TD II. Lois de l'induction et applications

Exercice II.1. Aimant et bobine ★

Une bobine comporte $N = 500$ spires de rayon moyen $r = 5\,\mathrm{cm}$. Un barreau aimanté est placé sur l'axe (Ox) de la bobine, parallèlement à celui-ci, à une distance telle que le champ qu'il crée au centre de la bobine vaut $0{,}3\,\mathrm{T}$.

1. **Déterminer** l'ordre de grandeur du flux magnétique envoyé par l'aimant à travers la bobine.
2. On fait tourner l'aimant à la vitesse angulaire $\omega = 10\,\mathrm{rad\cdot s^{-1}}$ autour d'un axe perpendiculaire à (Ox). **Déterminer** l'ordre de grandeur de l'amplitude de la f.é.m. induite dans la bobine.

Exercice II.2. Influence du champ magnétique terrestre ★

Un expérimentateur tient son téléphone portable dans sa main. Son bras passe rapidement d'une position horizontale à une position verticale afin d'entrer en communication. La composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut d'environ $2\times10^{-5}\,\mathrm{T}$.

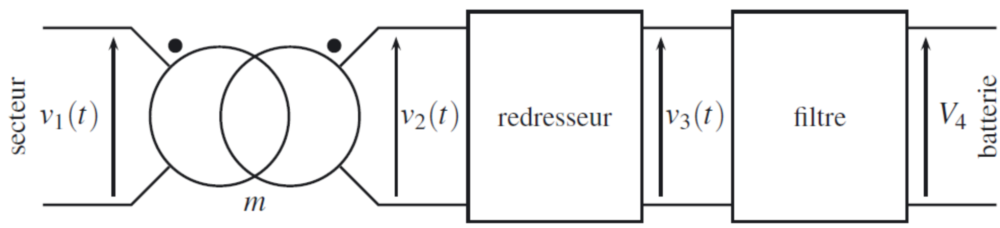
1. **Évaluer** l'ordre de grandeur de la f.é.m. induite dans le téléphone lors de son déplacement. **Commenter.**

Exercice II.3. Dimensionnement d'un transformateur ★

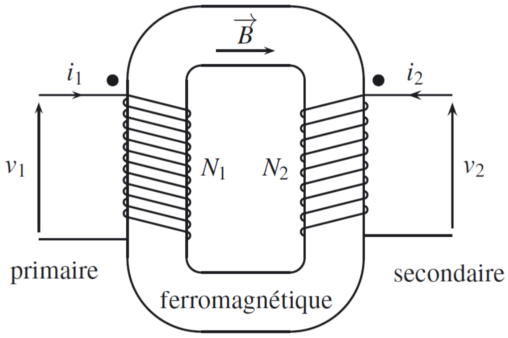
On cherche à dimensionner le transformateur utilisé pour recharger un téléphone portable.

La chaîne d'énergie logée dans un boitier placé sur le cordon d'alimentation du portable comporte successivement :

- l'alimentation EDF du secteur qui délivre la tension : $v_1(t) = V_0 \sin(2\pi f_0 t)$, où $f_0 = 50\,\mathrm{Hz}$ et $V_0 = 325\,\mathrm{V}$,
- un transformateur, dont la sortie est $v_2(t) = V_{0,2}\sin(2\pi f_0 t)$, et dont le rapport de transformation est noté m,
- un redresseur, montage qui délivre une tension $v_3(t)$ égale à la valeur absolue de sa tension d'entrée $v_2(t)$,
- un filtre moyenneur, dont la sortie V_4 est la valeur moyenne de sa tension d'entrée $v_3(t)$. La batterie du portable est branchée à la sortie, elle requiert une tension de charge constante $V_4 = 12\,\mathrm{V}$.



Un transformateur correspond à une carcasse ferromagnétique et de deux enroulement, comme illustré ci-dessous. On considère que les deux f.c.é.m induites, $v_1(t)$ et $v_2(t)$, sont dues à la présence d'un même champ magnétique variable $B(t)$ passant par les N_1 spires de section S du premier enroulement de droite, et par les N_2 spires de section S du deuxième enroulement de gauche.

