

TD I. Sources lumineuses

Exercice I.1. Doublage de fréquence ★

Certains pointeurs laser vendus dans le commerce produisent un faisceau obtenu par doublage de fréquence d'une première radiation avec une longueur d'onde $\lambda_1 = 1064$ nm.

1. **Déterminer** la longueur d'onde λ_2 du faisceau produit par un de ces pointeurs laser. Afin de calculer la longueur d'onde λ_2 du faisceau obtenu par doublage de fréquence, il nous faut calculer sa fréquence f_1 , qui est le double de celle de la radiation avec une longueur d'onde λ_2 , soit

$$f_2 = 2f_1.$$

Or la fréquence et la longueur d'onde sont liées de telle manière que

$$c = \lambda_2 f_2$$

avec c la célérité de l'onde dans le milieu.
En utilisant l'expression de f_2 il vient que

$$c = \lambda_2 2f_1$$

soit

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \frac{c}{f_1}.$$

On reconnaît l'expression de λ_1 , et ainsi

$$\lambda_2 = \frac{\lambda_1}{2}.$$

Lorsqu'on double la fréquence d'une onde, on divise par deux sa longueur d'onde.

A.N.

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} 1064$$

$$\lambda_2 = 532,0 \text{ nm.}$$

2. **Donner** les domaines spectraux auxquels appartiennent les radiations de longueur d'onde λ_1 et λ_2 . Le cas échéant, **donner** également la couleur à laquelle les longueurs d'onde correspondent. Les radiations de longueur d'onde $\lambda_1 = 1064$ nm et $\lambda_2 = 532$ nm appartiennent, respectivement, au **domaines infrarouge (IR) et visible**. Seule la radiation de longueur d'onde $\lambda_2 = 532$ nm correspond à une couleur car elle appartient au domaine visible. **Cette couleur est le vert.**
3. Certains de ces pointeurs ne sont pas équipés de filtre permettant d'éliminer la radiation avec une longueur d'onde λ_1 à la sortie du pointeur. **Expliquer** en quoi cela peut présenter un danger d'utilisation. La radiation de longueur d'onde $\lambda_1 = 1064$ nm appartient au domaine IR, elle est donc invisible. L'œil atteint par une telle radiation, n'enclenche pas de réflexe pupillaire (ou réflexe photomoteur qui correspond à la contraction de la pupille afin de limiter la quantité de radiations entrant dans l'œil) qui lui permet de se protéger et qui est déclenché uniquement par une radiation visible.

Exercice I.2. Réflectivité d'un métal ★

Il existe deux grands types de miroirs : les miroirs métalliques, obtenus par polissage d'un métal ; et les miroirs en verres utilisés dans notre vie de tous les jours ainsi qu'en recherche. Afin d'obtenir un miroir en verre, on dépose sur la surface d'un verre une fine couche de métal (sur la face arrière pour les miroirs communs, et à l'avant pour les miroirs utilisés en recherche, appelés "miroirs optiques"). Ce métal réfléchit alors les radiations incidentes. On quantifie la capacité d'un métal à réfléchir une radiation à l'aide de sa réflectivité R . C'est le rapport de l'énergie de la radiation incidente avec celle de la radiation réfléchie.

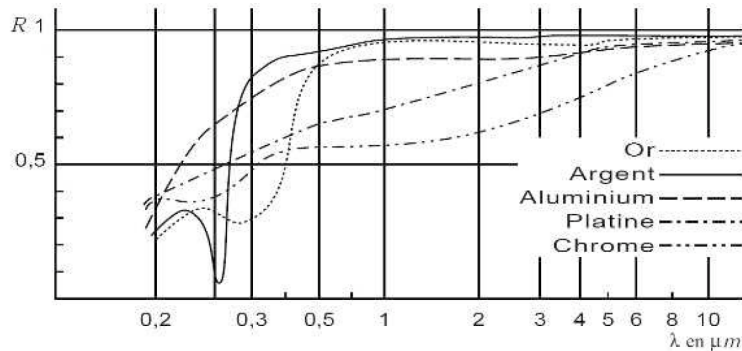


Figure 1.1 – Variation de la réflectivité R de différents métaux en fonction de la longueur d'onde.

