Fonctions de deux variables

Topologie

- Notion de boule ouverte, boule fermée dans $\mathbb{R}^2$.
- Définition d'ouvert, une boule ouverte est ouverte.
- Propriétés : une réunion d'ouverts est ouvert, une intersection de deux ouverts est ouvert. L'ensemble vide est ouvert.

Continuité d'une fonction de deux variables

- Notion de fonction continue sur un ouvert de $\mathbb{R}^2$.
- Propriétés générales et opérations sur les fonctions continues en un point.
- Méthode du passage aux coordonnées polaires dans certain cas.
- Applications partielles. La continuité de $(x, y) \mapsto f(x, y)$ entraîne la continuité de ses applications partielles. La réciproque est fausse.
- Notion de surface représentative d'une fonction de deux variables $S_f = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | z = f(x, y)\}$ et de ligne de niveau k.

Dérivées partielles, fonctions de classe $\mathcal{C}^1$

- Notion de dérivées partielles d'une fonction de deux variables (lorsqu'elles existent) comme dérivée des fonctions partielles. Méthode de calculs.
- Si les dérivées partielles existent et sont continues on dit que f est de classe $\mathcal{C}^1$.
- Si f est de classe $\mathcal{C}^1$ en (x_0, y_0) elle admet un développement limité à l'ordre 1 :

$$f(x_0 + h, y_0 + k) = f(x_0, y_0) + h\frac{\partial f}{\partial x}(x_0, y_0) + k\frac{\partial f}{\partial y}(x_0, y_0) + o(||(h, k)|| \quad (h, k) \to (0, 0).$$

- Plan tangent à la surface représentative d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$. Calculs.
- Notion de gradient d'une fonction de classe $\mathcal{C}^1$ et interprétation géométrique de $\nabla f(x_0, y_0)$.

Compétences

Les principales questions évaluées pour cette interrogation seront les suivantes :

- Déterminer si une fonction est continue en un point donné (x_0, y_0).
- Calculer les dérivées partielles si elles existent.
- Déterminer si une fonction est de classe $\mathcal{C}^1$.

Questions de cours

On demandera en question une définition ou un énoncé de proposition relative aux points listés ci-dessus.