

TD I. Rotation d'un objet ponctuel

Exercice I.1. Ordre de grandeur des moments cinétiques ★

1. Lors de son mouvement révolutif autour du Soleil, la Terre de centre T parcourt une trajectoire quasi-circulaire de centre confondu avec le centre du Soleil S et de rayon égal à la distance Terre-Soleil $D_{TS} = 150 \cdot 10^6$ km. **Calculer** la valeur du moment cinétique de la Terre par rapport à S dans le référentiel héliocentrique.

On rappelle que la masse de la Terre vaut $m_T = 6,0 \cdot 10^{30}$ kg.

2. Dans le modèle de Bohr, le mouvement de l'électron autour du noyau est assimilé à un mouvement circulaire et uniforme de centre O confondu avec le noyau. La trajectoire de rayon $r_0 = 53$ pm est parcourue à la fréquence $f = 6,6 \cdot 10^{15}$ Hz. **Calculer** le moment cinétique de l'électron.

On rappelle que sa masse vaut $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ kg.

Exercice I.2. Pendule simple ★

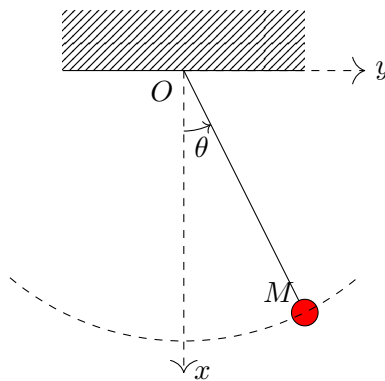


Figure 2.1 – Schéma du pendule simple.

Utiliser le théorème du moment cinétique afin d'**obtenir** l'équation du mouvement d'un point matériel M de masse m relié à un fil idéal de longueur l et formant un pendule simple.

Exercice I.3. Mouvement d'une sphère attachée au bout d'un fil ★ ★

Une sphère de petite taille et de masse $m = 0,10$ kg est attachée à l'extrémité d'un fil sans masse de longueur $l_0 = 1,0$ m dont l'autre extrémité est fixée en O . Elle se déplace sur un cercle horizontal de rayon l_0 . Sa vitesse est $v_0 = 1,0$ m · s⁻¹.

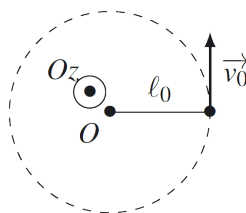


Figure 2.2 – Schéma du problème.

1. **Déterminer** son moment cinétique par rapport à O puis par rapport à (Oz) .
2. On réduit brutalement la longueur du fil à $l_0 = 0,5$ m. **Déterminer** la vitesse de la sphère.
3. **Comparer** l'énergie cinétique avant et après la réduction de la longueur du fil.
4. **Déterminer** la force qui provoque l'augmentation de l'énergie cinétique de la sphère. **Commenter**.

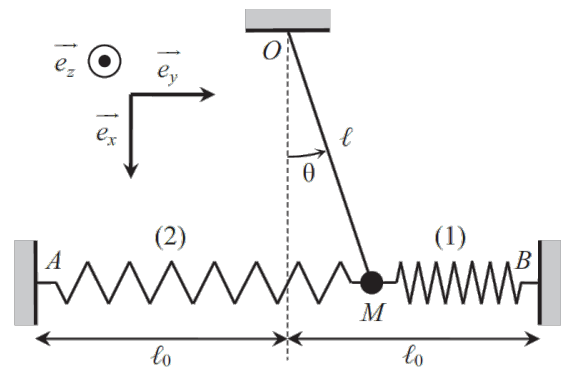
Exercice I.4. Moment cinétique d'une comète ★ ★ ★

On repère une comète de masse m lors de son passage au point P_0 , point de sa trajectoire le plus proche du Soleil S . L'instant où la comète passe en P_0 est pris comme instant initial. La comète est alors animée d'une vitesse v_0 et sa distance au Soleil est r_0 .

1. **Faire un schéma** approximatif de la trajectoire de la comète. Placer en particulier le point P_0 et la vitesse v_0 .
2. **Justifier** que la vitesse radiale est nulle en P_0 .
3. **Exprimer** le moment cinétique initial par rapport à S de la comète.
4. La seule force qui s'exerce sur la comète est la force d'attraction gravitationnelle exercée par le Soleil. **Montrer** que son moment cinétique est une constante du mouvement.

Exercice I.5. Pendule simple relié à des ressorts ★ ★ ★

Un pendule simple est constitué d'un fil rigide de masse négligeable et de longueur l , à l'extrémité duquel est fixé un point matériel M de masse m . Il est accroché au point O , fixe par rapport au référentiel \mathcal{R} du laboratoire. M est également attaché à deux ressorts identiques de raideur k et de longueur à vide l_0 , fixés entre deux points A et B distants de $2l_0$: lorsque le pendule est vertical, les ressorts sont au repos.



On déplace légèrement M par rapport à la verticale puis on le laisse évoluer librement. Il oscille alors en décrivant un petit arc de cercle de center O , dans un plan vertical, et on repère sa position par l'angle θ avec la verticale. Cet angle restant toujours faible, on pourra considérer que les ressorts restent horizontaux.

1. **Donner** l'expression du moment cinétique de M par rapport à O dans \mathcal{R} , en utilisant une base cylindrique $(\vec{e}_r, \vec{e}_\theta, \vec{e}_z)$ d'origine O .
2. **Calculer** les moments des forces s'exerçant sur M , en fonction de la seule variable θ .
3. Par application du théorème du moment cinétique, **déterminer** l'équation différentielle vérifiée par θ et en déduire la pulsation des petites oscillations.