1. **Déterminer**, à partir de l'étude de la Figure 1.1, quel est le métal le plus adapté à la réalisation d'un bon miroir dans le visible, et **estimer** sa réflectivité dans ce domaine.
Afin de réaliser un bon miroir dans le visible, la réflectivité du métal recouvrant le miroir doit être maximale dans ce domaine spectral. D'après la Figure 1.1, entre les longueurs d'onde correspondant au visible, soit $0,375 \mu\text{m}$ et $0,750 \mu\text{m}$, nous constatons que le métal avec la réflectivité la plus importante est **l'argent**. On estime la réflectivité de ce domaine à environ 0,9.
2. **Interpréter** la couleur d'un miroir obtenu par dépôt d'une couche d'or.
Un miroir obtenu par dépôt de couche d'or présente une réflectivité dans le visible différente selon la longueur d'onde : on constate sur Figure 1.1 que la réflectivité est faible, variant de 0,4 à 0,9, pour les longueurs d'onde allant de 375 nm à 500 nm respectivement, alors que la réflectivité est plus importante, autour de 0,9, pour les longueurs d'onde allant de 500 nm à 750 nm. Les couleurs comprises dans la gamme de longueurs d'onde inférieures à 500 nm sont le violet et le bleu. Ces couleurs sont moins bien réfléchies par un miroir à dépôt d'or que les couleurs correspondant à la gamme de longueurs d'onde supérieures à 500 nm, soit le jaune, le orange et le rouge. C'est pourquoi un miroir à dépôt d'or présente une couleur jaune orangée : **le mélange des couleurs correspondant aux longueurs d'onde des radiations les mieux réfléchies par l'or.**

Exercice I.3. Lampe fluorescente compacte ★

Les lampes fluorescentes compactes et les tubes fluorescents fonctionnent sur le même principe que les lampes spectrales. Ils contiennent un gaz, le plus souvent un mélange d'argon et de mercure, qui subit une décharge électrique. Les atomes de gaz, excités, se désexcitent en émettant des radiations à des fréquences particulières, notamment dans le domaine ultra-violet (UV). Ces radiations sont absorbées par la poudre fluorescente sur les parois intérieures des tubes et des lampes. La poudre émet alors des radiations de fréquences plus basses.

1. Le spectre d'une lampe fluorescente compacte vous est présenté Figure 1.2. **Caractériser** ce type de source.

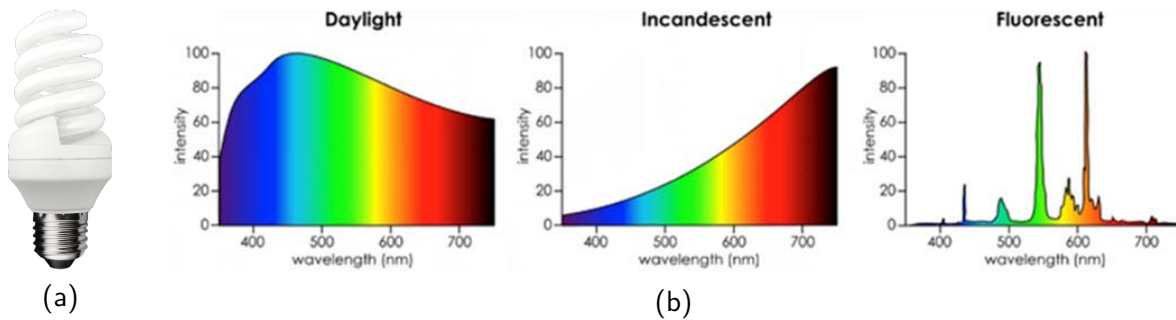


Figure 1.2 – (a) Lampe fluorescente compacte. (b) Spectres de la lumière issue du soleil, d’une lampe à incandescence et d’une lampe fluorescente compacte.

