

Chapitre 19 : Dénombrement

1. Définition de cardinal d'un ensemble fini E , notation $Card(E)$ ou $|E|$.
 2. connaître la formule du cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini, d'un produit cartésien, du complémentaire d'un ensemble dans un ensemble fini, de la réunion d'ensembles disjoints, de deux/trois ensembles quelconques.
 3. Définition du nombre d'arrangements, notation A_p^n , lien avec le cardinal de l'ensemble des injections d'un ensemble à p éléments vers un ensemble à n éléments.
 4. Définition de combinaison, notation $\binom{n}{p}$, connaître la formule des coefficients binomiaux ainsi que les propriétés calculatoires de base. Triangle de Pascal, application au calculs des petits coefficients binomiaux.
 5. Formule du binôme de Newton, application aux calculs de $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}$ et de $\sum_{k=0}^n (-1)^k \binom{n}{k}$.
 6. Principe des tiroirs de Dirichlet : une application $f : E \rightarrow F$ entre deux ensembles finis ne peut pas être injective si $Card(E) > Card(F)$. Si une application $f : E \rightarrow F$ entre ensembles finis est surjective alors $Card(F) \leq Card(E)$.
-

Questions de cours

Q.1 Énoncer le théorème sur le cardinal de l'ensemble des parties d'un ensemble fini : Soit E un ensemble fini de cardinal $n \in \mathbb{N}$. Alors $Card(\mathcal{P}(E)) = 2^n$. Décrire l'ensemble des parties de l'ensemble $E = \{\text{rouge, jaune, bleu}\}$.

Q.2 Énoncer les formules du cardinal de l'union de deux ensembles A et B lorsque l'union est disjointe et dans le cas général.

Q.3 Énoncer le principe des tiroirs et sa version formelle : si $f : E \rightarrow F$ est injective alors $Card(E) \leq Card(F)$.

Q.4 Donner la définition de coefficient binomial ainsi que la formule du triangle de Pascal (on pourra dessiner le tableau donnant le triangle).

Objectif de la colle :

Il ne s'agit pas de démontrer des résultats théoriques de dénombrement en exhibant des bijections mais plutôt de s'entraîner à dénombrer certains ensembles finis dans des situations pratiques en effectuant des raisonnements de dénombrement "types" comme en travaux dirigés.