

TD I. Deuxième principe de la thermodynamique

Exercice I.1. Énoncé de Clausius ★

On considère un système isolé Σ constitué de deux systèmes Σ_c et Σ_f de température $T_c > T_f$ pouvant échanger de l'énergie sous forme thermique uniquement.

1. **Réaliser** les bilans énergétiques des systèmes Σ , Σ_c et Σ_f .
2. **Réaliser** les bilans entropiques des systèmes Σ , Σ_c et Σ_f .
3. **Conclure** sur le sens du transfert thermique.

Exercice I.2. Mise en contact avec un thermostat ★ ★

Un échantillon de gaz de température initiale T_i est mis en contact avec un thermostat de température T_0 . Dans l'état final le gaz est à la température T_0 du thermostat. On envisage soit une évolution isochore, soit une évolution isobare.

On suppose que le gaz parfait et que le coefficient de Laplace γ est indépendant de la température.

On note n la quantité de matière de l'échantillon. L'état initial est caractérisé par les variables d'état (T_i, P_i, V_i) , l'état final par (T_f, P_f, V_f) avec $T_f = T_0$.

1. Dans le cas isochore, **déterminer** la variation d'entropie ΔS , l'entropie reçue S_r ainsi que l'entropie créée S_c . **Déterminer** la condition pour que la transformation soit réversible.
2. Dans le même cas, **réaliser** l'application numérique pour $C_V = 20,8 \text{ JK}^{-1}$, $T_i = 293 \text{ K}$ et $T_0 = 373 \text{ K}$.
3. Dans le cas isobare, **déterminer** la variation d'entropie ΔS , l'entropie reçue S_r ainsi que l'entropie créée S_c . **Déterminer** la condition pour que la transformation soit réversible, et quelle est la cause de l'irréversibilité quand cette condition n'est pas remplie.
4. Dans le cas d'un faible écart de température **donner** l'expression de l'entropie créée S_c (on utilisera le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $\ln(1+x) \approx x - \frac{1}{2}x^2$). Conclure quant à la diminution de l'entropie créée lorsque le rapport des températures T_i et T_0 est divisé par N .

Exercice I.3. Compression d'un gaz parfait ★ ★

On suppose qu'un gaz parfait de coefficient de Laplace γ indépendant de la température est contenu dans un récipient maintenu à la température T_0 par un thermostat et est fermé par un piston adiabatique, de surface S et de masse négligeable.

Dans l'état initial il y a équilibre, les paramètres d'état du gaz sont (T_i, P_i, V_i) . On rompt cet équilibre en posant une masse m sur le piston. Le système évolue vers un nouvel état d'équilibre (T_f, P_f, V_f) .

On prend pour système le gaz et le piston. On appelle n la quantité de matière du gaz.

1. Dans le cas d'une transformation brutale et monotherme, **déterminer** la variation d'entropie ΔS , l'entropie reçue S_r ainsi que l'entropie créée S_c .
2. Dans le cas d'une faible masse m **donner** l'expression de l'entropie créée S_c (on utilisera le développement limité à l'ordre 2 en 0 de $\ln(1+x) \approx x - \frac{1}{2}x^2$). Conclure quant à la diminution de l'entropie créée lorsque la masse est divisée par N . **Déterminer** la cause de l'irréversibilité quand cette condition n'est pas remplie.
3. Dans le cas d'une transformation quasi-statique et monotherme, **déterminer** la variation d'entropie ΔS , l'entropie reçue S_r ainsi que l'entropie créée S_c .
4. **Déterminer** si la transformation est réversible, et si non, quelle est la cause de l'irréversibilité.

Exercice I.4. Sens d'un cycle monotherme ★ ★

Une mole de gaz parfait ($\gamma = 1,4$) subit la succession de transformation suivante

- détente isotherme de $P_A = 2\text{bar}$ et $T_A = 300\text{K}$ jusqu'à $P_B = 1\text{bar}$, en restant avec un thermostat à $T_T = 300\text{K}$.
 - évolution isobare jusqu'à $V_C = 20,5\text{L}$ toujours en restant en contact avec le thermostat à T_T
 - compression adiabatique réversible jusqu'à l'état A .
1. **Représenter** ce cycle en diagramme (P, V) . **Déterminer** s'il s'agit d'un cycle moteur ou récepteur.
 2. **Déterminer** l'entropie créée entre A et B .
 3. **Calculer** la température en C , le travail W_{BC} et le transfert thermique Q_{BC} reçus par le gaz au cours de la transformation BC . **En déduire** l'entropie reçue ou échangée avec le thermostat ainsi que l'entropie créée.
 4. **Calculer** la valeur numérique de l'entropie créée au cours d'un cycle. **Déterminer** si le cycle proposé est réalisable, et si le cycle inverse est réalisable.

Exercice I.5. Mise à l'équilibre entre deux gaz ★ ★ ★

Une enceinte indéformable aux parois calorifugées est séparée en deux compartiments par une cloison étanche de surface S , mobile et diathermane. Les deux compartiments contiennent chacun un gaz parfait.

Dans l'état initial, le gaz du compartiment 1 est dans l'état ($T = 300\text{K}$, $P_1 = 1\text{bar}$, $V = 1\text{L}$), le gaz du compartiment 2 dans l'état (T , $2P_1$, V), une cale bloque la cloison mobile. On enlève la cale et on laisse le système atteindre un état d'équilibre.