On constate que le spectre d’une lampe fluorescente présente des pics appelés raies spectrales : elles correspondent aux radiations de longueurs d’onde particulières émises par la désexcitation des atomes. On peut aussi voir des pics plus larges et moins intenses qui représentent les radiations émises par la poudre fluorescente.

Entre ces pics fins et larges, il n’y a pas de radiations, le spectre d’une lampe fluorescente est donc un spectre discontinu, **c’est un spectre de raies**.

On ne peut donc pas caractériser le spectre de la lampe fluorescente comme un spectre de lumière blanche, même si le mélange des couleurs correspondants aux pics du spectre donne du blanc.

- On appelle familièrement “néons” ce type de sources. C’est une métonymie désuète : en effet, les premiers tubes fluorescent contenaient du néon. Ils sont très peu utilisés aujourd’hui car les principales longueurs d’onde des raies spectrales du néon se trouve entre 600 et 700 nm. **Déterminer** la teinte des véritables tubes néons utilisés auparavant.

Les véritables tubes néons présentent des raies à 600 et 700 nm, ils émettent donc **une lumière rouge**.

Exercice I.4. Absorption de la lumière par l’eau ★ ★

Lorsqu’une lumière monochromatique de longueur λ traverse une épaisseur d’eau L , la puissance lumineuse est multipliée par le facteur de transmission $T(\lambda)$ tel que

$$T(\lambda) = \exp(-\alpha(\lambda)L),$$

avec $\alpha(\lambda)$ le coefficient d’absorption de l’eau. Ce dernier est représenté sur la Figure 1.3.

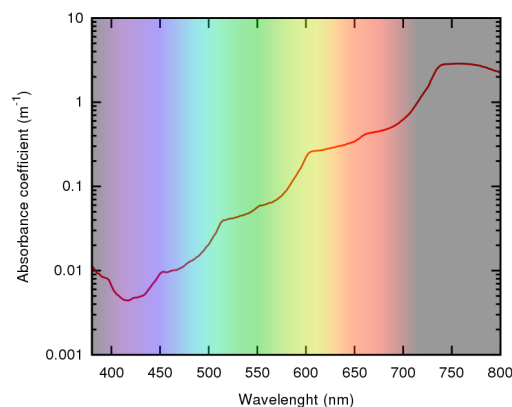


Figure 1.3 – Variation du coefficient d’absorption de l’eau $\alpha(\lambda)$ (m^{-1}) en fonction de la longueur d’onde.

1. **Déduire**, d'après l'analyse de la Figure 1.3, la couleur de la radiation visible la plus absorbée par l'eau. D'après la formule fournie, le facteur transmission $T(\lambda)$ est fonction de $\exp(-\alpha(\lambda)L)$. Ainsi plus le coefficient d'absorption de l'eau $\alpha(\lambda)$ est important, plus $T(\lambda)$ est faible, et donc plus la puissance lumineuse transmise dans l'épaisseur d'eau L est faible.

La radiation visible la plus absorbée par l'eau est donc celle qui présente le coefficient d'absorption α le plus important.

D'après la Figure 1.3 la longueur d'onde visible avec le coefficient d'absorption α le plus important est la longueur d'onde $\lambda = 750$ nm. **Cela correspond à la couleur rouge.**

2. Pour cette radiation, **calculer** le facteur de transmission T pour une épaisseur d'eau traversée L de 10 cm et 2 m.

D'après la Figure 1.3

$$\alpha(750 \text{ nm}) = 3 \text{ m}^{-1}$$

Attention les valeurs du coefficient d'absorption sont données selon une échelle logarithmique.

