Probabilités-Capacités

1. Être capable d'identifier une expérience aléatoire
2. Déterminer l'univers associé à une expérience aléatoire et son cardinal.
3. Réaliser des opérations entre événements.
4. Reconnaître ou donner un système complet d'événements.
5. Déterminer une loi de probabilité
6. Vérifier qu'une application $f : \mathcal{P}(\Omega) \to \mathbb{R}$ est une probabilité.
7. Manipuler les formules de probabilités en lien avec les opérations sur des événements.
8. Calculer la probabilité d'un événement A dans le cas où $\mathbb{P}$ est une équiprobabilité.
9. calculer la probabilité d'un événement A sachant un autre événement B.
10. utiliser la formule des probabilités composées.
11. utiliser la formule des probabilités totales.
12. utiliser la formule de Bayes.
13. déterminer si une famille d'événements sont indépendants.

Exercices traités en TD/DM

Les deux premières sections de la feuille (lundi).

Questions de cours

Question 1:
Démonstration de la formule des probabilités totales :
Soient $(E_i)_{1\leq i\leq n}$ un système complet d'événements de Ω. Pour tout événement $A \subset \Omega$, on a :

$$\mathbb{P}(A) = \sum_{k=1}^{n} \mathbb{P}(A|E_i)\mathbb{P}(E_i)$$

Question 2:
Démonstration des formules de Bayes :
Soient A et B deux événements issus d'une même expérience aléatoire tel que $\mathbb{P}(B) > 0$. Alors

1. $\mathbb{P}(A|B) = \dfrac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B)}$
2. $\mathbb{P}(A|B) = \dfrac{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A)}{\mathbb{P}(B|A)\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B|\bar{A})\mathbb{P}(\bar{A})}$

Question 3:
Définition d'événements mutuellement indépendants.

Question 4:
Donner la liste des propriétés suivantes d'une probabilité $\mathbb{P}$:
Soient $\mathbb{P}$ une probabilité sur Ω et A, B, C trois événements. Alors :

1. $\mathbb{P}(\emptyset) = 0$
2. $\mathbb{P}(A \cup B) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - \mathbb{P}(A \cap B)$
3. $\mathbb{P}(\overline{A}) = 1 - \mathbb{P}(A)$
4. $\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = \mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) + \mathbb{P}(C) - \mathbb{P}(A \cap B) - \mathbb{P}(A \cap C) - \mathbb{P}(B \cap C) + \mathbb{P}(A \cap B \cap C)$
5. si $A \subset B$, alors $\mathbb{P}(A) \leq \mathbb{P}(B)$