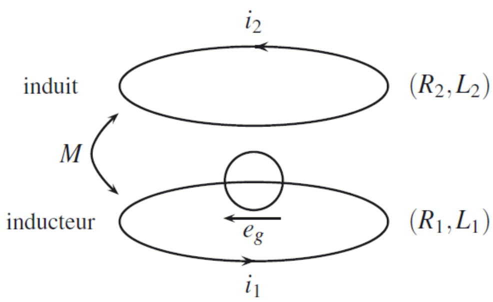


1. **Déterminer** le rapport entre les tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$. Ce rapport est, par définition, le rapport de transformation m.
2. **Exprimer** $V_{0,2}$ en fonction de V_0.
3. **Tracer** le graphe de la tension $v_3(t)$.
4. **Déterminer** la nature (passe-bas, passe-haut ou passe-bande) du filtre. **Proposer** une valeur pour sa fréquence de coupure.
5. **Établir** l'expression de la tension V_4 en fonction de V_0.
6. **En déduire** la valeur de m.

Exercice II.4. Table de cuisson à induction ★

Dans la cuisson à induction, le fond métallique des récipients de cuisson est directement chauffé par des courants de Foucault induits par un champ magnétique variable : des courants induits dans la masse de milieux ferromagnétiques (qu'on peut assimiler à une assemblée de spires microscopiques). Ce champ est créé par un bobinage, nommé inducteur, qui est alimenté en courant sinusoïdal. On fait la modélisation suivante.

- L'inducteur est assimilé à une bobine de résistance électrique $R_1 = 1{,}8 \times 10^{-2}\,\Omega$ et inductance propre $L_1 = 30\,\mu\mathrm{H}$. Il est alimenté par une tension $e_g(t)$ sinusoïdale de fréquence $f = 25\,\mathrm{kHz}$ et valeur efficace égale à $V_{eff} = 24\,\mathrm{V}$.
- Le fond du récipient est assimilé à une spire de courant de résistance $R_2 = 8{,}3\,\mathrm{m}\Omega$ et d'inductance propre $L_2 = 0\,\mu\mathrm{H}$.
- Les deux circuits ont une mutuelle inductance M.



On rappelle que la valeur efficace d'une tension V_{eff} est la racine carrée de la moyenne temporelle du carré de la tension correspondante, soit ici

$$V_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_t^{t+T} e_g^2(t)\mathrm{d}t}.$$

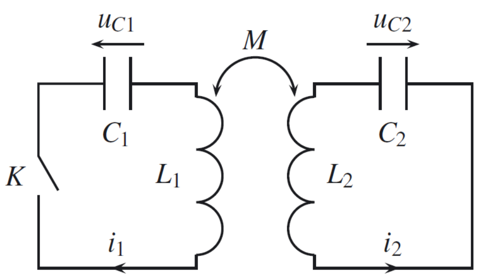
1. **Déterminer** l'amplitude de la tension $e_g(t)$.
2. **Écrire** les équations de couplage entre les intensités i_1 et i_2 dans l'inducteur et l'induit.

3. **En déduire** l'expression littérale du rapport $I_{2,0}/I_{1,0}$ des amplitudes des courants $i_2(t)$ et $i_1(t)$.
4. **En déduire** l'expression littérale de l'impédance d'entrée du système $\underline{Z_e} = \underline{e_g}/\underline{i_1}$.
5. Vérifier que $R_1 \ll L_1\omega$ et que l'on fait une erreur de moins de 5% en négligeant R_2^2 devant $(L_2\omega)^2$. Utiliser ces approximations pour simplifier les deux expressions littérales précédentes, puis effectuer le calcul numérique de leur module, sachant que l'inductance mutuelle est estimée à $M = 2\,\mu\mathrm{H}$.
6. On soulève la plaque à chauffer. **Déterminer** comment varie l'amplitude du courant i_1.

Exercice II.5. Circuits couplés par mutuelle induction ★ ★

Un circuit LC série oscille naturellement à la pulsation $\omega_0 = \sqrt{1/LC}$. Cette pulsation est modifiée lorsqu'on approche un autre circuit LC, identique au premier, mais dans une configuration telle que les deux circuits deviennent couplés par mutuelle induction.

Dans le circuit suivant, le condensateur de capacité C_1 est chargé sous la tension E à la date $t = 0$ où l'on ferme l'interrupteur K. On prendra dans toute la suite $C_1 = C_2 = C$ et $L1 = L2 = L$.