1. **Déterminer** l'état final.

Le système considéré contient : les gaz à l'intérieur des deux compartiments, l'enceinte et le piston.

— gaz (1) : état initial P_1 , V , T ; état final P' , V'_1 , T'

— gaz (2) : état initial $2P_1$, V , T ; état final P' , V'_2 , T'

Le nombre de moles dans le compartiment de gauche est $n_2 = 2n_1$, puisque les volumes et les températures sont égaux et que $P_2 = 2P_1$.

La paroi étant diathermane, la température finale est la même dans les deux compartiments.

La cloison étant mobile, la pression finale est la même pour les deux gaz.

On applique le premier principe pour déterminer l'état final :

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 + \Delta U_{\text{enceinte}} + \Delta U_{\text{cloison}} + \Delta E_{\text{ccloison}} \approx \Delta U_1 + \Delta U_2 = Q + W.$$

Le système est isolé thermiquement et l'enceinte est indéformable donc

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = 0$$

$$\frac{n_1 R}{\gamma - 1} (T' - T) + \frac{2n_1 R}{\gamma - 1} (T' - T) = 0$$

donc

$$T' = T.$$

Pour déterminer les pressions et les volumes, on utilise l'équation d'état du gaz parfait et l'invariance du volume total, égal à $2V$.

À l'état final

$$P'V'_1 = n_1 RT \quad \text{et} \quad P'V'_2 = n_2 RT.$$

En calculant le rapport des deux expressions

$$\frac{V'_2}{V'_1} = \frac{n_2}{n_1} = 2$$

Sachant que $V_1' + v_2' = 2V$ il vient que

$$V_1' = \frac{2V}{3} \quad \text{et} \quad V_2' = \frac{4V}{3}.$$

Pour la pression, les équations d'état donne

$$P' = \frac{P_1 + P_2}{2} = 1,5 \text{ bar.}$$

2. **Calculer** l'entropie créée.

Puisque l'évolution est adiabatique, l'entropie échangée est nulle et l'entropie créée est égale à la variation d'entropie totale des gaz que l'on peut calculer en utilisant l'expression de l'entropie molaire d'un gaz parfait en fonction des variables (T, V) :

$$S_c = \Delta S_T = n_1 R \ln \frac{V_1'}{V} + n_2 R \ln \frac{V_2'}{V} = 5,66 \times 10^{-2} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}.$$

L'entropie créée étant strictement positive, la transformation est irréversible.

Exercice I.6. Entrée de matière dans un récipient ★ ★ ★

On considère un récipient vide cylindrique de volume V_1 , dont les parois sont calorifugées. On perce un trou de manière à ce que l'air ambiant considéré comme un gaz parfait (de pression P_0 et de température T_0) y pénètre de façon adiabatique (transformation rapide). On appelle V_0 le volume initialement occupé par l'air qui entre dans le récipient.

1. **Calculer** la température finale de l'air du récipient.

On considère comme système l'air qui va entrer dans le récipient et le récipient lui-même dont on suppose la capacité thermique négligeable. Le gaz entre dans le récipient jusqu'à ce que la pression soit égale à la pression extérieure P_0 en étant poussé par le gaz extérieur. Le gaz qui entre dans le récipient occupe, quand il est à l'extérieur, le volume V_0 . Il passe de la température T_0 (à l'extérieur) à la température T_1 (à l'intérieur). Le travail des forces de pression est le travail exercé par le gaz extérieur, et le volume balayé par le pourtour du gaz est V_0 . On en déduit que le travail reçu par le gaz est

$$W = P_0 V_{\text{balayé}} = P_0 V_0.$$

On applique le premier principe au système

$$\Delta U = Q + W$$

soit

$$\frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) = 0 + P_0 V_0.$$

Or $P_0 V_0 = nRT_0$ donc

$$\frac{nR}{\gamma - 1} (T_1 - T_0) = nRT_0$$

$$T_1 - T_0 = \gamma T_0 - T_0$$

soit

$$T_1 = \gamma T_0.$$

2. **Déterminer** l'entropie créée. Déterminer la cause de la création de l'entropie.

Comme l'évolution est adiabatique, l'entropie échangée est nulle et l'entropie créée est égale à la variation d'entropie du système. Pour calculer celle-ci, on utilise l'expression de la variation élémentaire d'entropie dans le cas d'une transformation réversible, soit

$$dS = \frac{1}{T}dU + \frac{P}{T}dV$$

soit pour un gaz parfait

$$dS = \frac{1}{T}C_V dT + \frac{nR}{V}dV$$

donc

$$\Delta S = C_V \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{V_1}{V_0}\right)$$

et comme la pression finale est égale à la pression initiale

$$PV_0 = nRT_0 \quad \text{et} \quad PV_1 = nRT_1$$

soit

$$\frac{V_1}{V_0} = \frac{T_1}{T_0}$$

donc

$$\Delta S = C_V \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) + nR \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right)$$

soit

$$\Delta S = C_P \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right).$$

Ainsi comme il n'y a pas d'échange thermique, $Q = 0$, la variation d'entropie totale est

$$\Delta S = S_r + S_c = S_c$$

donc l'entropie créée est égale à la variation d'entropie totale, soit

$$\Delta S = \frac{nR\gamma}{\gamma-1} \ln\left(\frac{T_1}{T_0}\right) > 0.$$

La création d'entropie est due à la différence de densité entre l'intérieur et l'extérieur du récipient.