Le facteur de transmission pour cette radiation $T(750 \text{ nm})$ est

- pour $L = 10$ cm

A.N.

$$T(750 \text{ nm}) = \exp(-3 \times 10 \cdot 10^{-2})$$

$$T(750 \text{ nm}) = 0,74$$

- pour $L = 2$ m

A.N.

$$T(750 \text{ nm}) = \exp(-3 \times 2)$$

$$T(750 \text{ nm}) = 2 \cdot 10^{-3}$$

3. **Faire de même** pour la radiation visible la moins absorbée.

La radiation visible la moins absorbée est la radiation dont le coefficient d'absorption est le plus faible, c'est la radiation avec une longueur d'onde de 425 nm, pour laquelle $\alpha(425 \text{ nm}) = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^{-1}$.

Le facteur de transmission pour cette radiation $T(425 \text{ nm})$ est

- pour $L = 10$ cm

A.N.

$$T(425 \text{ nm}) = \exp(-5 \cdot 10^{-3} \times 10 \cdot 10^{-2})$$

$$T(425 \text{ nm}) = 1,0$$

- pour $L = 2$ m

A.N.

$$T(425 \text{ nm}) = \exp(-5 \cdot 10^{-3} \times 2)$$

$$T(425 \text{ nm}) = 1,0$$

4. Un poisson rouge et blanc est photographié sous l'eau, à quelques mètres de profondeur. **Déterminer** les couleurs du poisson pour une photo prise sans flash et avec flash.

Les parties rouges du poisson réfléchissent dans le rouge. Mais à quelques mètres de profondeur la lumière du soleil est fortement appauvrie en rouge, elles apparaîtront donc noires sur la photo. Les parties

blanches réfléchissent tout le spectre, elles apparaîtront vertes (couleur complémentaire du rouge absent de la lumière reçue par le poisson). Ainsi, le poisson sera noir et vert sur la photo en lumière solaire. Si on utilise un flash, on éclaire le poisson avec un spectre complet (on peut négliger l'absorption par la dizaine de centimètres d'eau entre l'appareil et le poisson) et le poisson aura ses véritables couleurs sur la photo.

TD II. Modèle de l'optique géométrique

Exercice II.1. Approximation géométrique ★

Déterminer si on peut appliquer les lois de l'optique géométrique dans les cas suivants :

1. un faisceau lumineux se propage à l'intérieur de l'objectif d'un téléphone portable
2. un laser rouge rencontre un cheveu
3. un rayonnement micro-onde dans un four micro-onde.

Afin de déterminer si le modèle de l'optique géométrique est applicable, il faut pour chaque cas comparer a , la taille caractéristique du milieu de propagation de la radiation avec 1000λ , soit 1000 fois la longueur d'onde de la radiation.

1. La longueur d'onde moyenne d'un faisceau lumineux est $\lambda \approx 500 \text{ nm}$. La taille caractéristique limite du milieu de propagation est le diamètre de l'objectif d'un téléphone portable, soit $a \approx 5 \text{ mm}$.

$$1000\lambda = 1000 \times 500.10^{-9} \text{ m} = 5,00.10^{-4} \text{ m}$$

$$a = 5.10^{-3} \text{ m}$$

$$a > 1000\lambda.$$

On peut utiliser le modèle de l'optique géométrique.

2. La longueur d'onde d'un laser rouge est $\lambda \approx 650 \text{ nm}$. L'épaisseur d'un cheveu est la taille caractéristique qui va limiter la propagation soit $a \approx 100 \mu\text{m}$.

$$1000\lambda = 1000 \times 650.10^{-9} \text{ m} = 6,50.10^{-4} \text{ m}$$

$$a = 100 \times 10^{-6} \text{ m} = 1,00.10^{-4} \text{ m}$$

$$a < 1000\lambda.$$

On ne peut pas utiliser le modèle de l'optique géométrique.