1. **Déterminer** ce que signifie, pour les lignes de champ magnétique, le fait que les circuits soient couplés par mutuelle induction.
2. **Établir** deux équations différentielles couplées sur les tensions $u_{C1}(t)$ et $u_{C2}(t)$ aux bornes des condensateurs.
3. **Découpler** ces équations en formant les équations sur les signaux somme $S(t)$ et différence $D(t)$ tels que

$$S(t) = u_{C1}(t) + u_{C2}(t) \qquad \text{et} \qquad D(t) = u_{C1}(t) - u_{C2}(t).$$

   Les intégrer et en déduire les expressions des tensions aux bornes des condensateurs.
   On pourra poser

$$\omega_1 = \frac{1}{\sqrt{C\,(L+M)}} \qquad \text{et} \qquad \omega_2 = \frac{1}{\sqrt{C\,(L-M)}}.$$

4. Si $M \ll L$, **comparer** ω_1 et ω_2. **Déterminer** alors l'allure du graphe de $u_{C1}(t)$ et **montrer** que l'on observe unb phénomène de battements.
5. Dans le cas où $M \ll L$, montrer que $u_{C1}(t)$ se met sous la forme

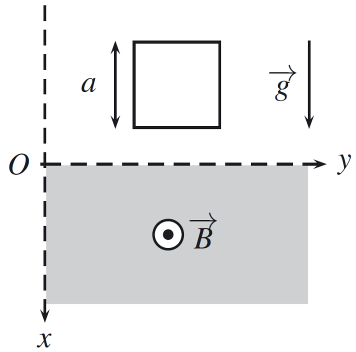
$$u_{C1}(t) = E\cos(\omega_0 t)\cos\left(\omega_0 \frac{M}{nL} t\right).$$

   où n est un entier à préciser. **En déduire** une méthode qui permette de mesurer expérimentalement le rapport M/L à l'oscilloscope, avec les mesures des périodes des phénomènes.

Exercice II.6. Chute libre d'une spire carrée dans un champ magnétique ★

Une spire carrée de côté a est en chute libre dans le plan vertical (Oxy). Sa résistance électrique est notée R, son auto-inductance L. L'espace est divisé en deux régions :

- dans la région $x < 0$, il n'y a pas de champ magnétique,
- dans la région x > 0 règne un champ magnétique uniforme et stationnaire : $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{u}_z$.

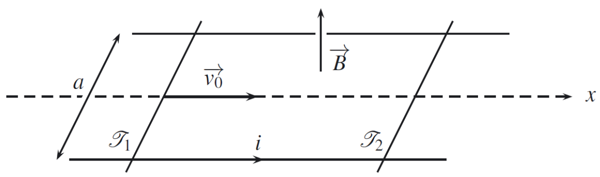


Établir une équation différentielle régissant la vitesse v(t) du cadre dans les 3 cas suivants :

1. le cadre est entièrement dans la région $x < 0$,
2. le cadre est à cheval sur les régions $x < 0$ et $x > 0$,
3. le cadre est entièrement dans la région $x > 0$.

Exercice II.7. Interaction entre deux tiges ★

Deux tiges $\mathcal{T}_1$ et $\mathcal{T}_2$ identiques, de masse m, sont posées sur deux rails parallèles horizontaux espacés d'une distance a. Les tiges glissent sans frottement sur les rails tout en restant parallèles entre elles et perpendiculaires aux rails. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique vertical uniforme et constant $\overrightarrow{B}$.



La résistance électrique des rails est négligeable, les résistances électriques de chacune des deux tiges sont égales à $R/2$. L'inductance propre du circuit formé par les rails et les tiges est négligée.

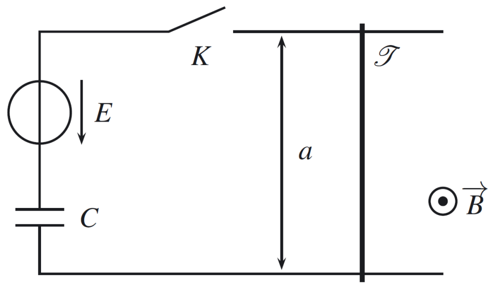
À $t = 0$, $\mathcal{T}_2$ est immobile et $\mathcal{T}_1$ est animée d'une vitesse $\overrightarrow{v}_0 = v_0\overrightarrow{u}_x$.

1. **Décrire** sans calcul ce que l'on observe à partir de $t = 0$.
2. On appelle $\overrightarrow{v}_1 = v_1\overrightarrow{u}_x$ et $\overrightarrow{v}_2 = v_2\overrightarrow{u}_x$ les vitesses respectives des tiges $\mathcal{T}_1$ et $\mathcal{T}_2$. **Établir** un système de deux équations différentielles couplées vérifiées par $v_1(t)$ et $v_2(t)$.
3. **Déterminer** les fonctions $S(t) = v_1(t) + v_2(t)$ et $D(t) = v_1(t) - v_2(t)$. **En déduire** $v_1(t)$ et $v_2(t)$. **Représenter** graphiquement sur un même schéma $v_1(t)$ et $v_2(t)$.
4. **Calculer** l'intensité du courant $i(t)$ qui circule dans les deux tiges.
5. **Calculer** l'énergie W_{Joule} dissipée par effet Joule entre $t = 0$ et $t = \infty$.
6. **Calculer** la variation $\Delta\mathcal{E}_m$ d'énergie mécanique du système entre $t = 0$ et $t = \infty$. **Commenter**.

