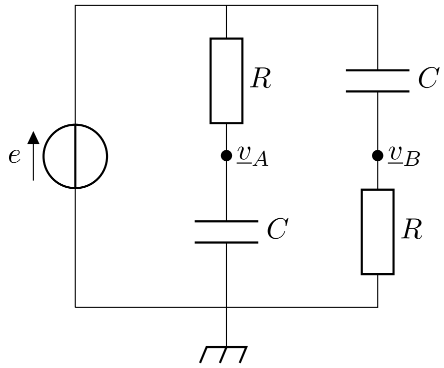

Figure 6 – Schéma du circuit électrique

1. En se plaçant en régime sinusoïdal de pulsation ω, **exprimer** les potentiels $\underline{v}_A$ et $\underline{v}_B$ en fonction de $\underline{e}$, ω, R et C.
2. Le signal de sortie du montage est la tension $s(t) = v_A - v_B$. **Déterminer** la fonction de transfert de ce montage.
3. **Calculer** le gain et justifier le nom de déphaseur donné à ce montage.
4. **Déterminer** le déphasage entre $s(t)$ et $e(t)$ dans les trois cas suivants : $RC\omega \ll 1$, $RC\omega = 1$ et $RC\omega \gg 1$.

Exercice II.9. Diagrammes de Bode asymptotiques ★ ★ ★

1. On considère le circuit ci-dessous réalisé avec $R_1 = 1{,}0.10^5$ Ω, $R_2 = 1{,}0$ kΩ et $C = 1{,}0$ µF.
   Montrer que la fonction de transfert de ce filtre se met sous la forme
   $$\underline{H}(\omega) = \frac{1 + j\omega\tau}{1 + j\omega\tau'}.$$
   Exprimer τ et τ' en fonction de R_1, R_2 et C et **faire l'application numérique.**

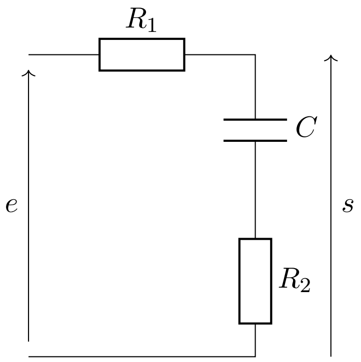

Figure 7 – Schéma du circuit électrique

2. **Déterminer** les pentes des asymptotes à la courbe de gain du diagramme de Bode. **Déterminer** parmi les diagrammes asymptotiques en fin d'exercice celui qui correspond à ce filtre. **Déterminer** si le filtre présente un comportement intégrateur ou dérivateur.
3. On considère le circuit ci-dessous.
   Montrer que la fonction de transfert de ce filtre se met sous la forme
   $$\underline{H}(\omega) = a\frac{1 + j\frac{\omega}{\omega_1}}{1 + j\frac{\omega}{\omega_2}}.$$

Exprimer a, ω_1 et ω_2 en fonction de R_1, R_2 et C et **faire l'application numérique.**

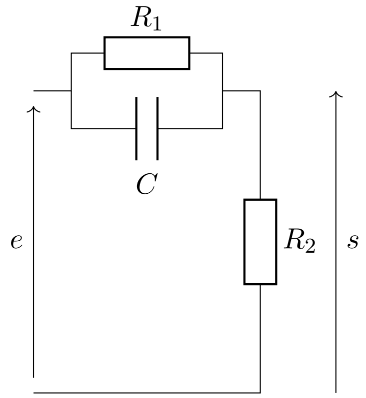

Figure 8 – Schéma du circuit électrique

4. **Déterminer** parmi les diagrammes asymptotiques ci-dessous celui qui correspond à ce dernier filtre. On donne $\omega_1 = 10$ rad.s^{-1}. **Calculer** ω_2.