3. La longueur d'onde des radiations d'un four micro-ondes est $\lambda \approx 10 \text{ cm}$. On prend comme taille caractéristique qui limite la propagation la profondeur du four micro-onde, soit $a \approx 50 \text{ cm}$.

$$1000\lambda = 1000 \times 1,0.10^{-1} \text{ m} = 1,0.10^2 \text{ m}$$

$$a = 5,0.10^{-2} \text{ m}$$

$$a < 1000\lambda.$$

On ne peut pas utiliser le modèle de l'optique géométrique.

Exercice II.2. Incidence de Brewster ★

Un rayon lumineux arrive à l'interface plane séparant l'air et un milieu d'indice n . Il se scinde en un rayon réfléchi et un rayon réfracté.

Ces deux rayons sont perpendiculaires entre eux pour un angle d'incidence particulier, appelé angle de Brewster et noté i_B .

Exprimer cet angle i_B en fonction de n .

Le schéma présenté ci-dessous nous permet d'exprimer l'angle de Brewster en fonction des paramètres du problème.

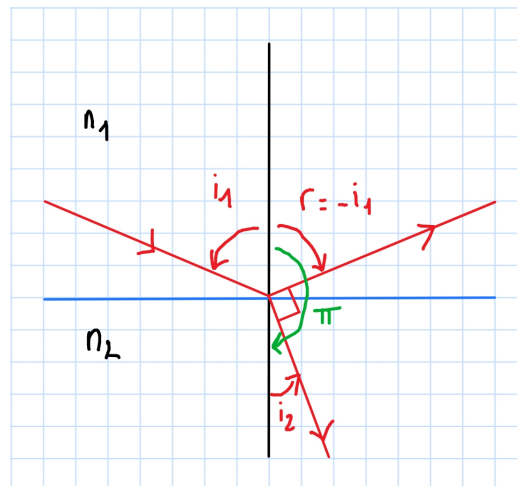


Schéma d'une réfraction avec un angle d'incidence de Brewster.

D'après le schéma, comme les rayons réfléchi et réfracté forment un angle droit, nous constatons que la somme de l'angle réfracté, de l'angle droit et de l'opposé de l'angle réfléchi est égal à 180° ou π

$$i_2 + \frac{\pi}{2} - r = \pi$$

or d'après la loi de la réflexion $i_1 = -r$ donc

$$i_2 + \frac{\pi}{2} + i_1 = \pi$$

on peut ainsi exprimer i_2 en fonction de i_1

$$i_2 = \pi - \frac{\pi}{2} - i_1$$

$$i_2 = \frac{\pi}{2} - i_1.$$

On peut alors utiliser une autre relation qui relie i_1 et i_2 afin d'isoler i_1 : la loi de la réfraction, soit

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

On peut remplacer i_2 par la relation obtenue plus haut

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin \left(\frac{\pi}{2} - i_1 \right)$$

or on sait que $\sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha \right) = \cos \alpha$ donc

