

Séries numériques

Généralités

- Série à termes réels, somme partielles, convergence ou divergence d'une série.
- Combinaison linéaire de séries convergentes.
- Séries télescopiques, calcul en cas de convergence de $\sum u_{n+1} - u_n$.

Séries usuelles

- Séries géométriques .
- Séries de Riemann.
- Série exponentielle.

Critères de convergence

- Comparaison des séries à termes positifs.
- Critère de Riemann.
- Si (u_n) et (v_n) sont deux suites positives telles que $u_n \sim v_n$ alors $\sum u_n$ converge si et seulement si $\sum v_n$ converge.
- Séries absolument convergentes. Une série absolument convergente est convergente. La réciproque est fausse.
- Comparaison série/intégrale pour des séries de la forme $\sum f(n)$ où f est une fonction positive et monotone.

Question de cours

Question Montrer que le terme général d'une série convergente tend vers 0.:

Question Énoncer et démontrer le théorème des comparaison des séries à termes positifs :

Question Montrer que la série $\sum \frac{1}{n}$ est divergente. :

Question :

Montrer que pour $q \in]-1, 1[$, la série $\sum q^n$ est convergente. De plus la somme de sa série vaut :

$$\sum q^n = \frac{1}{1-q}.$$