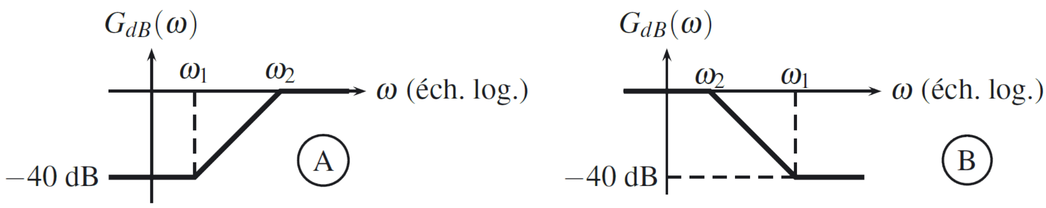

Figure 9 – Diagrammes asymptotiques.

Exercice II.10. Moyenneur ★ ★ ★

On souhaite réaliser un moyenneur pour un signal de fréquence $f_e = 300$ Hz. On envisage deux filtres passe-bas de même pulsation de coupure $\omega_0 = 628$ rad.s^{-1} et de fonctions de transfert

$$\underline{H}_1(\omega) = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_0}} \qquad \text{et} \qquad \underline{H}_2(\omega) = \frac{1}{1 + j\sqrt{2}\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega^2}{\omega_0^2}}.$$

1. **Calculer** les valeurs maximales des gains et les valeurs des gains pour $\omega = \omega_0$ de chacun des filtres.
2. Le signal d'entrée est $e(t) = E_0\,(1 + \cos(2\pi f_e t))$ avec $E_0 = 2$ V. **Exprimer** le signal de sortie pour les deux filtres. **Déterminer** le meilleur moyenneur.

Exercice II.11. Filtrage ★ ★ ★

Les figures ci-après représentent le signal de sortie $s(t)$ (représenté en gris) pour un signal d'entrée $e(t)$ carré symétrique de période T valant alternativement 0 et E (représenté en noir) et différents filtres d'ordre deux.

Identifier la nature (passe-bas, passe-haut ou passe-bande) de chacun de ces filtres. **Comparer** la période **T** et le temps de réponse des filtres.

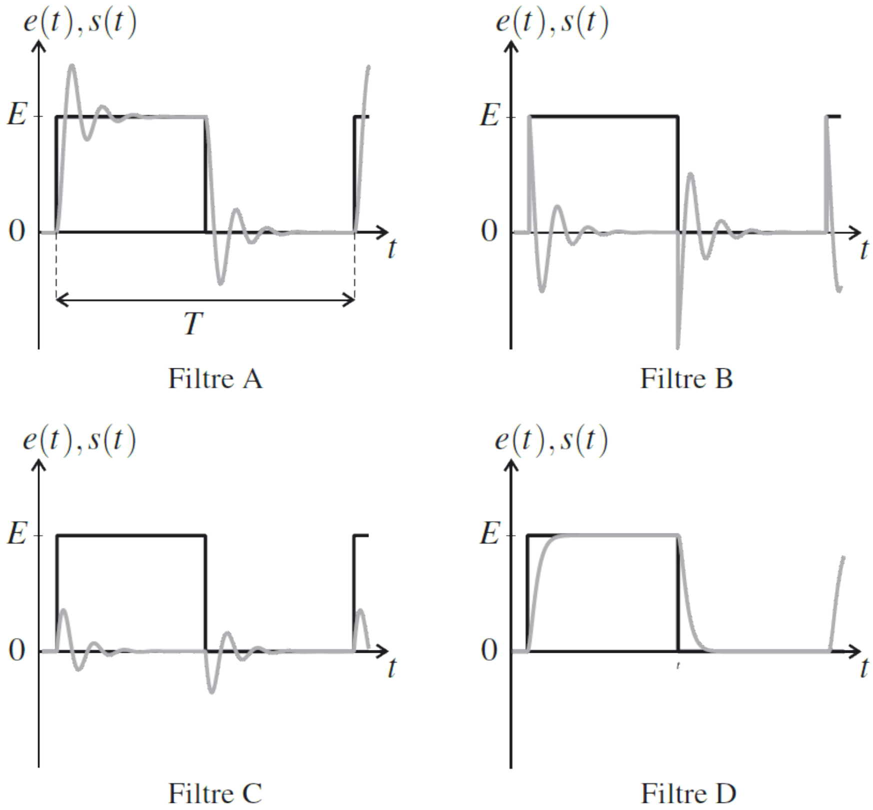

Figure 10 – Signaux d'entrée et de sortie des filtres.