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \cos i_1$$

soit

$$\frac{\sin i_1}{\cos i_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

$$\tan i_1 = \frac{n_2}{n_1}$$

ce qui pour $n_1 = 1$ et $n_2 = n$ donne un angle $i_1 \equiv i_B$ tel que

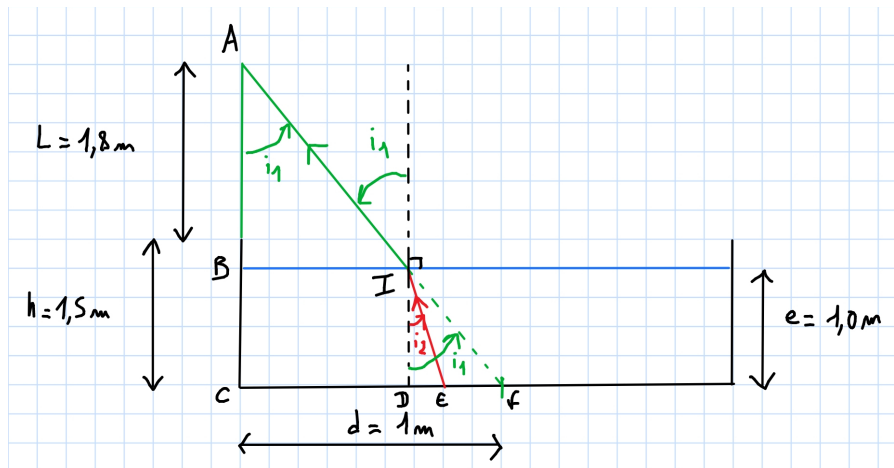
$$i_B = \arctan n.$$

Exercice II.3. Erreur sur le positionnement d'un objet ★ ★

Un observateur de taille $L = 1,8 \text{ m}$ regarde un objet au fond d'un bassin depuis le bord. Le bassin de hauteur $h = 1,5 \text{ m}$ contient une épaisseur $e = 1,0 \text{ m}$ d'eau d'indice de réfraction $n = 1,33$. L'objet semble situé à une distance $d = 1 \text{ m}$ du bord.

Déterminer la véritable position de l'objet.

Exploisons le schéma présenté ci-dessous afin de déterminer la véritable position de l'objet.



Un rayon issu de l'objet en C est réfracté à la surface de l'eau. Il se dirige alors vers l'oeil de l'observateur en A . L'oeil de l'observateur prolonge le rayon réfracté et il lui semble que l'objet se trouve en réalité au point F .

D'après la règle des angles alterne-interne on remarque que les angles \widehat{DIF} , l'angle \widehat{CAF} et l'angle d'incidence i_1 sont égaux.

Afin de déterminer la véritable position de l'objet on peut déterminer la différence entre la position apparente de l'objet par rapport au bord du bassin CF et la véritable position de l'objet par rapport au bord du bassin CE , soit $CF - CE = EF$. CF est connue, c'est la distance d , CE est inconnue, c'est la distance à déterminer, et EF peut être déterminé si on se place dans les triangles IDF et IDE .

Grâce aux relations trigonométriques dans ces triangles, nous pouvons exprimer DF et DE , ainsi que leur différence $EF = DF - DE$. Nous constatons ainsi que

$$\tan i_1 = \frac{DF}{IF}$$

$$\tan i_2 = \frac{DE}{IF}$$

avec IF la hauteur de l'eau dans le bassin, soit e . Donc

$$DF = e \tan i_1$$

$$DE = e \tan i_2.$$

La différence $EF = DF - DE$ est alors

$$EF = e(\tan i_1 - \tan i_2).$$

La véritable position de l'objet par rapport au bord du bassin CE est donc $CE = CF - EF$, soit, avec $CF = d$

$$CE = d - e(\tan i_1 - \tan i_2).$$

Il nous faut maintenant exprimer i_1 et i_2 . On peut obtenir i_1 en se plaçant dans le triangle CAI

$$\tan i_1 = \frac{CF}{CA}$$

avec CF la distance d et CA la hauteur du bassin h additionnée à celle de l'observateur L , soit

$$\tan i_1 = \frac{d}{h+L}.$$

Faisons l'application numérique pour obtenir i_1

$$i_1 = \arctan\left(\frac{d}{h+L}\right)$$

$$i_1 = \arctan\left(\frac{1}{1,5+1,8}\right)$$

$$i_1 = 17^\circ.$$

Pour obtenir i_2 nous exploitons la loi de la réfraction

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin i_1\right).$$

A.N.

$$i_2 = \arcsin\left(\frac{1}{1,33} \sin 17^\circ\right)$$

$$i_2 = 13^\circ.$$

On peut alors obtenir la valeur de CE .