Exercice II.8. Rail de Laplace avec un circuit capacitif ★ ★

Une tige conductrice $\mathcal{T}$ glisse sur deux rails horizontaux distants de a. Elle ferme électriquement un circuit comprenant un interrupteur K, un condensateur de capacitéC et un générateur de f.é.m. constante

E. $\mathcal{T}$ a une résistance électrique R et une masse m. L'auto-inductance du circuit est négligée.
L'ensemble est plongé dans des champs magnétique et de pesanteur uniformes et stationnaires.
On ferme à l'instant initial l'interrupteur K alors que la tige $\mathcal{T}$ est immobile.

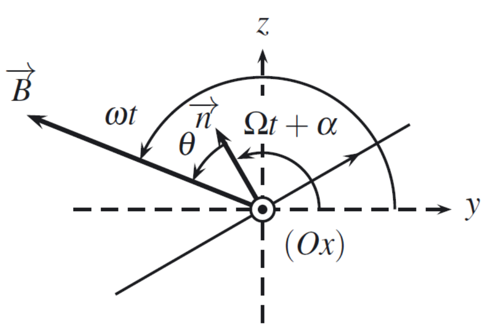


1. **Etablir** une équation électrique et une équation mécanique décrivant le circuit.
2. **Etablir et intégrer** une équation différentielle pour l'intensité du courant dans le circuit pour montrer qu'elle s'écrit sous la forme
$$i(t) = i_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right).$$
Identifier i_0 et τ.
3. **En déduire** que la vitesse $v(t)$ de la tige se met sous la forme
$$v(t) = v_0\left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right).$$
4. **Calculer** l'énergie W_G fournie par le générateur entre $t = 0$ et $t = \infty$, en fonction de E, τ et R.
5. **Calculer** la tension aux bornes du condensateur $u_C(t)$.
6. **Calculer** la variation $\Delta\mathcal{E}_{elec}$ de l'énergie stockée par le condensateur entre les instants initial et final.
7. **Calculer** l'énergie W_{Joule} dissipée par effet Joule entre les instants initial et final.
8. **Calculer** la variation d'énergie cinétique $\Delta\mathcal{E}_c$ de la tige entre les instants initial et final.
9. **Déterminer** la relation liant W_G, $\Delta\mathcal{E}_{elec}$, W_{Joule} et $\Delta\mathcal{E}_c$. **Interpréter**.

Exercice II.9. Moteur asynchrone (MAS) ★ ★ ★

Une spire plate de résistance R, d'inductance L et de surface S, tourne à vitesse angulaire constante Ω autour de l'axe (Ox). La normale $\vec{n}$ à la spire est contenue dans le plan (Oyz).

La spire est plongée dans un champ magnétique $\vec{B}$ localement uniforme, contenu dans le plan (Oyz), de norme constante, tournant à la vitesse angulaire constante ω autour de (Ox).



Ce dispositif est utilisé en moteur électrique : le champ magnétique entraîne la bobine.

1. **Décrire** comment générer un champ magnétique tournant.

2. **Expliquer** pourquoi la spire tourne. **Déterminer** si les deux vitesses Ω et ω peuvent être identiques.
3. **Calculer** l'équation différentielle régissant l'évolution du courant dans la bobine en fonction de l'angle instantané θ entre le champ magnétique $\overrightarrow{B}$ et la normale $\overrightarrow{n}$ à la spire. **L'intégrer** en régime sinusoïdal établi en utilisant la méthode complexe.
4. **Calculer** le moment par rapport à l'axe (Ox) du couple de Laplace auquel la spire est soumise et sa moyenne au cours du temps, $C(\Omega)$.
   Indication : $\cos(\arctan(x)) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$.
5. L'allure de la courbe $C(\Omega)$ est donnée ci-dessous. **Déterminer** si le moteur peut démarrer seul. **Etudier** graphiquement la stabilité des points de fonctionnement si le moteur entraîne une charge qui impose un couple résistant constant connu.