

## Exercice type

### Chapitre 1 : formation des images

### Théorie géométrique de l'arc-en-ciel

*Adapté du concours CCINP - MPI 2023*

Lorsque le soleil éclaire les gouttes d'eau, on peut observer dans certaines conditions un arc-en-ciel.

On considère une goutte d'eau sphérique, de diamètre  $D$  et d'indice de réfraction  $n$ . Les trajets des rayons lumineux sont représentés sur la Figure 1.

Soit un rayon lumineux incident, arrivant avec un angle d'incidence  $i$  (qui n'est pas nécessairement petit) sur la goutte. On note  $r$  l'angle de réfraction associé à l'angle d'incidence  $i$ .

L'indice de l'air vaut  $n_{\text{air}} = 1$ .

On considère un rayon sortant de la goutte d'eau après une seule réflexion à l'intérieur de la goutte et deux réfractions à l'entrée et à la sortie de la goutte (Figure 1) : ce rayon est à l'origine de l'arc-en-ciel principal.

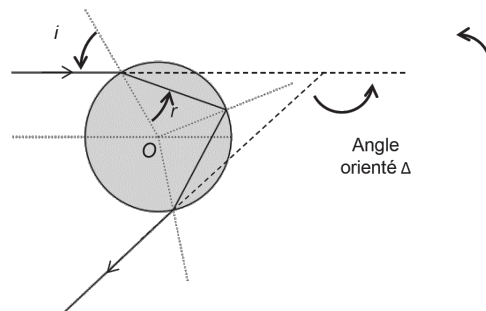


Figure 1: Cas d'une réflexion et de deux réfractions.

1. **Rappeler** les lois de Descartes de la réfraction et donner la relation entre l'angle d'incidence  $i$  et l'angle de réfraction  $r$ .
2. La déviation est l'angle dont il faut tourner le rayon incident pour l'amener sur le rayon émergent ; afin d'avoir une valeur positive, on considère ici son opposé, l'angle orienté  $\Delta$  (Figure 1).

**Montrer** que :  $\Delta = \pi - 4r + 2i$ .

**Exprimer** l'angle  $\Delta$  en fonction de  $n$  et de  $x = \sin i$ .

3. Montrer que  $\Delta(x)$  passe par un extremum lorsque  $x$  a pour valeur :

$$x_m = \sin i_m = \sqrt{\frac{4-n^2}{3}}.$$

*Données* :  $\frac{d}{du}(\arcsin(u)) = \frac{1}{\sqrt{1-u^2}}$ .

4. **Justifier** à l'aide de la Figure 2 qu'on observe une accumulation de lumière dans la direction  $\Delta_m = \Delta(x_m)$ .

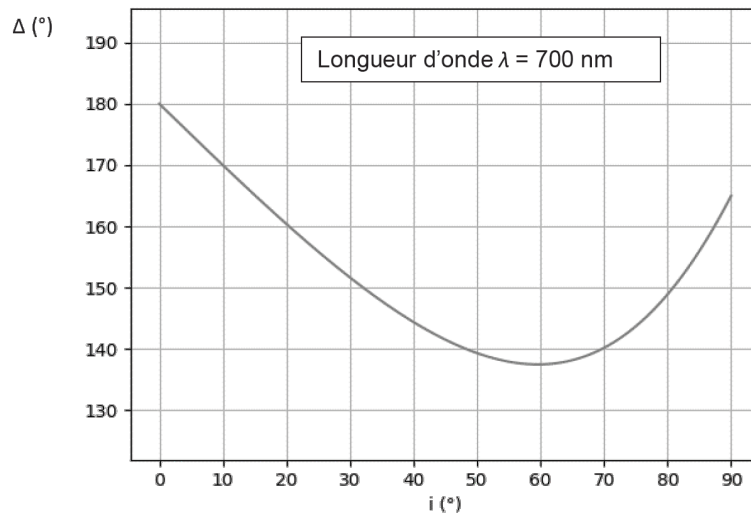


Figure 2: Déviation en fonction de l'angle d'incidence.

5. **Calculer**  $x_m$  et  $\Delta_m$  (en degrés) dans le cas de l'eau, pour le violet ( $\lambda = 400 \text{ nm}$ ,  $n = 1,343$ ) et le rouge ( $\lambda = 700 \text{ nm}$ ,  $n = 1,330$ ).
6. Sur un schéma faisant apparaître les rayons incidents, parallèles, le rideau de pluie et l'oeil de l'observateur, **tracer** les rayons émergents rouge et bleu dans la direction  $\Delta_m$ . L'observateur observe-t-il le rouge à l'intérieur ou à l'extérieur de l'arc ?