A.N.

$$CE = d - e(\tan i_1 - \tan i_2)$$

$$CE = 1,0 - 1,0(\tan 17^\circ - \tan 13^\circ)$$

$$CE = 9,2 \cdot 10^{-1} \text{ m.}$$

Exercice II.4. Réflexion d'onde courte sur l'ionosphère ★ ★

L'atmosphère terrestre est composée de différentes couches de densités et de températures différentes, et donc d'indices de réfraction différents. On schématise ici la situation en considérant deux couches homogènes : la première située au dessus de 100 km d'altitude, l'ionosphère ; la seconde située en dessous de 100 km qu'on assimilera à l'atmosphère neutre. Le rapport des indices de réfraction de l'ionosphère et de l'atmosphère neutre n_{ion}/n_{neu} est égal à 0,908. On suppose que la propagation d'une onde radio dans l'atmosphère neutre peut être traitée par l'optique géométrique et qu'à cette longueur d'onde, le sol, terre ou mer, est parfaitement réfléchissant.

1. **Déterminer** le ou les conditions pour lesquelles l'onde radio issue du sol est totalement réfléchi par l'ionosphère.

Il y a deux conditions pour qu'il y ait réflexion totale sur l'ionosphère.

D'abord, que le milieu incident, soit l'atmosphère neutre, soit plus réfringente que le milieu réfracté, soit l'ionosphère. C'est bien le cas car $n_{ion}/n_{neu} < 1$, soit $n_{ion} < n_{neu}$.

Ensuite, que l'angle incident i_1 soit supérieur à l'angle limite $i_{1,lim}$ avec $i_{1,lim} = \arcsin(n_2/n_1)$, soit ici

$$i_1 > \arcsin\left(\frac{n_{ion}}{n_{neu}}\right).$$

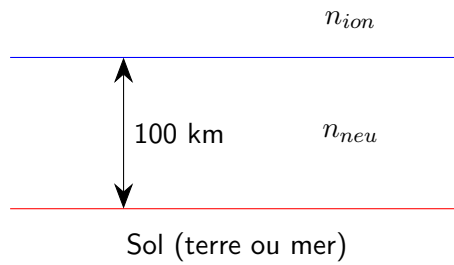


Figure 1.5 – Schéma des deux couches homogènes dans lesquelles se propage l'onde radio.

2. Dans ce cas, **décrire** comment l'onde radio se propage dans l'atmosphère neutre.
L'onde radio se propage par réflexions totales successives sur le dioptré séparant l'atmosphère et l'ionosphère, et par réflexions successives sur le sol.
3. **Donner** le nombre de réflexions maximal que subit une onde radio émise en Guadeloupe et reçue à une distance de 865 km à Caracas, Venezuela.
Le nombre de réflexions est maximal lorsque l'onde émise par la station radio au point A a un angle $\pi/2 - |i_1|$ maximal, donc pour $|i_1|$ minimal. Or pour respecter les conditions de réflexion totale la valeur minimale de $|i_1|$ doit être $i_{1,lim}$.

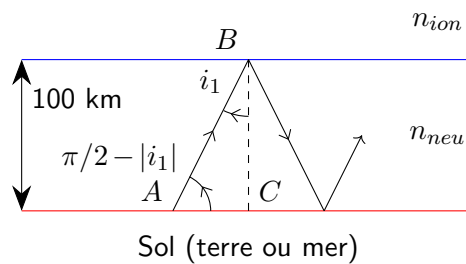


Schéma des deux couches homogènes dans lesquelles se propage l'onde radio.

Si on considère le schéma sur la figure ci-dessus on constate que lorsqu'une onde a parcouru une distance AC selon l'horizontale, elle subit une réflexion. Ainsi pour chaque multiple de cette distance AC l'onde subit le même multiple de réflexions. On peut donc obtenir le nombre de réflexions maximal, noté N , en divisant sa distance parcourue selon l'horizontale, notée L , par AC , soit

$$N = \frac{L}{AC}.$$

On peut obtenir AC en exploitant les relations trigonométriques dans le triangle ABC . Il vient que

$$\tan i_{i,lim} = \frac{AC}{BC}$$

avec BC l'épaisseur de l'atmosphère neutre valant 100 km.

Il vient que

$$AC = BC \tan i_{i,lim}$$

$$AC = BC \tan \left(\arcsin \left(\frac{n_{ion}}{n_{neu}} \right) \right)$$

et donc

$$N = \frac{L}{BC \tan \left(\arcsin \left(\frac{n_{ion}}{n_{neu}} \right) \right)}.$$

A.N.

$$N = \frac{865 \text{ km}}{100 \text{ km} \times \tan(\arcsin(0,908))}$$

$$N = 4.$$

Exercice II.5. Démonstration de la loi de la réfraction à l'aide du modèle ondulatoire ★ ★ ★

On peut retrouver la loi de la réfraction en modélisant la lumière par une onde plane. On a représenté sur la Figure 1.7 les maxima de l'amplitude des ondes incidente et réfractée par des segments hachurés parallèles séparés respectivement par les longueurs d'onde λ_1 et λ_2 .

À partir du schéma présenté Figure 1.7 **retrouver** la loi de la réfraction.

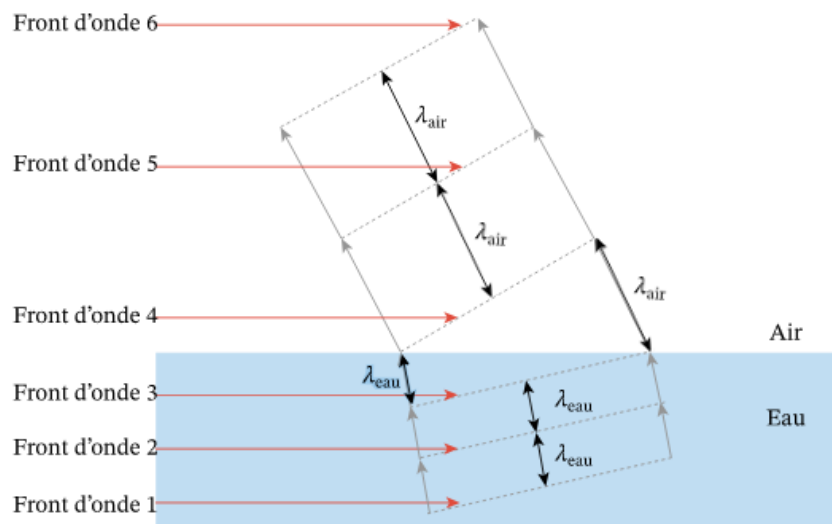


Figure 1.7 – Schéma de la réfraction d'une onde plane au niveau du dioptré eau-air.

D'après la figure ci-dessous on constate que les triangles rectangles ABC et ADC partagent le même côté AC . On peut exprimer ce côté à l'aide des relations trigonométriques dans chacun des triangles.

$$\sin i_2 = \frac{\lambda_2}{AC}$$

$$AC = \frac{\lambda_2}{\sin i_2}.$$

On peut égaliser les deux expressions de AC

$$\frac{\lambda_1}{\sin i_1} = \frac{\lambda_2}{\sin i_2}.$$

La longueur d'onde d'une radiation dans un milieu dépend de l'indice du milieu n et de la longueur d'onde de la radiation dans le vide λ_0 telle que

$$\lambda_n = \frac{\lambda_0}{n}.$$

On peut donc exprimer λ_1 et λ_2

$$\frac{\lambda_0}{n_1 \sin i_1} = \frac{\lambda_0}{n_2 \sin i_2}$$

si on simplifie par λ_0

$$\frac{1}{n_1 \sin i_1} = \frac{1}{n_2 \sin i_2}$$

et donc

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2.$$

On retrouve bien la loi de la réfraction à partir du modèle ondulatoire.